

Методы анализа эффективности функционирования распределенных вычислительных систем*

Хорошевский В.Г.

ИФП СО РАН

khor@isp.nsc.ru

Павский В.А.

КемТИПП

pavvm@kemtipp.ru

Павский К.В.

ИФП СО РАН

pkv@isp.nsc.ru

Аннотация. Предлагаются методы и стохастические модели для вычисления показателей надежности, живучести вычислительных систем (ВС) и осуществимости параллельного решения задач, характеризующих функционирование ВС как по отдельным состояниям, так и в среднем. В их основе лежат вероятностные процессы теории массового обслуживания. Решения получены в аналитическом виде.

Использование колоссальных потенциальных возможностей современных распределенных вычислительных систем (ВС) безусловно, определяется их надежностью и способами организации функционирования. Несмотря на высокую надежность микроэлектроники, вероятность возникновения отказов в распределенных ВС повышается с ростом количества вычислительных узлов. В такой ситуации особую актуальность приобретает анализ эффективности функционирования потенциальных возможностей распределенных ВС.

При анализе эффективности функционирования распределенных вычислительных систем используются показатели производительности, надежности и живучести, а также осуществимости параллельного решения задач.

В качестве инструмента анализа применяются методы теории массового обслуживания (ТМО), теории восстановления и надежности и других направлений теории случайных процессов, с привлечением методов точных наук. Большинство моделей (сначала) формулируются описательно, затем формализуются, в основном, в виде систем дифференциальных уравнений для вероятностей состояний ВС. Составление уравнений основано на уравнении Колмогорова – Чепмена, являющимся условием, налагаемым на вероятность перехода для построения марковского процесса. Решение обычно находится численными методами, что существенно снижает информативность анализа. Привлечение производящих функций к нахождению решения систем дифференциальных уравнений позволяет получить, за счет непринципиальных упрощений, аналитические решения для распределения вероятностей случайных процессов: время работы элементарных машин (ЭМ), решения задач потока, пакета и набора, предложить достаточно простые формулы для инженерных расчетов.

*) Работа выполнена при поддержке Совета по грантам Президента РФ (грант № НШ-5176.2010.9)

Обычная методика расчета производительности, математических ожиданий случайных величин (например, среднего числа работающих машин) основывается на составлении дифференциальных уравнений по аналогии с составлением уравнений для вероятностей состояний ВС. Такой подход к нахождению моментов оказался непригодным.

Коллективом Научной школы чл-корр. РАН В.Г. Хорошевского разработан метод, позволяющий составлять дифференциальные уравнения для моментов любого порядка случайных величин, из которых уравнения для математических ожиданий получаются как частный случай.

Суть метода в том, что система дифференциальных уравнений для вероятностей состояний сводится, введением производящих функций, к одному линейному уравнению в частных производных. Дифференцирование этого уравнения k раз позволило, после выражения моментов через производящую функцию и ее производную, получить дифференциальное уравнение для вычисления моментов всех порядков до k -го включительно.

С помощью этого метода были вычислены показатели живучести ВС, составлены дифференциальные уравнения для начальных и центральных моментов произвольного порядка. Решения получены для переходного и стационарного режимов.

Выведены формулы для оценки роста производительности ВС от числа ЭМ. Доказана ограниченность роста производительности при неизменных технологических параметрах ЭМ.

Для живучих вычислительных систем и со структурной избыточностью построены стохастические модели, позволяющие, в зависимости от интерпретации, вычислить основные показатели надежности, осуществимости решения задач потока, пакета и набора, а также сложных задач.

Получены оценки для функции распределения времени выхода ВС из состояния высокой производительности. Все решения (получены в аналитическом виде) приведены для переходного и стационарного режимов функционирования ВС. Построенные математические модели наиболее эффективны для многомашинных систем состоящих из десятков и сотен тысяч ЭМ.