ПОВЫШЕНИЕ ЭФФЕКТИВНОСТИ ТЕХНОЛОГИИ ПРОИЗВОДСТВА ГИДРОРАЗРЫВА ПРИ ПОМОЩИ ГРАДИЕНТНОЙ КАТАСТРОФЫ ГИДРОУДАРНЫХ ВОЛН

К.В. Рымаренко, С.В. Сухинин

Федеральное государственное бюджетное учреждение науки
Институт гидродинамики им. М.А. Лаврентьева
Сибирского отделения Российской академии наук
630090, Новосибирск, Россия

В рамках теории длинных волн проведены исследования распространения волн в неоднородных каналах с упругими стенками. Определены критерии градиентных катастроф в однородных и неоднородных каналах. Результаты работы могут быть использованы при проектировании трубопроводных систем и для повышения эффективности гидроразрыва пластов при помощи управляемых градиентных катастроф. Полученные результаты подтверждаются натурными экспериментальными исследованиями.

Актуальность. В настоящее время гидроразрыв пласта является основным методом повышения нефтеотдачи и нефтеизвлечения. Это определяет актуальность повышения эффективности технологии производства гидроразрыва.

Предпосылки. Градиентная катастрофа волны давления используется в ударно-волновых технологиях различного назначения. Например, для организации фазовых переходов внутри различных материалов. Известно, что для волны давления в чистой воде градиентная катастрофа (ударная волна) не возникает потому, что скорость звука в воде большая. Однако гидроупругие волны в каналах с водой и упругими стенками распространяются достаточно медленно, скорость гидроупругих волн на порядок меньше скорости звука в воде. Это позволяет использовать ударно-волновые технологии в каналах гидроразрыва нефтяных, газовых или угольных пластов. Можно отметить, что градиентные катастрофы гидроупругих волн могут быть с повышением и понижением давления за фронтом волны.

Математическая модель. Пусть канал заполнен жидкостью с плотностью $\rho = \rho(p)$, давлением $p = p(x,t)$ и скоростью $u = u(x,t)$. Здесь и далее x - осевая координата канала, t - время, $A(p,x)$ - площадь сечения канала в точке x. Считается, что $\rho(p)$ и $A(p,x)$ являются известными функциями от давления и осевой координаты.

Распространение возмущений в каналах с упругими стенками описывается при помощи системы уравнений, которая получена прямым вычислением из законов сохранения массы и импульса

$$\begin{pmatrix} p \\ u \end{pmatrix}_t + \begin{pmatrix} u & \rho c^2 \\ 1/\rho & u \end{pmatrix} \begin{pmatrix} p \\ u \end{pmatrix}_x + \begin{pmatrix} u\rho c^2 A_x/A \\ 0 \end{pmatrix} = 0 \tag{1}$$

Прямой проверкой можно установить, что (1) является квазилинейной гиперболической системой уравнений с характеристическими направлениями $u+c$ и $u-c$. Здесь и далее $c = \sqrt{A/(A\rho)_p}$ - местная скорость распространения гидроупругих волн в канале, энтропия постоянна. Прямой проверкой можно установить, что скорость гидроупругих волн меньше скорости звука в жидкости $c = c(p,x) < c_{ж} = \sqrt{\partial p/\partial \rho}$ и в материале канала [1-3].

Система уравнений (1) описывает распространение длинных волн в трубах и каналах с упругими стенками. В том числе в каналах гидроразрыва пластов, которые широко используются для повышения эффективных радиусов скважин предназначенных для добычи нефти или газа, а также для дегазации угольных пластов.

Далее считается, что $A = a(x)b(p)$. Следовательно, $c = c(p)$ и характеристики покоя являются прямыми линиями. Уравнение характеристики на границе с покоем, выходящей из начала координат имеет вид $x = c_0 t$, $c_0 = c(p_0)$ - скорость распространения гидроупругих волн по состоянию покоя, p_0 - давление покоя. Для прогнозирования градиентной катастрофы в неоднородном канале с упругими стенками удобно использовать метод распространения слабых разрывов. Пусть вдоль характеристики покоя $x = c_0 t + \xi$ распространяется слабый разрыв с интенсивностью $\sigma = \sigma(t)$. Функция $\sigma(t)$ является решением уравнения Риккати [4]

$$\frac{d}{dt}\sigma + \sigma \frac{c_0}{2}\frac{A_x}{A} + \sigma^2 \left[1 + \frac{1}{2}\left(\rho c^2\right)_p + \frac{1}{2}\rho_0^2 c_0^2 \left(\frac{1}{\rho}\right)_p \right] = 0 \qquad (2)$$

с некоторыми начальными условиями $\sigma(0) = \sigma_0$.

В (2) использовано соотношение $\begin{pmatrix} [p_x] \\ [u_x] \end{pmatrix} = \sigma \begin{pmatrix} \rho_0 c_0 \\ 1 \end{pmatrix}$, которое связывает продолженную систему (1) и уравнение (2). В общем случае решение уравнения (2) можно исследовать численно. Целесообразно изучить частные случаи задачи Коши для (2).

Геометрические свойства определяются соотношением A_x/A. Каналы можно классифицировать: однородный канал $A_x/A = 0$; клиновидный канал $A_x/A = 1/x$; конус $A_x/A = 2/x$; экспоненциальный канал $A_x/A = const$.

Однородный канал, жидкость несжимаема. В этом случае (2) примет вид $\frac{d}{dt}\sigma + \sigma^2 q = 0$ в котором $q = \left[1 + \frac{1}{2}\left(\rho c^2\right)_p \right] > 0$. Решение задачи Коши имеет вид $\sigma = \frac{\sigma_0}{qt\sigma_0 + 1}$. Так как по физическому содержанию задачи $0 < q$, то градиентная катастрофа может наступить, если $\sigma_0 < 0$. Клиновидный канал, жидкость несжимаема. В этом случае (1) имеет вид:

$$\frac{d}{dt}\sigma + \sigma \frac{1}{2(t + \xi/c_0)} + \sigma^2 q = 0\,. \qquad (3)$$

Решением этого уравнения является функция

$$\sigma(t) = -\frac{\sigma_0\, c_0 \sqrt{\xi}}{-2\, q\, \sigma_0 \sqrt{\xi}\, t\, c_0 - 2\, q\, \sigma_0\, \xi^{(3/2)} - \sqrt{t\, c_0 + \xi}\; c_0 + 2 \sqrt{t\, c_0 + \xi}\; q\, \xi\, \sigma_0}$$

Градиентная катастрофа произойдет в момент времени $t^* = \frac{c_0 - 4q\xi\sigma_0}{4q^2\sigma_0^2\xi}$, если $\sigma_0 < 0$ в точке с координатой $x^* = c_0 t^* + \xi$.

Конический канал. В этом случае уравнение (1) примет вид

$$\frac{d}{dt}\sigma + \sigma\frac{1}{(t+\xi/c_0)} + \sigma^2 q = 0\ . \qquad (4)$$

Общее решение этого уравнения описывается следующим выражением

$$\sigma(t) = \sigma_0\, \xi\, c_0 \Big/ \big(q \ln(t\, c_0 + \xi)\, \xi\, \sigma_0\, t\, c_0 + q \ln(t\, c_0 + \xi)\, \xi^2\, \sigma_0 + t\, c_0^{\ 2} + c_0\, \xi - \xi\, \sigma_0\, q \ln(\xi)\, t\, c_0 - \xi^2\, \sigma_0\, q \ln(\xi)\big)$$

Градиентная катастрофа произойдет на характеристике $x = c_0 t + \xi$ в момент времени $t* = \xi\{\exp[-c_0/(q\xi\sigma_0)] - 1\}/c_0$, если $\sigma_0 < 0$.

Эффекты нелинейности и направление волны относительно сужения (расширения) клиновидного и конического каналов. В уравнениях (3, 4) считается, что каналы расширяются при росте осевой координаты x . Это означает, что градиентные катастрофы, описаны в (3-4) для волн входящих в расширяющиеся каналы. Если каналы сужаются то в (3 и 4) изменяется знак коэффициента при σ в первой степени. С точки зрения механики нелинейные явления усиливаются при распространении волн в сужающихся каналах, поэтому в настоящей работе они опущены. В уравнении графа Риккати (2) нелинейность системы уравнений (1) учитывается в коэффициенте, при σ^2 .

Возможные обобщения, выводы. В настоящей работе приведены критерии образования градиентных катастроф в расширяющихся каналах для случая, когда жидкость несжимаема. Можно заметить, что учет сжимаемости жидкости в канале несколько усложняет уравнение Риккати, но не меняет его существенно.

Так как скорости потока жидкости в каналах и трубах значительно меньше скоростей звука и скоростей гидроупругих волн, то предложенные подходы могут быть использованы в каналах и трубах с потоком.

Так как фильтрация является медленным процессом по сравнению с распространением упругих волн, то все вышеизложенные методы и подходы могут быть использованы для исследования нелинейных гидроупругих волн в каналах гидроразрыва [5].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Жуковский Н.Е.** «О гидравлическом ударе в водопроводных трубах» М.-Л.: Гостехиздат. 1949.104 с
2. **Лайтхилл Д.** Волны в жидкостях. – М.: Мир, 1981. – 598 с.
3. **White J.E.** Underground sound. Elsivier. 1983. 261 pp.
4. **Рождественский Б.Л., Яненко Н.Н.** Системы квазилинейных уравнений и их приложения в газовой динамике. М. Наука. 1978, 668 с.
5. **Сухинин С.В., Рымаренко К.В.** СПОСОБ ГИДРОРАЗРЫВА ПЛАСТА, Патент №2447278, дата публикации 2012-12-25.