

Количественный анализ вычислительной способности компьютеров разных типов

Ю.И. Поляков

Аспирант кафедры прикладной
математики и кибернетики СибГУТИ
e-mail: polyakov1987@yandex.ru

Аннотация

В работе Рябко Б.Я. «Using Information Theory to Study Efficiency and Capacity of Computers and Similar Devices» предложен новый подход к определению вычислительной способности компьютеров и им подобных устройств (кластеров, мобильных телефонов и т.п.). В докладе этот метод используется для определения вычислительной способности трех компьютеров с процессорами Intel 80286, Intel 80386 и Intel 80486, а так же для сравнительного анализа влияния различных характеристик компьютеров на эту величину.

Основные идеи и определения

I – набор инструкций процессора; M – доступная память.
Каждая отдельная инструкция процессора $x \in I$ это совокупность имени команды и операндов этой команды, таких как индексы регистров и адреса ячеек памяти.

Например, команды $ADD\ esx,\ eax$ и $ADD\ eax,\ esx$ это две разные инструкции из набора I .

$X(P) = x_1\ x_2\ x_3 \dots x_n$, где $x_i \in I$, а P – вычислительная задача.

Время выполнения инструкции x обозначается, как $\tau(x)$.

Тогда время выполнения $\tau(X)$ определяется как:

$$\tau(X) = \sum_{i=1}^n \tau(x_i)$$

Основные идеи и определения (продолжение)

$$\nu(T) = N(T),$$

где $\nu(T)$ — количество разных проблем, чьё время выполнения равно T , и

$$N(T) = |\{X : \tau(X) = T\}|$$

Поэтому,

$$\log \nu(T) = \log N(T)$$

Определение. Пусть есть компьютер с набором инструкций I и пусть $\tau(x)$ будет время выполнения для инструкции $x \in I$. Вычислительная способность $C(I)$ будет определяться как:

$$C(I) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{\log N(T)}{T}$$

Метод для оценки вычислительной способности

Простейшая оценка вычислительной способности может быть получена, если предположить, что все последовательности инструкций являются допустимыми. В таком случае может быть использован метод вычисления пропускной способности канала без потерь предложенный Шенноном.

Есть компьютер с набором инструкций I , чьё время выполнения $\tau(x)$, $x \in I$, и все последовательности инструкций являются разрешенными, тогда $C(I)$ равна логарифму от наибольшего действительного решения X_0 следующего уравнения:

$$X^{-\tau(x_1)} + X^{-\tau(x_2)} + \dots + X^{-\tau(x_S)} = 1$$

Вычислительная способность компьютеров на базе процессоров Intel 80286, Intel 80386 и Intel 80486

Таблица. Технические характеристики сравниваемых процессоров.

Характеристика	Intel 80286	Intel 80386	Intel 80486
Тактовая частота (МГц)	12.5	20	66
Разрядность регистров (бит)	16	32	32
Разрядность шины данных (бит)	16	32	32
Разрядность шины адреса (бит)	24	32	32
Объём адресуемой памяти	16 Мбайт	4 Гбайт	4 Гбайт
Объём оперативной памяти	1 Мбайт	4 Мбайт	8 Мбайт
Кеш L1	-	-	8 Кбайт, на кристалле
Кеш L2	-	-	128 Кбайт, на материнской плате

Таблица. Время выполнения команды ADD

Операнды	Intel 80286	Intel 80386	Intel 80486
Регистр, регистр (в тактах)	2	2	1
Память, регистр (в тактах)	7	7	3
Регистр, память (в тактах)	7	6	2
Регистр, константа (в тактах)	3	2	1
Память, константа (в тактах)	7	7	3

Уравнение для команды ADD процессора Intel 80286:

1 слагаемое, операнды регистр – регистр: $2^3 \cdot 2^3 \cdot 2^2 \cdot \frac{1}{x^2}$

2 слагаемое, операнды память – регистр: $2^{20} \cdot 2^3 \cdot 2^2 \cdot \frac{1}{x^7}$

Конечный вид уравнения: $2^3 \cdot 2^3 \cdot 2^2 \cdot \frac{1}{x^2} + 2^{20} \cdot 2^3 \cdot 2^2 \cdot \frac{1}{x^7} = 1$

Уравнение для *Intel 80286*

$$\begin{aligned}
 & \frac{9}{x^2} + \frac{6}{x^3} + \frac{1}{x^5} + \frac{1}{x^8} + \frac{1}{x^{14}} + \frac{1}{x^{16}} + 2^3 \cdot 2^3 \cdot 2^2 \cdot \left(\frac{5}{x^2} + \frac{1}{x^5} + \frac{1}{x^{10}} + \frac{2}{x^{14}} \right) + 2^{20} \cdot 2^3 \cdot 2^2 \cdot \\
 & \cdot \left(\frac{1}{x^5} + \frac{1}{x^6} + \frac{6}{x^7} + \frac{1}{x^{11}} + \frac{2}{x^{16}} \right) + 2^3 \cdot \left(\frac{5}{x^2} + \frac{1}{x^3} + \frac{2}{x^{13}} + \frac{1}{x^{14}} + \frac{3}{x^{17}} + \frac{2}{x^{21}} + \frac{1}{x^{22}} + \frac{1}{x^{25}} \right) + \\
 & + 2^{20} \cdot \left(\frac{1}{x^6} + \frac{4}{x^7} + \frac{1}{x^{11}} + \frac{1}{x^{12}} + \frac{2}{x^{16}} + \frac{1}{x^{17}} + \frac{2}{x^{19}} + \frac{1}{x^{20}} + \frac{2}{x^{24}} + \frac{1}{x^{25}} + \frac{1}{x^{38}} \right) + \frac{32}{x^3} + \\
 & + \sum_{i=1}^6 \frac{32}{x^{7+i}} + \frac{3}{x^4} + \sum_{i=1}^6 \frac{3}{x^{8+i}} = 1
 \end{aligned}$$

$$C(I) = \log 42.27 = 5.402$$

Уравнение для *Intel 80386*

$$\begin{aligned} & \frac{7}{x^2} + \frac{3}{x^3} + \frac{5}{x^4} + \frac{2}{x^5} + \frac{1}{x^{12}} + \frac{1}{x^{13}} + \frac{1}{x^{15}} + \frac{1}{x^{17}} + \frac{1}{x^{19}} + 2^3 \cdot 2^3 \cdot 2^2 \left(\frac{4}{x^2} + \frac{1}{x^{15}} + \frac{1}{x^{20}} + \frac{1}{x^{22}} + \frac{1}{x^{38}} \right) \\ & + 2^{22} \cdot 2^3 \cdot 2^2 \left(\frac{8}{x^4} + \frac{3}{x^5} + \frac{4}{x^6} + \frac{7}{x^7} + \frac{1}{x^{16}} + \frac{1}{x^{21}} + \frac{1}{x^{22}} + \frac{1}{x^{25}} + \frac{1}{x^{41}} \right) + \\ & + 2^3 \cdot \left(\frac{2}{x^2} + \frac{1}{x^{10}} + \frac{2}{x^{14}} + \frac{1}{x^{19}} + \frac{1}{x^{20}} + \frac{2}{x^{22}} + \frac{1}{x^{27}} + \frac{2}{x^{38}} + \frac{1}{x^{43}} \right) + \\ & + 2^{22} \cdot \left(\frac{2}{x^6} + \frac{2}{x^{11}} + \frac{1}{x^{13}} + \frac{2}{x^{17}} + \frac{1}{x^{22}} + \frac{1}{x^{24}} + \frac{2}{x^{25}} + \frac{1}{x^{30}} + \frac{2}{x^{41}} + \frac{1}{x^{46}} \right) + \\ & + \frac{32}{x^3} + \sum_{i=1}^{10} \frac{32}{x^{7+i}} + \frac{5}{x^5} + \sum_{i=1}^{10} \frac{5}{x^{11+i}} = 1 \end{aligned}$$

$$C(I) = \log 182.564 = 7.512$$

Уравнение для *Intel 80486*

$$\begin{aligned}
 & \frac{1}{x^1} + \frac{5}{x^2} + \frac{7}{x^3} + \frac{2}{x^4} + \frac{2}{x^5} + \frac{1}{x^7} + \frac{1}{x^{12}} + \frac{1}{x^{14}} + \frac{1}{x^{15}} + \frac{1}{x^{17}} + 2^3 \cdot 2^3 \cdot 2^2 \cdot \\
 & \cdot \left(\frac{4}{x^1} + \frac{1}{x^3} + \frac{6}{x^6} + \frac{1}{x^8} + \frac{1}{x^9} + \frac{1}{x^{11}} \right) + 2^{13} \cdot 2^3 \cdot 2^1 \cdot \left(\frac{1}{x^1} + \frac{5}{x^2} + \frac{3}{x^3} + \frac{3}{x^7} + \frac{1}{x^9} + \frac{1}{x^{12}} \right) + \\
 & + 2^{17} \cdot 2^3 \cdot 2^1 \cdot \left(\frac{1}{x^2} + \frac{5}{x^3} + \frac{3}{x^4} + \frac{3}{x^8} + \frac{1}{x^{10}} + \frac{1}{x^{13}} \right) + 2^{23} \cdot 2^3 \cdot 2^1 \cdot \\
 & \cdot \left(\frac{1}{x^4} + \frac{5}{x^5} + \frac{3}{x^6} + \frac{3}{x^{10}} + \frac{1}{x^{13}} + \frac{1}{x^{15}} \right) + 2^3 \cdot 2^1 \cdot \left(\frac{2}{x^1} + \frac{1}{x^{26}} + \frac{1}{x^{40}} + \frac{1}{x^{43}} \right) + \\
 & + 2^{13} \cdot 2^1 \cdot \left(\frac{2}{x^3} + \frac{1}{x^{27}} + \frac{1}{x^{41}} + \frac{1}{x^{44}} \right) + 2^{17} \cdot 2^1 \cdot \left(\frac{2}{x^4} + \frac{1}{x^{28}} + \frac{1}{x^{42}} + \frac{1}{x^{45}} \right) + \\
 & + 2^{23} \cdot \left(\frac{2}{x^6} + \frac{1}{x^{30}} + \frac{1}{x^{44}} + \frac{1}{x^{47}} \right) + \frac{32}{x^1} + \frac{32}{x^3} + \frac{32}{x^4} + \frac{32}{x^7} + \frac{5}{x^6} + \frac{5}{x^9} + \frac{5}{x^{10}} + \frac{5}{x^{13}} = 1
 \end{aligned}$$

$$C(I) = \log 1.322 \cdot 10^5 = 17.012$$

Анализ результатов

$$C_{i286}(I) = 5.402 * 12.5 \text{ МГц} = 67.52$$

$$C_{i386}(I) = 7.512 * 20.0 \text{ МГц} = 150.24$$

$$C_{i486}(I) = 17.012 * 66.0 \text{ МГц} = 1123.00$$

В документации Intel к процессору 80386 [5] приводятся данные, что увеличение производительности относительно Intel 80286 составило 2-3 раза. Полученные оценки вычислительных способностей Intel 80286 и Intel 80386 согласуются с этими данными. ICOMP – индекс производительности процессоров Intel. ICOMP (Intel 386) = 32, а ICOMP (Intel 486) = 297. Отношение индексов ICOMP равно 9,28, а соотношение полученных нами оценок равно 7,49.

Литература

- [1]. Boris Ryabko, Using Information Theory to Study Efficiency and Capacity of Computers and Similar Devices // Information 2010, 1, P. 3-12;
- [2]. C. E. Shannon, "A mathematical theory of communication," Bell Sys. Tech. J. , vol. 27, pp. 379-423, pp. 623-656, 1948;
- [3]. Intel x86 Quick Reference Instruction Manual - 8086/80186/80286/80386/80486, 1995;
- [4]. Касперски К., Секреты поваров компьютерной кухни или ПК: решение проблем, BHV, 2003.
- [5]. Intel 80386 Programmer's Reference Manual, 1986;
- [6]. Intel 80486 Programmer's Reference Manual, 1993.
- [7] A.S.Tanenbaum, Structured computer organization, Prentice Hall PTR, 2005.