ВЛИЯНИЕ ИНТЕНСИВНОСТИ ОХЛАЖДЕНИЯ ЖИДКОСТИ НА УСТОЙЧИВОСТЬ ЛАМИНАРНОГО РЕЖИМА ТЕЧЕНИЯ

А.Д. Низамова, В.Н. Киреев, С.Ф. Урманчеев

Институт механики им. Р.Р. Мавлютова
Уфимского научного центра Российской академии наук
450054,Уфа, Россия

В реальных условиях течение жидкостей очень часто сопровождается перепадом температур. Однако при решении вопросов, связанных с устойчивостью течения, это обстоятельство, как правило, не принимается во внимание. Между тем, вязкость жидкости, как параметр, в основном определяющий закономерности течения, весьма чувствителен к изменению температуры.

Большинство моделей, описывающих зависимость вязкости от температуры, имеют вид экспоненциально убывающих функций, которые называются моделями аррениусовского типа [1]. В работе [2] проведен достаточно подробный численный анализ влияния параметров температурной зависимости вязкости на режимы течения в плоских каналах. Дальнейшие усложнения моделей, включающие немонотонную зависимость вязкости от температуры, привели к установлению целого ряда особенностей течения жидкостей в неоднородном температурном поле [3].

Классическая задача об устойчивости течения жидкости с постоянной вязкостью в канале описывается хорошо известным уравнением Орра-Зоммерфельда [4-5]. В данной работе рассмотрена задача устойчивости течения жидкости в плоском канале при линейном распределении температуры в поперечном сечении (рис. 1).

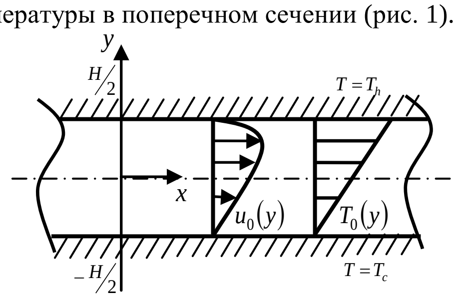

Рис. 1. Схема течения жидкости в канале.

При решении задачи принимается, что зависимость вязкости от температуры имеет вид экспоненциально убывающей функции.

Отметим, что представленная постановка задачи не предполагает рассмотрения вопросов, связанных с естественной конвекцией, поэтому более холодная граница канала располагается всегда снизу.

Линеаризация уравнений Навье-Стокса, уравнения неразрывности и уравнения сохранения энергии и представление инфинитезимальных возмущений в виде бегущей волны, приводит к следующей системе обыкновенных дифференциальных уравнений, описывающей устойчивость течения жидкостей в неоднородном температурном поле:

$$
\begin{cases}
\nu_0 \cdot \left[\varphi^{IV} - 2k^2\varphi'' + k^4\varphi\right] - ik\,\mathrm{Re}\left[(u_0 - C)\cdot\left(\varphi'' - k^2\varphi\right) - u_0''\varphi\right] + \\
\quad + 2\nu_0' \cdot \left(\varphi''' - k^2\varphi'\right) + \nu_0''\varphi'' - \\
\quad - ik\left[\nu_0' \cdot \left(\theta u_0''' + 2\theta' u_0'' + \theta'' u_0'\right) + \nu_0'' \cdot \left(\theta u_0'' + \theta' u_0'\right) + \nu_0'''\theta u_0'\right] = 0, \\
\\
\left(\theta'' - k^2\theta\right) - ik\mathrm{Pe}(u_0 - C)\theta - \mathrm{Pe}\varphi T_0' = 0,
\end{cases}
\begin{array}{r} (1) \\ \\ (2) \end{array}
$$

где $\varphi(y), \theta(y)$ – амплитуды возмущений скорости и температуры, $k > 0$ – волновое число, C – собственное значение, $u_0(y), T_0(y), \nu_0(y)$ – невозмущенные скорость, температура, вязкость, $\beta = \theta \cdot u_0''$, Re – число Рейнольдса, Pe – число Пекле, i – мнимая единица.

Граничные условия для данной системы (1)-(2)имеют следующий вид:

$$
\varphi(-1) = \varphi(1) = 0, \quad \varphi'(-1) = \varphi'(1) = 0, \quad \theta(-1) = \theta(1) = 0. \tag{3}
$$

Уравнение (1) системы содержит дополнительные слагаемые, характеризующие изменение, как температуры, так и вязкости по сечению канала. Если течение является изотермическим, то это уравнение сводится к уравнению Орра-Зоммерфельда.

Выражения для невозмущенной температуры, вязкости и скорости получены из решения соответствующей задачи с экспоненциальной зависимостью вязкости от температуры в следующей форме:

$$
\begin{gathered}
T_0(y) = m(1 + y), \\
\nu_0(y) = e^{-m\cdot\alpha_E(1+y)}, \\
u_0(y) = \frac{1}{m\cdot\alpha_E}\left[\frac{2e^{m\alpha_E}}{e^{-m\alpha_E} - e^{m\alpha_E}} - \frac{1 + e^{2m\alpha_E}}{e^{-m\alpha_E} - e^{m\alpha_E}}e^{\alpha_E y} - ye^{m\cdot\alpha_E(1+y)}\right],
\end{gathered}
\tag{4}
$$

где α_E - параметр, характеризующий зависимость вязкости от температуры, m -параметр интенсивности охлаждения жидкости.

Полученная система уравнений (1)-(2) является модифицированным уравнением Орра-Зоммерфельда для термовязкой жидкости с граничными условиями (3) и соответствующими выражениями (4), которая решалась численно с использованием спектрального метода и были получены собственные значения задачи и соответствующие собственные функции [6].

Зависимость критического числа Рейнольдса от параметра m представлена на рис. 2. При увеличении значения параметра m критические числа Рейнольдса уменьшаются.

На рис. 3 представлены области неустойчивости течения термовязкой жидкости с профилем скорости (4) для различных параметров m. По данному рисунку видно, что при увеличении параметра m критическое число Рейнольдса уменьшается.

Дальнейшее развитие теории устойчивости течения термовязких жидкостей требует решения задачи о течении жидкости в плоском канале с нагреваемой нижней стенкой. Такая постановка задачи приводит к необходимости рассмотрения взаимодействия двух видов неустойчивостей, обусловленных как течением вязкой жидкости в канале, так и тепловой конвекцией. В этом случае в системе уравнений, соответствующих обобщенному уравнению Орра-Зоммерфельда, после преобразований появится слагаемое с числом Грасгоффа. При этом режимы течения термовязких жидкостей в зависимости от чисел Рейнольдса и Грасгоффа будут определяться соответствующей диаграммой устойчивости.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант № 14-01-97034), Программ фундаментальных исследований ОЭММПУ РАН (ОЭ-12) и гранта для поддержки ведущих научных школ РФ (НШ-2669.2014.1).

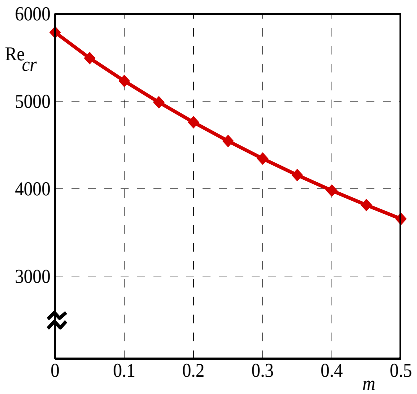

Рис. 2. Зависимости критического числа Рейнольдса от параметра m для термовязкого профиля скорости при фиксированном значении параметра $\alpha_E = 0.5$.

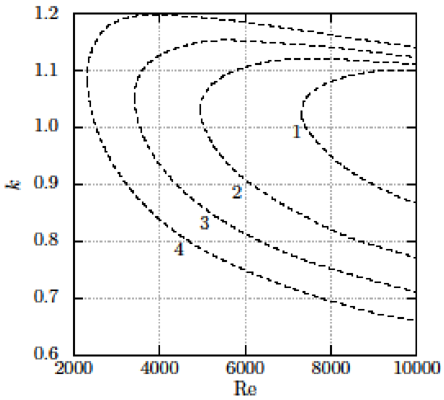

Рис. 3. Области неустойчивости течения термовязкой жидкости при фиксированном значении параметра $\alpha_E = 1$ при m = 0.25 (1), m = 0.5 (2), m = 0.75 (3), m = 1 (4) .

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Френкель Я.И.** Кинетическая теория жидкостей // Ленинград: Изд-во «Наука». 1975. 592 с.
2. **Урманчеев С.Ф., Киреев В.Н.** О влиянии температурной зависимости вязкости на течение жидкости // Нефтегазовое дело. 2004. № 2. С. 287–295.
3. **Урманчееев С.Ф., Киреев В.Н.** Установившееся течение жидкости с температурной аномалией вязкости // Доклады академии наук. 2004. Т. 396, № 2. С. 204–207.
4. **Дразин Ф.** Введение в теорию гидродинамической устойчивости // М.: Изд-во Физматлит. 2002. 288 с.
5. **Orszag S.A.** Accurate solution of the Orr-Sommerfeld equation // Journal of Fluid Mechanics. 1971. Vol. 50, Part 4. P. 689–703.
6. **Низамова А.Д., Киреев В.Н., Урманчеев С.Ф.** Об устойчивости ламинарного режима течения термовязких жидкостей // Тюмень: Вестник ТюмГУ. Физико-математическое моделирование. Нефть, газ, энергетика. 2015. Т. 1. № 2 (2). С. 104–111.