

РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК  
СИБИРСКОЕ ОТДЕЛЕНИЕ

ИНСТИТУТ ГИДРОДИНАМИКИ  
ИМ. М. А. ЛАВРЕНТЬЕВА

IX МЕЖДУНАРОДНАЯ КОНФЕРЕНЦИЯ

**ЛАВРЕНТЬЕВСКИЕ ЧТЕНИЯ  
ПО МАТЕМАТИКЕ,  
МЕХАНИКЕ И ФИЗИКЕ**

*посвященная 120-летию академика М. А. Лаврентьева*

7 – 11 сентября 2020 г.

ТЕЗИСЫ ДОКЛАДОВ

Новосибирск  
2020

Программный комитет:

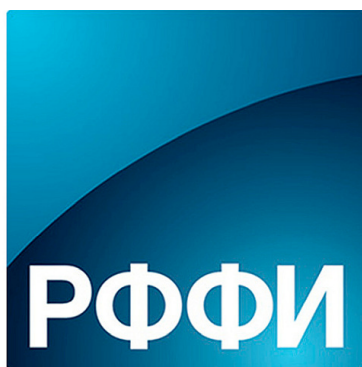
Академик В. М. Титов, председатель  
Академик Б. Д. Аннин, заместитель председателя  
Чл.-корр. РАН П. И. Плотников, заместитель председателя  
Чл.-корр. РАН В. В. Пухначев, заместитель председателя  
К.ф.-м.н. А. О. Кашкаров, ученый секретарь

Д.ф.-м.н. Г. В. Алексеев (Владивосток)  
Академик С. В. Алексеенко (Новосибирск)  
Д.ф.-м.н. В. К. Андреев (Красноярск)  
Д.ф.-м.н. С. Н. Антонцев (Новосибирск, Лиссабон)  
Чл.-корр. РАН А. И. Аптекарев (Москва)  
Чл.-корр. РАН А. В. Бойко (Новосибирск)  
Д.ф.-м.н. А. А. Васильев (Новосибирск)  
Чл.-корр. РАН А. М. Гайфуллин (Москва)  
Академик С. К. Годунов (Новосибирск)  
Академик И. Г. Горячева (Москва)  
Чл.-корр. РАН С. К. Гулев (Москва)  
Академик Г. И. Долгих (Владивосток)  
Д.ф.-м.н. Е. В. Ерманюк (Новосибирск)  
Д.ф.-м.н. А. П. Ершов (Новосибирск)  
Чл.-корр. РАН М. А. Ильгамов (Уфа)  
Чл.-корр. РАН Г. И. Канель (Москва)  
Д.ф.-м.н. В. К. Кедринский (Новосибирск)  
Академик Д. М. Климов (Москва)  
Д.ф.-м.н. С. Н. Коробейников (Новосибирск)  
Чл.-корр. РАН С. К. Коновалов (Севастополь)  
Академик А. Г. Куликовский (Москва)  
Академик В. А. Левин (Москва)  
Чл.-корр. РАН И. И. Липатов (Жуковский)  
Д.ф.-м.н. В. Ю. Ляпидевский (Новосибирск)  
Д.ф.-м.н. Н. И. Макаренко (Новосибирск)  
Академик Д. М. Маркович (Новосибирск)  
Д.ф.-м.н. И. В. Марчук (Новосибирск)  
Академик В. П. Матвеев (Пермь)  
Д.т.н. А. Л. Михайлов (Саров)  
Академик Н. Ф. Морозов (Санкт-Петербург)  
Академик В. Н. Пармон (Новосибирск)  
Д.т.н. Д. В. Петров (Снежинск)  
Чл.-корр. РАН И. Б. Петров (Долгопрудный)  
Чл.-корр. РАН Ю. В. Петров (Санкт-Петербург)  
К.ф.-м.н. Э. Р. Прууэл (Новосибирск)  
Академик Ю. Г. Решетняк (Новосибирск)  
Д.ф.-м.н. В. М. Садовский (Красноярск)  
Чл.-корр. РАН С. В. Сысолятин (Бийск)  
Академик Д. В. Трещев (Москва)  
Академик М. П. Федорук (Новосибирск)  
Академик В. М. Фомин (Новосибирск)  
Д.ф.-м.н. А. М. Хлуднев (Новосибирск)  
Академик Ф. Л. Черноусько (Москва)  
Д.ф.-м.н. А. П. Чупахин (Новосибирск)  
Чл.-корр. РАН А. А. Шананин (Долгопрудный)

Д.т.н. Г. А. Швецов (Новосибирск)  
Д.ф.-м.н. В. В. Шелухин (Новосибирск)  
Д.ф.-м.н. Е. Н. Шер (Новосибирск)  
Д.ф.-м.н. С. Е. Якуш (Москва)

IX Международная конференция  
посвященная 120-летию со дня рождения академика Михаила Алексеевича Лаврентьева

Мероприятие проведено(проводится) при финансовой поддержке РФФИ, проект 20-01-22014.  
Федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования  
«Новосибирский национальный исследовательский государственный университет»  
Математического центра в Академгородке номер договора № 075-15-2019-1675 с Минобрнауки  
Акционерного общества «Технопарк Новосибирского Академгородка»  
Федерального государственного бюджетного учреждения «Сибирское отделение Российской  
академии наук»  
Российского национального комитета по теоретической и прикладной механике



МАТЕМАТИЧЕСКИЙ   
ЦЕНТР В АКАДЕМГОРОДКЕ

**N** \* Новосибирский  
государственный  
университет  
\*НАСТОЯЩАЯ НАУКА

# Содержание

<b>1 МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ПРОБЛЕМЫ МЕХАНИКИ</b>	<b>17</b>
<b>Математические проблемы механики</b>	<b>17</b>
РОМЕНСКИЙ Е. И., РЕШЕТОВА Г. В. <i>Термодинамически согласованная модель течения сжимаемой жидкости в деформируемой пористой среде и ее применение к расчету волновых полей</i> . . . . .	17
БАУТИН С. П., ДЕРЯБИН С. Л., КИРЬЯНОВА А. С. <i>Описание распада специального разрыва с использованием нестационарных автомодельных переменных</i> . . . . .	18
БАУТИН С. П., ПОНЬКИН Е. И. <i>Автомодельные решения задачи об истечении политропного газа в вакуум с косою стенкой</i> . . . . .	19
ГОНЧАРОВА О. Н. <i>Классификация трёхмерных конвективных режимов при слабом испарении и термодиффузионных эффектах в газовой фазе</i> . . . . .	20
SHIRKUNOV YU. A., PIKMULLINA E. O. <i>Invariant submodels of nonlinear longitudinal vibrations of an elastic inhomogeneous rod</i> . . . . .	21
SHIRKUNOV YU. A. <i>A generalization of Khokhlov-Zabolotskaya-Kuznetsov model in a cubically nonlinear medium and self-focusing of the powerful ultrasonic beams</i> . . . . .	21
SHIRKUNOV YU. A. <i>Research of the extinction of the high-powerful ultrasonic beams with a help of generalization of Khokhlov-Zabolotskaya-Kuznetsov model</i> . . . . .	22
КУЗНЕЦОВ И. В., САЖЕНКОВ С. А. <i>Энтропийные решения ультра-параболического уравнения с односторонними <math>\delta</math>-функциями Дирака в правой части</i> . . . . .	23
АЛЕКСЕЕВ Г. В., ТЕРЕШКО Д. А. <i>Оптимизация в задачах проектирования концентраторов потоков тепла</i> . . . . .	24
ПУХНАЧЕВ В. В., МЕЛЕШКО С. В. <i>Ламинарный пограничный слой в водном растворе полимера</i> . . . . .	25
БРИЗИЦКИЙ Р. В. <i>Задачи граничного управления для уравнений МГД при смешанных краевых условиях для магнитного поля</i> . . . . .	26
МАКСИМОВА Н. Н., МАСЛОВСКАЯ А. Г. <i>Математическая модель установившегося процесса зарядки диэлектриков</i> . . . . .	27
KHLUDNEV A. M., PEROVA T. S. <i>Junction problems for thin inclusions located inside elastic bodies</i> . . . . .	28
СТУРОВА И. В., ТКАЧЕВА Л. А. <i>Волновые движения, возникающие при колебаниях сферы в жидкости под ледяным покровом вблизи твердой вертикальной стенки</i> . . . . .	28
СТАРОВОЙТОВ В. Н. <i>Начально-краевая задача для параболического уравнения с глобальным по времени членом</i> . . . . .	29
САРИЦКАЯ Ж. Ю. <i>Задачи мультипликативного управления для нелинейной модели реакции-диффузии-конвекции</i> . . . . .	30
ЧАНЫШЕВ А. И., АБДУЛИН И. М., БЕЛОУСОВА О. Е. <i>Разрушение как стадия деформирования материалов. Постановка задачи Коши для статических и динамических задач с запредельным деформированием</i> . . . . .	31
РОТАНОВА Т. А., КОРОБЕЙНИКОВ С. Н. <i>Оптимальные методы интегрирования определяющих соотношений гипотезы упругости</i> . . . . .	32
ГАЙФУЛЛИН А. М., ЖВИК В. В., НАКРОХИН С. А. <i>Необычные течения вязкой жидкости и газа</i> . . . . .	33
ГАДЖИЕВ Д. А., ГАЙФУЛЛИН А. М. <i>Рассеяние плоской акустической волны локализованным цилиндрическим вихрем</i> . . . . .	34
СИРАЕВА Д. Т. <i>Точные решения инвариантных подмоделей ранга 1 уравнений гидродинамического типа</i> . . . . .	35

СЕМЕНКО Р. Е., БЛОХИН А. М. <i>Вихревые стационарные структуры в магнито-гидродинамических течениях несжимаемой полимерной жидкости</i> . . . . .	36
КАЗАКОВ А. Л., КУЗНЕЦОВ П. А., ЛЕМПЕРТ А. А. <i>Об аналитических решениях специальной краевой задачи для системы типа реакция-диффузия</i> . . . . .	37
КАЗАКОВ А. Л., СПЕВАК Л. Ф. <i>Об одной задаче с особенностью для уравнения конвекции-диффузии</i> . . . . .	38
LYUBANOVA A. SH., VELISEVICH A. V. <i>On an inverse problem for the elliptic equation with the mixed boundary condition</i> . . . . .	39
АЗАНОВ А. А., АНДРЕЕВ В. К. <i>Об одном трёхмерном двухслойном конвективном течении</i> . . . . .	40
ANTONTSEV S. N., DE OLIVEIRA H. B., КНОМПУШ КН. <i>Kelvin-voigt equations for nonhomogeneous incompressible fluid. regularity and uniqueness of solutions</i> . . . .	41
ХАБИРОВ С. В. <i>Об инвариантных движениях общей трехмерной подгруппы пространственных переносов</i> . . . . .	42
МОШКИН Н. П., КОНДРАТЬЕВ С. А. <i>Математическая модель флотокомплекса частица-пузырек в рамках Лагранжева формализма</i> . . . . .	43
БОГДАНОВ А. Н., КОНДРАТЬЕВ И. М. <i>Некоторые новые результаты в асимптотической теории нестационарного свободного вязко-невязкого взаимодействия в трансзвуковом режиме</i> . . . . .	43
ВАСЮТКИН С. А., ЧУПАХИН А. П. <i>Об инвариантах системы функциональных матриц и их производных</i> . . . . .	44
СОБОЛЕВА О. В. <i>Исследование алгоритма численного решения задачи тепловой маскировки</i> . . . . .	45
ГРИГОРЬЕВ Ю. М., ЯКОВЛЕВ А. М. <i>Гиперкомплексные функции и их приложения в механике сплошных сред</i> . . . . .	46
БУГАЕНКО А. А., КРУТОВА И. Ю. <i>Линеаризованная система уравнений газовой динамики при учете действия силы Кориолиса</i> . . . . .	47
БЛОХИН А. М., ТКАЧЕВ Д. Л. <i>МГД модель несжимаемой полимерной среды. Линейная неустойчивость состояния покоя</i> . . . . .	48
ПЕТРОВ А. Г. <i>Вариационные принципы и неравенства для скорости стационарного течения вязкой жидкости</i> . . . . .	49
КИРИЛОВСКИЙ С. В., БОЙКО А. В., ПОПЛАВСКАЯ Т. В. <i>К проблеме расчёта устойчивости трёхмерного пограничного слоя на криволинейных поверхностях</i> . . .	50
МАМОНТОВ А. Е., ПРОКУДИН Д. А. <i>Разрешимость краевой задачи для системы уравнений динамики вязких сжимаемых теплопроводных многокомпонентных жидкостей</i> . . . . .	51
МОРАНДО А., СЕККИ П., ТРАХИНИН Ю. Л., ТРЕБЕСКИ П. <i>О корректности задачи со свободной границей плазма-вакуум с учетом тока смещения в вакууме</i> . . .	52
МАТВЕЕВ А. Д. <i>Метод эквивалентных условий прочности в расчетах композитных конструкций</i> . . . . .	53
КРАЙКО А. Н. <i>Новая модель Большого взрыва и расширения Вселенной в ОТО с разлётом в пустоту газа, сжатого в точку</i> . . . . .	54
МЕГРАБОВ А. Г. <i>О дифференциальных инвариантах группы эквивалентности и их геометрический смысл</i> . . . . .	55
VASKEVICH V. L., SHVAB I. V. <i>Problems on a semi-axis for integro-differential equations with quadratic nonlinearity</i> . . . . .	56
ФЕДОРОВ В. Е. <i>Краевые задачи для уравнения смешанно-составного типа третьего порядка</i> . . . . .	57

ТИТОВА А. А. <i>Задача о форме свободной поверхности течения жидкости с точечным стоком на неровном дне</i> . . . . .	58
АМОСОВА Е. В. <i>О регулярности решений нестационарных уравнений Навье-Стокса</i> . . . . .	59
МАРКОВСКИЙ А. Н., ЛЕЖНЕВ В. Г. <i>Собственный вихрь области и расширенная задача Стокса</i> . . . . .	60
МЕЙРМАНОВ А. М. <i>Усреднение задач со свободными границами в неперiodических пористых средах с простой и двойной пористостью</i> . . . . .	61
ФУРЦЕВ А. И. <i>Задачи о контакте пластин и тонких препятствий с односторонними ограничениями</i> . . . . .	62
НИКОНОРОВА Р. Ф. <i>Подмодели одноатомного газа на трехмерных подалгебрах с проективным оператором</i> . . . . .	63
SHLAPUNOV A. A., <span style="border: 1px solid black; padding: 2px;">TARKHANOV N. N.</span> <i>Existence theorems for regular spatially periodic solutions to the Navier-Stokes equations</i> . . . . .	64

## 2 ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ И АНАЛИТИЧЕСКАЯ ГИДРОДИНАМИКА 65

### Вычислительная и аналитическая гидродинамика 65

СЕННИЦКИЙ В. Л. <i>Эффект преимущественно однонаправленного течения вязкой жидкости между твердыми стенками</i> . . . . .	65
ВИРЦ Р. А., ПАПИН А. А., ТОКАРЕВА М. А. <i>Неизотермическая фильтрация вязкой сжимаемой жидкости в вязкоупругой пористой среде</i> . . . . .	66
БАУТИН С. П., НИКОЛАЕВ Ю. В. <i>Численное решение задачи о сжатии газа из покоя в покой</i> . . . . .	67
САДОВСКИЙ В. М., САДОВСКАЯ О. В., СМОЛЕХО И. В., КИРЕЕВ И. В. <i>Моделирование динамики жидкого кристалла под действием электрического поля</i> . . . . .	68
СИБИРЯКОВ Б. П., СИБИРЯКОВ Е. Б. <i>Равновесие и динамика пористых и трещиноватых сред</i> . . . . .	69
БАУТИН С. П., КОНОНОВ С. Н., ЛЕВУНИНА Э. С. <i>Адаптация для кластера расчета по явной схеме одной газодинамической задачи в цилиндрических координатах</i> . . . . .	70
ВАНЬКО В. И. <i>Неустойчивость по ляпунову в аэроупругости: некоторые приложения</i> . . . . .	71
МАЛАМАНОВ С. Ю. <i>О подобии движения проводящей жидкости</i> . . . . .	72
ЛАВРЕНТЬЕВ М. М., ЛЫСАКОВ К. Ф., МАРЧУК АН. Г., ОБЛАУХОВ К. К., ШАДРИН М. Ю. <i>Прогноз опасности цунами в режиме реального времени</i> . . . . .	73
КОРОЛЕВ Ю. П. <i>Оперативный прогноз цунами</i> . . . . .	74
БЕКЕЖАНОВА В. Б., ОВЧАРОВА А. С. <i>Динамика жидкости со свободной границей при локальном нагреве тепловыми элементами разного размера</i> . . . . .	75
ОБУХОВ А. Г. <i>Численное моделирование искривления вертикальной части восходящего закрученного потока воздуха</i> . . . . .	76
РЕЗАНОВА Е. В. <i>Математическое моделирование трёхслойных течений с испарением на основе точных решений</i> . . . . .	77
ГРИГОРЬЕВ Ю. Н., ЕРШОВ И. В. <i>Влияние колебательного возбуждения на зону ламинарно-турбулентного перехода на пластине</i> . . . . .	78
ДОМАНСКИЙ А. В. <i>Оценка влияния неравномерности скорости вращения Земли на ее напряженное состояние</i> . . . . .	79
СЕМЕНКО Е. В., СЕМЕНКО Т. И. <i>Модель обтекания ступеньки</i> . . . . .	80
ПЕНЬКОВСКИЙ В. И., КОРСАКОВА Н. К. <i>Моделирование явлений эмболии и мальформации в мозге</i> . . . . .	80

МЕЗЕНЦЕВ А. В., КИРЬЯНОВА А. С. Численное моделирование двумерных течений воды, возникающих после разрушения плотины . . . . .	81
КАЗАЧИНСКИЙ А. О., КРУТОВА И. Ю. Аналитическое и численное моделирование закрутки придонной области восходящего закрученного потока . . . . .	82
СИБИН А. Н., ПАПИН А. А. Тепломассоперенос в снежно-ледовом покрове . . . . .	83
БОЙКО А. В., ДЕМЬЯНКО К. В., ИВАНОВ А. В., КИРИЛОВСКИЙ С. В., МИЩЕНКО Д. А., НЕЧЕПУРЕНКО Ю. М., ПОПЛАВСКАЯ Т. В. О развитии методов определения положения ламинарно-турбулентного перехода в аэродинамических приложениях . . . . .	84
БАШУРОВ В. В. Метод сглаженных частиц для численного решения задач фильтрации . . . . .	85
УТКИНА Е. А., ПАРШИН Д. В., КОРОСТЫШЕВСКАЯ А. М., ЧУПАХИН А. П. Анализ закономерностей роста структур мозга плода человека . . . . .	86
МАРЧУК АН. Г. Трансформация энергии в волне цунами . . . . .	86
ТЮТЮНИК А. М. Построение решений задачи о притоке в виде бесконечного ряда по степеням $z$ . . . . .	87
ГРИГОРЬЕВ Ю. Н., ГОРОВОЧУК А. Г., ЕРШОВ И. В. Численное исследование пограничного слоя в условиях сильной термодинамической неравновесности . . . . .	88
КУЯНОВА Ю. О., БЕРВИЦКИЙ А. В., ДУБОВОЙ А. В., ПАРШИН Д. В. Использование методов роевого интеллекта для оптимизации транспортных функций сосудистых анастомозов . . . . .	89
НОВОТРСОВ В. В. Нелинейная диагностика стратифицированного по вертикали мелкого моря со слабой дисперсией и нелинейностью . . . . .	90
ОСИПОВ Н. А., ШИШМАРЕВ К. А. Движение внешней нагрузки вдоль одной из стенок в замороженном канале . . . . .	90
КНЯЗЕВА А. Г., МАСЛОВ А. Л. Численное исследование динамики образования продуктов термического разложения сланцев в толще пласта . . . . .	91
КРУТОВА И. Ю. Таблицы геометрических, скоростных и энергетических характеристик придонных частей торнадо . . . . .	92
КУКУШКИН Д. Е., МАКАРЕНКО Н. И., ЛЯПИДЕВСКИЙ В. Ю., МАКАРЕНКО Н. И. Нелинейные периодические внутренние волны в слабостратифицированной жидкости . . . . .	93
ЗАВЬЯЛОВА К. Н., ШИШМАРЕВ К. А., КОРОБКИН А. А. Колебания пористого ледового покрова под действием периодической нагрузки . . . . .	94
ЗАВЬЯЛОВА К. Н., ШИШМАРЕВ К. А., ХАБАХПАШЕВА Т. И. Движение локализованной нагрузки по битому льду в прямоугольном канале . . . . .	95
ШИШМАРЕВ К. А., ХАБАХПАШЕВА Т. И., КОРОБКИН А. А. Наклонный удар упругим телом по мелкой воде . . . . .	96
ГОЛЫХ Р. Н., ХМЕЛЁВ В. Н., ШАЛУНОВ А. В. Оптимизация энергетической эффективности ультразвукового кавитационного воздействия на системы со сплошной жидкой фазой . . . . .	97
АФАНАСЕНКО С. И. Анализ механизма обогащения в центробежном концентраторе с горизонтальной осью вращения . . . . .	97
GREBENEV V. N., NAZARENKO S. V., SEMISALOV B. V., MEDVEDEV S. B. Steady states in dual-cascade wave turbulence . . . . .	98
ИСАЕВ С. А., СУДАКОВ А. Г., ЗИНОВЬЕВ В. Н., ЛЕБИГА В. А., НИКУЩЕНКО Д. В., ЛЕУ Ц.-Ш., МЯУ ДЖ. ДЖ. Управление обтеканием структурированных объектов с использованием дросселирующего эффекта и вихревых ячеек. физическое и численное моделирование . . . . .	99
ПЕТРОВ А. Г., ПОТАПОВ И. И. О замыкании задачи русловой устойчивости энгелунда – фредсо . . . . .	100

ГРИГОРЬЕВ А. С., ШИЛЬКО Е. В., КОНТОРОВИЧ А. Э. <i>Изучение закономерностей фильтрации флюида в поровом пространстве кероген-глинисто-карбонатно-кремнистых пород баженновской свиты</i> . . . . .	101
ЛЯПИДЕВСКИЙ В. Ю., ЧЕСНОКОВ А. А. <i>Гиперболические модели распространения внутренних волн с учетом дисперсии в слоистой мелкой воде</i> . . . . .	102
ПРОКОФЬЕВ В. В., ОЧЕРЕТЯНЫЙ С. А., ЯКОВЛЕВ Е. А. <i>Использование кавитационных автоколебательных режимов для генерации периодических импульсных струй</i> . . . . .	103
ЯНЬКОВА Г. С., ЧЕРЕВКО А. А., ХЕ А. К., БОГОМЯКОВА О. Б., ТУЛУПОВ А. А. <i>Численное моделирование гемоллюквородинамики на примере гидроцефалии</i> . . . . .	104
ГОЛОГУШ Т. С., ЧЕРЕВКО А. А., ОСТАПЕНКО В. В. <i>Численное моделирование оптимального режима эмболизации артериовенозной мальформации</i> . . . . .	105
МАРКОВ С. И., ШУРИНА Э. П., ИТКИНА Н. Б. <i>Вычисление тензора абсолютной проницаемости проппантовой пачки в задаче о гидроразрыве пласта</i> . . . . .	106
БОЙКО А. В., ГОЛУБ А. П., ЕРОШИН В. А., САМСОНОВ В. А. <i>Гидродинамика новых быстроходных надводных систем</i> . . . . .	107
НАЗАРЕНКО Н. Н. <i>Течение неидеальных двухфазных биологических жидкостей в плоском и цилиндрическом слоях</i> . . . . .	108
МАРЫШЕВ Б. С., КЛИМЕНКО Л. С. <i>Моделирование течений в пористой среде с учётом закупорки</i> . . . . .	109
ХАБИН М. Р., МАРЫШЕВ Б. С., КЛИМЕНКО Л. С. <i>Моделирование транспорта в пористой среде: макроскопическое описание переноса частиц потоком через систему вихрей</i> . . . . .	110
ЧУГАЙНОВА А. П., ШАРГАТОВ В. А. <i>Структура и устойчивость ударных волн, описываемых обобщенным уравнением кортевега-де вриза-бюргерса</i> . . . . .	111
ШАРГАТОВ В. А. <i>Динамика фронта испарения в пористой среде</i> . . . . .	112
СУББОТИН С. В., КОЗЛОВ В. Г. <i>Влияние инерционных волн на структуру течения во вращающейся сферической полости с колеблющимся ядром</i> . . . . .	113
ШАКИРЬЯНОВ М. М., ЮЛМУХАМЕТОВ А. А., УТЯШЕВ И. М. <i>Влияние внутренней присоединенной массы на нелинейные колебания трубопровода</i> . . . . .	114
ЯКУШ С. Е., СИВАКОВ Н. С., МЕЛИХОВ В. И., МЕЛИХОВ О. И. <i>Взаимодействие жидкости с высокотемпературным расплавом при стратифицированном течении</i> . . . . .	115
ПЕРЕГУДИН С. И., ПЕРЕГУДИНА Э. С., ХОЛОДОВА С. Е. <i>Динамика электропроводящей вращающейся стратифицированной жидкости при произвольных значениях магнитного числа Рейнольдса</i> . . . . .	116
КАВАРДИН И. К., ЯВОРСКИЙ Н. И., МЕЛЕДИН В. Г., ПРАВДИНА М. Х., ГОРДИЕНКО М. Р., ЕЗЕНДЕЕВА Д. П., КАКАУЛИН С. В., УСОВ Э. В., КЛИМОНОВ И. А. <i>Экспериментальное определение границ применимости моделей турбулентности при управлении поворотном-дивергентным потоком</i> . . . . .	117
ПОГУДАЛИНА С. В., ФЕДОРОВА Н. Н. <i>Влияние угла атаки на процесс возбуждения аэроупругих колебаний стержня прямоугольного сечения</i> . . . . .	118
СТОЯНОВСКАЯ О. П., МАРКЕЛОВА Т. В., ИСАЕНКО Е. А., АРЕНДАРЕНКО М. С., СНЫТНИКОВ В. Н., ГЛУШКО Т. А., ДАВЫДОВ М. Н. <i>Акустические волны в газопылевых средах</i> . . . . .	119
БАРСУКОВ А. В., ТЕРЕХОВ В. В., ТЕРЕХОВ В. И. <i>Управление отрывным течением за обратным уступом с помощью табов</i> . . . . .	120
ШЕЛУХИН В. В., САННИКОВА А. С. <i>О стабильности трещины гидроразрыва пласта, заполненной проппантом</i> . . . . .	121



ПАХОМОВ М. А., ТЕРЕХОВ В. И. <i>Эйлерово и лагранжево моделирование газокапельного ограниченного закрученного потока</i> . . . . .	122
КОВЫРКИНА О. А., ОСТАПЕНКО В. В. <i>Моделирование движения жидкости вслед за телом, поднимаемым из мелкой воды</i> . . . . .	123
ОСТАПЕНКО В. В. <i>Об одной задаче Бенджамина</i> . . . . .	124
БЛИНОВ В. А., ЛЕГАН М. А., ЛАРИЧКИН А. Ю., НОВОСЕЛОВ А. Н., ГОЛОВИН С. В. <i>Экспериментальное моделирование гидроразрыва пласта при однородном и неоднородном распределении горизонтальных сжимающих напряжений в горных породах</i> . . . . .	125
ПАВЛЕНКО А. М., БЫКОВ А. В., ЗАНИН Б. Ю. <i>Влияние внешних возмущений на обтекание прямых и стреловидных крыльев</i> . . . . .	126
КЕДРИНСКИЙ В. К. <i>Экспериментальное моделирование начальной стадии взрывного извержения открытых вулканических систем</i> . . . . .	127
ТИХВИНСКИЙ Д. В., ОРЛОВ К. Ю., ПАРШИН Д. В. <i>О роли касательных напряжений в процессе эндотелизации хирургических поток-перенаправляющих устройств</i> . . . . .	128
СЕМЁНОВ А. Б., КУРАЕВ А. А. <i>Напорная характеристика гидродиода</i> . . . . .	129
МАМАТЮКОВ М. Ю., ХЕ А. К., ПАРШИН Д. В., ЧУПАХИН А. П. <i>Об энергии гидроупругой системы, моделирующей церебральную аневризму</i> . . . . .	130
БАУТИН С. П., КРУТОВА И. Ю., ОБУХОВ А. Г. <i>Газодинамическая теория восходящих закрученных потоков и ее использование</i> . . . . .	131
<b>3 МЕХАНИКА И ФИЗИКА ИМПУЛЬСНЫХ ПРОЦЕССОВ</b>	<b>132</b>
<b>Механика и физика импульсных процессов</b>	<b>132</b>
ГИЛЕВ С. Д. <i>Неравновесность физического состояния меди при ударном сжатии</i> .	132
ГИЛЕВ С. Д. <i>Малопараметрическое уравнение состояния олова</i> . . . . .	132
ПОПОВ М. Ю., ЧУРКИН В. Д., КУЛЬНИЦКИЙ Б. А., ЕРОХИН С. В., СОРОКИН П. Б., ЗИНИН П. В., БЛАНК В. Д. <i>Новая фазовая диаграмма углерода в области высоких давлений и температур до 130 ГПа и 2400 К, включающая область неустойчивости алмаза в диапазоне давлений от 55 до 115 ГПа</i> . . . . .	133
ПРУУЭЛ Э. Р. <i>Уравнение состояния плотных реагирующих газов для описания ударных и детонационных волн</i> . . . . .	134
ПРУУЭЛ Э. Р., БОРДЗИЛОВСКИЙ С. А., КАРАХАНОВ С. М. <i>Уравнение состояния воды для описания однократной и двукратной ударных адиабат в диапазоне давлений до 80 гпа</i> . . . . .	135
ФЕДОРОВ С. В., ЛАДОВ С. В., СВИРСКИЙ О. В., ВЛАСОВА М. А. <i>Расчетный анализ пробивного действия кумулятивных зарядов с полусферической и полуэллипсоидной облицовками дегрессивной толщины</i> . . . . .	136
ИЩЕНКО А. Н., АФАНАСЬЕВА С. А., БУРКИН В. В., ДЬЯЧКОВКИЙ А. С., СТЕПАНОВ Е. Ю., ЧУПАШЕВ А. В. <i>Экспериментальное исследование формы головных частей близкорасположенных суперкаверн</i> . . . . .	137
ЗАМУРАЕВ В. П., КАЛИНИНА А. П. <i>Численное моделирование торможения сверхзвукового потока с помощью газодинамических импульсов при горении углеводородных топлив</i> . . . . .	138
ФЕДОРОВ С. В., КОЛПАКОВ В. И., ЛАДОВ С. В. <i>Численный анализ влияния на размеры формируемого в стальной преграде кратера скорости компактных металлических ударников при неизменной кинетической энергии</i> . . . . .	139

ЕРШОВ А. П., КАШКАРОВ А. О., ПРУУЭЛ Э. Р., РУБЦОВ И. А., САТОНКИНА Н. П. <i>Детонация ультрадисперсных взрывчатых веществ . . . . .</i>	140
БАЛАГАНСКИЙ И. А., БАТРАЕВ И. С., УЛЬЯНИЦКИЙ В. Ю., ПЛАСТИНИН А. В., ШТЕРЦЕР А. А. <i>Анализ полей течений материалов при взрывном обжатии двухслойных металл/керамика трубок . . . . .</i>	141
ПОПОВ Ю. В., БЕЛОВ Г. В., МАРКОВ В. А., ПУСЕВ В. И., СЕЛИВАНОВ В. В., ФРО- ЛОВ В. В. <i>Нагрузки, действующие на жёсткую стенку, при ударе высокопо- ристого цилиндра . . . . .</i>	142
МАРТЮШОВ С. Н. <i>Численное моделирование течений водородо-воздушных газовых смесей . . . . .</i>	143
ЗУДОВ В. Н., ШМАГУНОВ О. А. <i>Нестационарное воспламенение водородной струи в нагретом спутном воздушном потоке . . . . .</i>	144
КРАЙНОВ А. Ю., ПОРЯЗОВ В. А., КРАЙНОВ Д. А. <i>Моделирование нестационарного горения металлизированного твердого топлива при гармоническом изменении давления . . . . .</i>	145
МАЗЕПА Е. Е., КУСАИНОВ П. И., ЛУКАШОВ О. Ю., КРАЙНОВ А. Ю. <i>Числен- ное моделирование взаимодействия ударных волн аварийного взрыва метана в шахте с водяными заслонами . . . . .</i>	146
МАЗЕПА Е. Е., КУСАИНОВ П. И., ЛУКАШОВ О. Ю., КРАЙНОВ А. Ю. <i>Метод чис- ленного решения задачи о распространении ударных волн в разветвленной се- ти выработок угольной шахты . . . . .</i>	147
МОИСЕЕВА К. М., КРАЙНОВ А. Ю. <i>Искровое зажигание смеси порошков алюминия и бор . . . . .</i>	148
ПАЛЫМСКИЙ И. Б., ПАЛЫМСКИЙ В. И., ФОМИН П. А. <i>Об управлении интенсифи- кцией конвективных процессов в химически реагирующем равновесном газе добавлением химически инертных микрочастиц . . . . .</i>	149
ГАЛИЕВ Ф. Ф., КАЛЬМАНОВ А. В., КОШАТОВА Е. В., КРЮЧКОВ Д. В., ПУШ- КОВ В. А., СКОКОВ В. И., ЮРЛОВ А. В. <i>Результаты исследования динами- ческого сжатия бериллия методом составного стержня Гопкинсона . . . . .</i>	150
ПАЛЫМСКИЙ И. Б., ПАЛЫМСКИЙ В. И. <i>О моделировании тепловой конвекции на основе уравнений газовой динамики . . . . .</i>	151
ТУПИКИН А. В., ТРЕТЬЯКОВ П. К. <i>Интенсификация рабочего процесса в высоко- скоростной прямоточной камере сгорания на жидком углеводородном топливе</i>	152
ОРЛОВ С. А., МАТВЕЕВ К. А., РАСТОРГУЕВ Г. И. <i>Построение имитационных мо- делей для анализа космических аппаратов на ударные воздействия высокой интенсивности . . . . .</i>	153
МИКУЛЯНЕЦ Е. И., ПЛАСТИНИН А. В., ЮНОШЕВ А. С. <i>Скорость детонации алю- минизированных эмульсионных взрывчатых веществ . . . . .</i>	154
СЫЧЕВ А. И. <i>Детонация в пузырьковых средах: эффект начального давления . . . . .</i>	155
ЗЛОБИН Б. С., ШТЕРЦЕР А. А., КИСЕЛЕВ В. В. <i>Факторы, влияющие на процесс волнообразования при сварке взрывом . . . . .</i>	156
ВОРОНИН М. С., ПЛАСТИНИН А. В., ХАЛЕМЕНЧУК В. П., ЮНОШЕВ А. С. <i>Иници- ирование ЭМВВ ударом пластинки . . . . .</i>	157
МЕЩЕРЯКОВ Ю. П., ЗЛОБИН Б. С., ЕРМИЛОВ Н. П., ШТЕРЦЕР А. А. <i>Усовершен- ствование конструкций и численные расчеты взрывных камер . . . . .</i>	158
SHNERTSER A. A., ULIANITSKYV V. YU., BATRAEV I. S., RYBIN D. K., LUKYANOV YA. L. <i>Metal-carbon composites made by detonation spraying . . . . .</i>	159
ЧУМАКОВ Ю. А. <i>Режимы распространение волн горения в реакционной смеси реа- гентов при высокотемпературном синтезе композиционных материалов . . . . .</i>	160

Болотнова Р. Х., Гайнуллина Э. Ф. <i>Исследование диссипативных свойств водной пены в процессе ударного воздействия</i> . . . . .	161
Новосельцев А. С., Бабкин А. В. <i>Математическая модель и численный анализ схлопывания упругопластической оболочки с учётом возможности развития неустойчивости процесса</i> . . . . .	162
Воронин Д. С., Майер А. Е. <i>Исследование распределения пор по размерам при высокоскоростном растяжении в тантале на основе метода молекулярной динамики</i> . . . . .	163
Сидоренко Д. А., Уткин П. С. <i>Двумерное численное моделирование взаимодействия ударной волны со слоем частиц методом декартовых сеток</i> . . . . .	164
Порошина Я. Э., Уткин П. С. <i>Численное моделирование эффекта компактирования в задаче о взаимодействии ударной волны со слоем частиц</i> . . . . .	165
Румянцев Б. В., Павлов С. И. <i>Влияние фазовых превращений на дестабилизацию внедрения кумулятивных струй в хрупкие материалы</i> . . . . .	166
Ульяницкий В. Ю., Штерцер А. А., Батраев И. С., Рыбин Д. К. <i>Свойства детонационных покрытий из оксидной керамики</i> . . . . .	168
Ищенко А. Н., Буркин В. В., Касимов В. З., Дьячковский А. С., Рогов К. С., Саморокова Н. М., Сидоров А. Д., Степанов Е. Ю. <i>Исследование влияния конструкции ведущих устройств на внутрибаллистические характеристики при пушечном старте группы ударников</i> . . . . .	169
Кудряшова О. Б., Петров Е. А., Колесова А. А. <i>Рост агломератов в условиях детонационного синтеза алмаза</i> . . . . .	170
Тесленко В. С., Дрожжин А. П., Анисичкин Ю. В. <i>Многоочаговое иницирование горения пропана в замкнутом объеме</i> . . . . .	171
Быковский Ф. А., Ждан С. А., Ведерников Е. Ф. <i>Непрерывная детонация смеси жидкий керосин-воздух в кольцевой камере сгорания при изменении её геометрии</i> . . . . .	172
Бойко М. М., Грязнов Е. Ф., Колпаков В. И., Никитина Е. В., Мочалова В. М., Уткин А. В. <i>Особенности упруго-пластического поведения стальных осесимметричных оболочек в области околзвучевого нагружения</i> . . . . .	173
Сатонкина Н. П., Ершов А. П. <i>Электропроводность при детонации гексанитроглицерина</i> . . . . .	174
Колпаков В. И., Кудряков Н. А. <i>О влиянии технологии изготовления кумулятивной облицовки на характеристики высокоскоростного элемента</i> . . . . .	175
Хаустов С. В., Пай В. В., Кузьмин С. В., Лысак В. И. <i>Исследование теплового влияния заряда взрывчатого вещества на поверхность метаемой пластины при сварке взрывом</i> . . . . .	176
Тесленко В. С., Дрожжин А. П., Медведев Р. Н., Никулин В. В., Котельникова М. С. <i>О коллапсе эллиптической полости, примыкающей к плоской стенке</i> . . . . .	177
Зубарева А. Н., Лавров В. В., Уткин А. В. <i>Влияние пористости на ударно-волновую чувствительность эмульсионной матрицы</i> . . . . .	178
Уткин А. В., Мочалова В. М., Рыкова В. Е. <i>Структура детонационных волн в смесях на основе тетранитрометана</i> . . . . .	179
Пинаев А. В. <i>Точечный взрыв в пузырьковых средах. результаты исследования и перспективы его использования</i> . . . . .	180
Лукьянов Я. Л., Пай В. В., <span style="border: 1px solid black; padding: 0 2px;">Титов В. М.</span> , Зубашевский К. М. <i>Влияние изменения скорости обжатия и контролируемых возмущений на процесс потери устойчивости конической облицовки кумулятивного заряда</i> . . . . .	181

ФАТАЛИЕВ Р. В., ЕНЕЙКИНА Т. А., КОЗЛОВА Л. А., ГАТИНА Р. Ф., МИХАЙЛОВ Ю. М. <i>Исследование влияния перспективных целлюлозных компо- нетов на физико-механические свойства и скорость горения сгорающего ма- териала жсск изготовленного по технологии фильтрационного литья</i> . . . . .	182
Д. А. КАЛАШНИКОВ, С. А. ФИНЮШИН, А. В. ФЁДОРОВ, Е. А. ЧУДАКОВ, И. С. ГНУ- ТОВ, И. В. ШМЕЛЕВ, Е. А. РАЗУМКОВ <i>Исследование свойств ударно нагру- женных металлов с помощью одновременной лазерной диагностики скорости и перемещения зондируемой поверхности</i> . . . . .	183
СИМОНОВ Е. В., ГУРИН А. М., ТРИЛИС А. В., САМСОНОВ А. Н. <i>Трёхмерное чис- ленное моделирование непрерывной спиновой детонации смеси синтез-газ - воздух в кольцевой камере</i> . . . . .	184
ГРИФ Е. М., ГУСЬКОВ А. В., МИЛЕВСКИЙ К. Е. <i>Кинематика процесса образования кумулятивной струи</i> . . . . .	185
БАДРЕТДИНОВА Л. Х., СТАНКЕВИЧ А. В., БАКИРОВ А. Р., ТАЙБИНОВ Н. П., БА- ЗОТОВ В. Я. <i>Анализ состава продуктов реакции взаимодействия компонентов нанотермитной системы</i> . . . . .	186
МИНАКОВ В. Д., ГОЛЫХ Р. Н., ПОПОК Н. И., ПОПОК В. Н., ПЕТРЕКОВ П. В. <i>Ис- следование влияния ультразвукового воздействия на структуру и свойства полимерных композиционных материалов</i> . . . . .	186
АКИМОВ А. А., ВОРОТИЛИН М. С., ЧУКОВ А. Н. <i>Влияние толщины покрытия кумулятивной облицовки из перспективных материалов на глубину пробития</i> . . . . .	187
ГРЯЗНОВ Е. Ф., БОТВИНА Л. Р. <i>Динамическая пластичность стальных оболочек</i> .	187
РАДЧЕНКО А. В., РАДЧЕНКО П. А., БАТУЕВ С. П. <i>Моделирование взаимодействия ударников из градиентного материала с металлическими и неметаллически- ми преградами</i> . . . . .	188
ТРОЦЮК А. В., ФОМИН П. А. <i>Многофронтная структура детонации в двух- топливных смесях – численное моделирование</i> . . . . .	189
БИРЮКОВА М. А., ПЕТРОВ Д. В., КОВАЛЕВ Ю. М., СМИРНОВ Е. Б. <i>Математиче- ское моделирование ударно-волнового разогрева 1,3,5-триамино-2,4,6-тринит- робензола (ТАТБ) и пентаэритриттетранитрата (ТЭН)</i> . . . . .	190
БЕЛОУСОВА Н. С., ГУСЬКОВ А. В., ГЛОТОВ О. Г. <i>Экспериментальное исследование горения модельных агломератов алюминия в воздухе</i> . . . . .	191
FOMIN P. A., VALGER S. A., FEDOROVA N. N. <i>Modelling of propylene toroidal cloud explosion</i> . . . . .	192
ТАРАСОВ Ф. И., СМИРНОВ Е. Б., ЮСУПОВ Д. Т., НИКОЛАЕВ А. Ю., КАЛУНИ- КОВ Р. Н., МАЛЁВ В. В., СИДОРОВ К. С., ЛОБАЧЁВ А. С., МУХИН Д. В. <i>Опре- деление скорости звука за фронтом ударных волн во фторопласте, эпоксидной смоле и поликарбонате в диапазоне давлений 20÷35 ГПа</i> . . . . .	193
АНИСИЧКИН В. Ф., ПРУУЭЛ Э. Р. <i>Коэффициент Грюнайзена конденсированной среды</i> . . . . .	194
КАДОЧНИКОВ Д. Ю., ГАРМАШЕВ А. Ю., СМИРНОВ Е. Б., ДЕГТЯРЕВ А. А., КА- ЛУНИКОВ Р. Н., МАЛЁВ В. В., ЛОБАЧЁВ А. С., МУХИН Д. В. <i>Динамическая пластичность расширяющихся медных цилиндрических оболочек</i> . . . . .	194
АНИСИЧКИН В. Ф., ЕЖАК А. С. <i>О влиянии ядра Земли на климат</i> . . . . .	195
ГОРДЕЕВ В. В., КАЗУТИН М. В., КОЗЫРЕВ Н. В. <i>Влияние производных нитротри- азола на взрывчатые характеристики нанотермита MoO<sub>3</sub>/Al</i> . . . . .	196

РАДЧЕНКО П. А., БАТУЕВ С. П., РАДЧЕНКО А. В. <i>Моделирование поведения преград из стекла при высокоскоростном взаимодействии с частицами космического мусора</i> . . . . .	197
БАТРАЕВ И. С., ПРОХОРОВ Е. С., УЛЬЯНИЦКИЙ В. Ю. <i>Ускорение дисперсных частиц продуктами газовой детонации в расширяющемся канале</i> . . . . .	197
ФЕДОРОВ А. В., ФИНЮШИН С. А., ЧУДАКОВ Е. А., КАЛАШНИКОВ Д. А., ГНУТОВ И. С., ЯГОВКИН А. О. <i>Применение лазерных интерферометрических методов для исследования параметров ударно-индуцированного пыления металлов</i> . . . . .	198
АНТИПОВ М. В., ГЕОРГИЕВСКАЯ А. Б., ОГОРОДНИКОВ В. А., МИХАЙЛОВ А. Л., СПИРИН И. А., УТЕНКОВ А. А., ЮРТОВ И. В., ФЕДОСЕЕВ А. В., СОГРИНА О. Б., ВОЛГИН А. А., ТЕН К. А., ПРУУЭЛ Э. Р., КАШКАРОВ А. О., РУБЦОВ И. А. <i>Измерение динамики пространственного распределения плотностей в ударно-индуцированных пылевых потоках, движущихся в вакууме и в газе, методом синхротронного излучения</i> . . . . .	199
ГЕРАСИМОВ Е. Ю., КАШКАРОВ А. О., МОРОЗ Б. Л., БУЛУШЕВ Д. А., ГОЛУБЬ Ф. С., ПРУУЭЛ Э. Р. <i>Детонационный синтез катализаторов «наночастицы палладия на углеродном носителе» для получения водорода разложением муравьиной кислоты</i> . . . . .	200
ТЕН К. А., ПРУУЭЛ Э. Р., КАШКАРОВ А. О., РУБЦОВ И. А., <b>ТИТОВ В. М.</b> , ПЕТРОВ Д. В., ГАРМАШЕВ А. Ю., СМИРНОВ Е. Б., СТОЛБИКОВ М. Ю., МАЛЕВ В. В., ШИРОВОКОВ А. К., СЕКРЕТАРЧУК В. В., ШЕХТМАН Л. И., ЖУЛАНОВ В. В., ТОЛОЧКО Б. П. <i>Исследование динамики выброса «пылевого» облака при выходе сильной ударной волны на поверхность олова</i> . . . . .	201
САТОНКИНА Н. П., ХОРУНЖЕНКО А. С. <i>Сравнение сохраненных продуктов детонации</i> . . . . .	202
САТОНКИНА Н. П., МАРЧЕНКО А. В. <i>Исследование проводящих углеродных структур</i>	203
ПЕТРОВ Д. В., ГАРМАШЕВ А. Ю., СМИРНОВ Е. Б., ЛЕБЕДЕВ А. В., ЩЕРБАКОВ В. Н. <i>Влияние параметров нагружающего импульса и пористости вв на процесс перехода ударной волны в детонационную</i> . . . . .	204
РУБЦОВ И. А., ТЕН К. А., ПРУУЭЛ Э. Р., КАШКАРОВ А. О., КУРЕПИН А. Е., ЯШИН В. Б., СМИРНОВ А. С. <i>Изучение процесса образования алмазной фазы при детонации смесей типа ВВ/графит</i> . . . . .	205
РУБЦОВ И. А., ТЕН К. А., ПРУУЭЛ Э. Р., КАШКАРОВ А. О., <b>ТИТОВ В. М.</b> , ТОЛОЧКО Б. П., ШЕХТМАН Л. И., ЖУЛАНОВ В. В. <i>Динамика среднего размера углеродных структур при детонации зарядов ВВ разного диаметра</i> . . . . .	206
<b>4 ПОВЕДЕНИЕ МАТЕРИАЛОВ И КОНСТРУКЦИЙ</b>	<b>207</b>
<b>Поведение материалов и конструкций</b>	<b>207</b>
КОВРИЖНЫХ А. М. <i>Определение давлений разрыва и направлений разрушения вокруг цилиндрической и сферической полостей</i> . . . . .	207
БИЦОВ Г. Д., ЖАПБАСБАЕВ У. К., КЕНЖАЛИЕВ Б. К., РАМАЗАНОВА Г. И. <i>Термомеханические состояния шликера оксида бериллия в процессе литья</i> . . . . .	208
РОГОВОЙ А. А., СТОЛБОВА О. С. <i>Моделирование поведения материалов с памятью формы при конечных деформациях</i> . . . . .	209
РУДОЙ Е. М. <i>Асимптотическая модель склеенных пластин Кирхгофа-Лява</i> . . . . .	210

ПЕТРОВ М. Г. Долговечность материалов с позиций кинетической концепции разрушения . . . . .	211
КУЗАВОВ В. Т. Новая модель эрозионного разрушения . . . . .	212
СМОЛИН А. Ю., ЕРЕМИНА Г. М., ЧИРКОВ А. О. Моделирование разрушения большеберцовой кости как пороупругого композита при динамическом нагружении . . . . .	213
АБЗАЕВ Ю. А., ГНЫРЯ А. И., КОРОБКОВ С. В. Моделирование гидратации песко-содержащего портландцемента . . . . .	213
СЕНАШОВ С. И., САВОСТЬЯНОВА И. Л., ЧЕРЕПАНОВА О. Н. Антиплоская упругопластическая задача для анизотропной и неоднородной среды . . . . .	215
КУРГУЗОВ В. Д. Сдвоенный критерий квазихрупкого разрушения для трещин III моды в составном стержне из упругопластических материалов с упрочнением . . . . .	216
УХИНА А. В., ДУДИНА Д. В., БОХОНОВ Б. Б., ЕСИКОВ М. А., САМОШКИН Д. А., СТАНКУС С. В., СКОВОРОДИН И. Н. Композиты "медь-алмаз": получение, микроструктура, свойства . . . . .	217
РАДЧЕНКО В. П., ЛИБЕРМАН А. Е. Решение краевой задачи релаксации остаточных напряжений в поверхностно упрочненном вращающемся стержне в условиях ползучести . . . . .	218
РАДЧЕНКО В. П., ШИШКИН Д. М. Методика реконструкции остаточных напряжений в надрезах балочных элементов после опережающего поверхностного пластического упрочнения . . . . .	219
ГАВРИЛЬЕВА А. А., ГРИГОРЬЕВ Ю. М. Статические и динамические задачи микрополярной теории упругости . . . . .	220
ЕРЕМИН Н. В. Модельная оценка ресурса металлокомпозитного бака высокого давления . . . . .	221
БУКАТНИКОВ П. А., ЗЛОБИН Б. С., ШТЕРЦЕР А. А., КИСЕЛЕВ В. В., ШЕМЕЛИН С. Д. Влияние взрывной обработки порошка сверхвысокомолекулярного полиэтилена на свойства компакта, полученного методом циклического ударного прессования . . . . .	222
ПЯТКИНА Е. В. Задача о равновесии двух соединенных пластин со сквозной трещиной . . . . .	223
ЛЕПОВ В. В., ДЬЯЧКОВСКИЙ И. И. Моделирование накопления повреждений в материале с изменяющейся микроструктурой при статическом и динамическом нагружении . . . . .	224
ЗОЛЬНИКОВ К. П., КРЫЖЕВИЧ Д. С., КОРЧУГАНОВ А. В. Поведение нанокристаллического образца Fe с гетерогенной структурой при механическом нагружении . . . . .	226
КОНОВАЛЕНКО ИГ. С., ШИЛЬКО Е. В., КОНОВАЛЕНКО ИВ. С. Влияние поровой жидкости на величину прочности и особенности разрушения пористых хрупких материалов при динамических воздействиях . . . . .	227
ГОМОНОВА О. В., СЕНАШОВ С. И. Определение упругой и пластической областей в задаче об одноосном растяжении пластинки с отверстиями . . . . .	228
ГРИГОРЬЕВ А. С., ШИЛЬКО Е. В. Влияние параметров многофазной структуры на динамические механические характеристики хрупких материалов . . . . .	229
КОРЧУГАНОВ А. В., КРЫЖЕВИЧ Д. С., ЗОЛЬНИКОВ К. П. Влияние внутренней структуры и напряженного состояния на механизмы зарождения дефектов в ОЦК металле при механическом нагружении . . . . .	230

- КРЫЖЕВИЧ Д. С., КОРЧУГАНОВ А. В., ЗОЛЬНИКОВ К. П. *Поведение нанокристаллического образца Fe с гетерогенной структурой при механическом нагружении* 231
- БУЛИНА Н. В., БАЕВ С. Г., ВОРОБЬЕВ А. М., МАКАРОВА С. В., БЕССМЕЛЬЦЕВ В. П., ТИТКОВ А. И., ЛЯХОВ Н. З. *Плавление гидроксипатита при обработке излучением CO<sub>2</sub>-лазера* . . . . . 232
- ВИДЮК Т. М., ДУДИНА Д. В., КОРЧАГИН М. А., АНИСИМОВ А. Г., ЕСИКОВ М. А., ЛЕГАН М. А., МАЛИ В. И., КРИЖАНОВСКИЙ В. В. *Реакционное спекание смесей Ti-C-Si при пропускании импульсного электрического тока и свойства спеченных материалов* . . . . . 233
- КИСЕЛЕВ С. П., КИСЕЛЕВ В. П., ВИДЮК Т. М., УХИНА А. В., ШИКАЛОВ В. С. *Исследование градиентного покрытия из интерметаллида титан-алюминий на поверхности титана* . . . . . 234
- ЗАХАРЧЕНКО К. В., КАПУСТИН В. И., ЗВЕРКОВ И. Д., ЛЕГАН М. А., ЛАРИЧКИН А. Ю., ЛУКЬЯНОВ Я. Л. *О влиянии технологии плазменного электролитического оксидирования на прочностные характеристики алюминиевого сплава В96Ц1* . . . . . 235
- КУЗЬМИН Е. В., КОРОЛЕВ М. П., ЛЫСАК В. И., КУЗЬМИН С. В. *Исследование остаточных напряжений в композитах, полученных высококонцентрированными источниками энергии* . . . . . 236
- КРОХАЛЕВ А. В., ХАРЛАМОВ В. О., ТУПИЦИН М. А., ИВАНЕНКО Е. А., КУЗЬМИН С. В., ЛЫСАК В. И. *Формирование металлокерамических материалов взрывным прессованием порошковых смесей на основе карбидов с титаном* . . 237
- ХАРЛАМОВ В. О., КРОХАЛЕВ А. В., ТУПИЦИН М. А., ИВАНЕНКО Е. А., КУЗЬМИН С. В., ЛЫСАК В. И. *Влияние термической обработки на прочностные свойства покрытия из твердого сплава карбида хрома с титаном, полученного взрывом* . . . . . 238
- ГОЛОВНЕВ И. Ф., ГОЛОВНЕВА Е. И., ФОМИН В. М. *Молекулярно-динамическое исследование адсорбционного понижения прочности металлических наноструктур при взаимодействии с металлическим расплавом* . . . . . 239
- ЖУК А. В., КОНОН П. Н., ШКАДОВ В. Я. *О нанесении покрытий, слоев и пленок из расплавов на цилиндрическую поверхность вращением* . . . . . 240
- ГОЛУШКО С. К. *Математические проблемы расчета и оптимизации композитных конструкций* . . . . . 241
- БУКРИНА Н. В. *Двумерная модель синтеза композита Ni3Al в цилиндрическом реакторе в условиях объемного синтеза* . . . . . 242
- ГОЛУШКО С. К., ГОРЫНИН Г. Л., ГОРЫНИН А. Г. *Конечно-элементный анализ композитных стержней на основе метода асимптотического расщепления* . . 243
- ФАНКИНА И. В. *Задача о равновесии двуслойной упругой конструкции с прямолинейным дефектом* . . . . . 245
- КНЯЗЕВА А. Г. *О зависимости скорости реакций от напряжений: термодинамика и механика* . . . . . 245
- НИКОЛАЕВА Н. А. *Задача о сопряжении тонких включений в упругих телах при наличии трещины* . . . . . 246
- МИЛЕЙКО С. Т. *Новые композиты с металлической матрицей* . . . . . 247
- РАДЧЕНКО П. А., БАТУЕВ С. П., РАДЧЕНКО А. В. *Численное исследование процессов деформирования и разрушения предварительно напряженных железобетонных конструкций* . . . . . 248
- ЛУРЬЕ С. А. *Об эффекте проявления аномально высоких демпфирующих свойств дисперсно армированных и волокнистых композитов* . . . . . 249

---

ЛАЗАРЕВ Н. П. <i>Задача оптимального количества жестких тонких сегментов в модели о равновесии двумерного тела с трещиной</i> . . . . .	250
КАЙГОРОДЦЕВА А. А., ЗАХАРЧЕНКО К. В., КАПУСТИН В. И., ШУТОВ А. В. <i>Моделирование пластического вышагивания в ВТб</i> . . . . .	251
СЕМЕНОВА Г. Е., ЛАЗАРЕВ Н. П. <i>Однозначная разрешимость задачи о равновесии пластины Кирхгофа-Лява с трещиной вдоль границы плоского жесткого включения</i> . . . . .	252
Аннин Б. Д., КАРПОВ Е. В., МОСКВИЧЕВ Е. В., ЛАРИЧКИН А. Ю. <i>Математическое и физическое моделирование полимерных композитов с памятью формы</i> . . . . .	253
ЛИПОВКА А. И., ПАРШИН Д. В., ХАРЧЕНКО А. В. <i>Механические свойства бактериальной наноцеллюлозы</i> . . . . .	254
ДУДИНА Д. В. <i>Локальные эффекты при электроискровом спекании</i> . . . . .	255
<b>Авторский указатель</b>	<b>256</b>



# 1 МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ПРОБЛЕМЫ МЕХАНИКИ

## ТЕРМОДИНАМИЧЕСКИ СОГЛАСОВАННАЯ МОДЕЛЬ ТЕЧЕНИЯ СЖИМАЕМОЙ ЖИДКОСТИ В ДЕФОРМИРУЕМОЙ ПОРИСТОЙ СРЕДЕ И ЕЕ ПРИМЕНЕНИЕ К РАСЧЕТУ ВОЛНОВЫХ ПОЛЕЙ

Е. И. Роменский<sup>1</sup>, Г. В. Решетова<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup>Институт математики им. С. Л. Соболева СО РАН, Новосибирск

<sup>2</sup>Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН, Новосибирск

Представлена модель течения сжимаемой жидкости в деформируемой пористой среде, основанная на двухфазной модели жидкость-упругая среда и разработанной с использованием теории термодинамически согласованных гиперболических систем уравнений и объединения унифицированной модели сплошной среды [1] и модели двухфазного течения смеси жидкостей [2]. Определяющие уравнения модели включают законы сохранения масс фаз, закон сохранения полного импульса смеси, уравнения для относительной скорости движения фаз, уравнения деформаций смеси и уравнение баланса пористости. Упомянутые уравнения образуют гиперболическую систему уравнений и удовлетворяют законам неравновесной термодинамики. Взаимодействие фаз учитывается за счет релаксации их давлений, приводящей к изменению пористости, а также за счет межфазного трения. Неупругие деформации среды также могут моделироваться источниками релаксации касательных напряжений в уравнениях дисторсии, характеризующей деформацию смеси.

Выведены уравнения, описывающие распространение волн малой амплитуды в неподвижной ненапряженной пористой среде, которые образуют гиперболическую систему линейных уравнений первого порядка. Волновые поля в представленной модели содержат три типа волн: сдвиговые, а также, как и теория Био насыщенной пористой среды, быструю и медленную продольные волны.

Для решения уравнений, описывающих распространение волн малой амплитуды, разработан эффективный конечно-разностный метод на сдвинутых сетках. Решена серия тестовых задач, показывающих применимость предлагаемого подхода для моделирования волновых полей в сложноустроенных пористых средах.

Работа выполнена за счет гранта Российского научного фонда (проект №19-77-20004)

### Список литературы

1. Dumbser M., Peshkov I., Romenski E., Zanotti O. *High order ADER schemes for a unified first order hyperbolic formulation of continuum mechanics: Viscous heat-conducting fluids and elastic solids*. Journal of Computational Physics. 2016. V. 314. P. 824–862.
2. Romenski E., Drikakis D., Toro E.F. *Conservative models and numerical methods for compressible two-phase flow*. Journal of Scientific Computing. 2010. V. 42. № 1. P. 68–95.

# ОПИСАНИЕ РАСПАДА СПЕЦИАЛЬНОГО РАЗРЫВА С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ НЕСТАЦИОНАРНЫХ АВТОМОДЕЛЬНЫХ ПЕРЕМЕННЫХ

С. П. Баутин<sup>1</sup>, С. Л. Дерябин<sup>1</sup>, А. С. Кирьянова<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Уральский государственный университет путей сообщения, Екатеринбург

<sup>2</sup>Институт машиноведения Уральского отделения Российской академии наук, Екатеринбург

Среди задач об истечении газа в вакуум выделяется задача о распаде специального разрыва. Впервые эту задачу решил Риман для плоско-симметричных течений. Пусть слева от непроницаемой поверхности  $x = 0$  находится покоящийся газ, а справа - вакуум. В момент времени  $t = 0$  непроницаемая стенка  $x = 0$  мгновенно разрушается и начинается истечение газа в вакуум. Эта задача называется задачей о распаде специального разрыва. Введя в системе уравнений газовой динамики автомодельную переменную  $y = x/t$ , Риман нашел точное решение [1], которое получило название центрированная волна Римана. В дальнейшем в функциональных пространствах были построены многомерные аналоги центрированной волны Римана [2, 3].

В данной работе рассматривается задача о распаде специального разрыва для трехмерных изэнтропических течений политропного газа. В качестве математической модели используется система уравнений газовой динамики, учитывающая действия сил тяжести и Кориолиса. В системе уравнений газовой динамики вводятся нестационарные автомодельные переменные. Для полученной системы ставится задача Коши с данными на звуковой характеристике. Из необходимых условий разрешимости находятся начальные условия. Решение, поставленной начально-краевой задачи, строится в виде степенных рядов. Коэффициенты рядов находятся при интегрировании обыкновенных дифференциальных уравнений. Доказывается сходимости построенных рядов. Таким образом, получено решение задачи о распаде специального разрыва в физическом пространстве. И в частности получены граничные условия на звуковой характеристике.

Доказанная теорема является локальной, поэтому дальнейшее исследование течения необходимо проводить численными методами. Построенное аналитическое решение с помощью начальных отрезков сходящегося ряда можно использовать для получения начальных условий при расчете по разностной схеме. Ранее в [2, 3]. были найдены граничные условия на свободной поверхности газ-вакуум. Таким образом, получены все необходимые данные для дальнейшего численного моделирования задачи о распаде специального разрыва.

## Список литературы

1. Риман Б. *О распаде плоских волн конечной амплитуды*. Сочинения. М.-Л.: ОГИЗ. 1948.
2. Баутин С. П., Дерябин С. Л. *Математическое моделирование истечения идеального газа в вакуум*. Новосибирск: Наука, 2009.
3. Баутин С. П., Дерябин С. Л., Мезенцев А. В., Чуев Н. П. *Начально-краевые задачи для моделирования движения сплошной среды с особенностями на свободной границе*. Новосибирск: Наука, 2015.

# АВТОМОДЕЛЬНЫЕ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ ОБ ИСТЕЧЕНИИ ПОЛИТРОПНОГО ГАЗА В ВАКУУМ С КОСОЙ СТЕНКИ

С. П. Баутин<sup>1</sup>, Е. И. Понькин<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup>Снежинский физико-технический институт НИЯУ МИФИ, Снежинск

<sup>2</sup>ФГУП "ПО "Маяк Озерск

В работе приведены результаты аналитического исследования конкретной характеристической задачи Коши стандартного вида [1] (далее ХЗК) для системы уравнений газовой динамики (далее СУГД), решения которой описывают истечение политропного газа в вакуум с косою стенки в пространстве физических переменных  $(t, x, y)$ . Ранее решение этой задачи в частном случае [2] было построено в пространстве годографа.

Для рассматриваемой СУГД в соответствии с теоремой о существовании и единственности аналитического решения ХЗК стандартного вида приведены необходимые условия разрешимости ХЗК [3], которые в случае автомодельных переменных дают аналитическое выражение для звуковой характеристики  $C^+$ :

$$f_0\left(\frac{x}{t}\right) = \begin{cases} c_0 \cdot \sqrt{\beta + c_0^{\frac{1-\kappa}{\kappa}} \cdot (\operatorname{tg}^2\alpha - \beta)}, & \kappa \neq 1, \\ c_0 \cdot \sqrt{\operatorname{tg}^2\alpha - 2 \cdot \ln c_0}, & \kappa = 1, \end{cases} \quad (1)$$

разделяющей центрированную волну Римана и искомое решение.

Выписаны уравнения для нахождения коэффициентов рядов, решающих поставленную ХЗК.

Частное точное решение В.А. Сучкова для СУГД в пространстве физических переменных  $(t, x, y)$  получается в предположении, что выполнено условие:  $\operatorname{tg}^2\alpha = \beta$ . В этом случае у рядов все коэффициенты с номерами  $k \geq 2$  обращаются в нуль.

Исследованы свойства функций, описывающих в пространстве переменных  $(t, x, y)$  поведение газодинамических параметров в случае частного решений В.А. Сучкова. В том числе для моментов времени, отвечающему сжатию газа поршнем, то есть при  $t < 0$ , а также и для моментов времени, отвечающего истечению газа в вакуум, то есть при  $t > 0$ . Найдены интегралы системы обыкновенных дифференциальных уравнений, которые описывают движение поршней при сжатии газа, заполняющего клиновидную область.

## Список литературы

1. Баутин С. П. *Математическое моделирование сильного сжатия газа*. Новосибирск: Наука, 2007.
2. Сучков В. А. *Истечение газа в вакуум на косою стенке*. ПММ. 1963. Т. 27. № 4. С. 739–740.
3. Баутин С. П. *Характеристическая задачи Коши и ее приложения в газовой динамике*. Новосибирск: Наука, 2009.

# КЛАССИФИКАЦИЯ ТРЁХМЕРНЫХ КОНВЕКТИВНЫХ РЕЖИМОВ ПРИ СЛАБОМ ИСПАРЕНИИ И ТЕРМОДИФФУЗИОННЫХ ЭФФЕКТАХ В ГАЗОВОЙ ФАЗЕ

О. Н. Гончарова

Алтайский государственный университет, Барнаул

Изучение двухслойных течений с учётом процессов испарения/конденсации на границе раздела и взаимобратных эффектов термодиффузии проводится на основе новых точных решений уравнений Навье – Стокса в приближении Обербека – Буссинеска [1]. Предполагается, что испаряющаяся жидкость и парогазовая смесь заполняют бесконечный канал с прямоугольным поперечным сечением, находящийся под действием продольного градиента температуры и поперечно направленного поля силы тяжести. Перенос пара в газе описывается уравнением диффузии. На термокапиллярной границе выполняются кинематическое и динамическое условия, соотношения баланса массы и тепловых потоков с учетом эффектов Соре и Дюфура, соотношение для концентрации насыщенного пара, условия непрерывности скорости и температуры. На твёрдых стенках канала отсутствует поток пара, и задаётся тепловой режим, включающий линейно распределённую тепловую нагрузку.

Построенное решение является трёхмерным обобщением решения Остроумова – Бириха [2, 3], имеет групповую природу (является частично - инвариантным решением ранга 2 и дефекта 3), что гарантирует сохранение свойств симметрии, заложенных при выводе основных уравнений, обеспечивает физическое правдоподобие и экспериментальную реализацию таких решений. Точное решение интерпретируется как решение, описывающее двухслойное течение в условиях фазового перехода "жидкость – пар" диффузионного типа на рабочем участке достаточно длинной кюветы; вид решения диктует уравнение для определения формы поверхности раздела. В рамках указанной постановки проведена классификация режимов трёхмерных течений в рабочих системах "жидкость-газ" типа "этанол-азот" и "НFE7100-азот" с различными соотношениями толщин жидкого и парогазового слоя. Исследованы физические механизмы течений. При этом варьировались (i) толщина жидкого слоя; (ii) значения продольного градиента температуры на нижней стенке; (iii) интенсивность поперечного перепада температуры, формируемого за счёт нагрева нижней стенки канала; (iv) интенсивность действия термодиффузионных эффектов.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ, Правительства Красноярского края и Красноярского краевого фонда науки в рамках научного проекта "Теоретическое и экспериментальное исследование процессов теплообмена в двухфазных системах термического контроля" (грант № 18-41-242005).

## Список литературы

1. Бекежанова В. Б., Гончарова О. Н. *Задачи испарительной конвекции (обзор)*. Прикладная математика и механика. 2018. Т. 82. № 2. С. 219–260.
2. Остроумов Г. А. *Свободная конвекция в условиях внутренней задачи*. М.: Гос. изд-во технико-теоретической литературы, 1952.
3. Бирих Р. В. *О термокапиллярной конвекции в горизонтальном слое жидкости*. ПМТФ. 1966. № 3. С. 69–72.

# INVARIANT SUBMODELS OF NONLINEAR LONGITUDINAL VIBRATIONS OF AN ELASTIC INHOMOGENEOUS ROD

*Yu.A. Chirkunov, E.O. Pikmullina*

*Novosibirsk State University of Architecture and Civil Engineering (Sibstrin),  
Novosibirsk, Russia*

We study a model describing the nonlinear longitudinal elastic deformation of an inhomogeneous rod. This model is described by a nonlinear second-order differential equation. All basic models with different symmetry properties were found. For each basic model, all essentially different invariant submodels were found. For the invariant submodels at some values of the parameters defining these submodels, we numerically solved boundary value problems for which the longitudinal displacement and the rate of its change are given on a certain level line.

The obtained results can be used in the field of construction, robotics and other innovative areas.

The study was carried out with the financial support of RFBR and the Government of the Novosibirsk region in the framework of the Project №19-41-540004.

## Список литературы

1. Ovsianikov L.V. Group Analysis of Differential Equations. Academic Press, New York, 1982.
2. Chirkunov, Yu.A., Khabirov. S.V.: The Elements of Symmetry Analysis of Differential Equations of Continuous Medium Mechanics. NSTU, Novosibirsk, 2012. (In Russian)
3. Chirkunov, Yu.A.: Group analysis of linear and quasi-linear differential equations. NSUEM, Novosibirsk, 2007. (In Russian)

# A GENERALIZATION OF KHOKHLOV-ZABOLOTSKAYA-KUZNETSOV MODEL IN A CUBICALLY NONLINEAR MEDIUM AND SELF-FOCUSING OF THE POWERFUL ULTRASONIC BEAMS

*Yu.A. Chirkunov*

*Novosibirsk State University of Architecture and Civil Engineering (Sibstrin),  
Novosibirsk, Russia*

A generalization of Khokhlov-Zabolotskaya-Kuznetsov (3KZK) model of nonlinear hydroacoustics in a cubic-nonlinear medium in the presence of dissipation in contrast to the Khokhlov-Zabolotskaya-Kuznetsov model (KZK) takes into account the effect of inertialess self-focusing. Self-focusing is observed, for example, for powerful single pulsed signals with shock fronts. Experimentally, it was found [1] that in the absence of diffraction, the original harmonic plane wave in a cubic non-linear medium is transformed into a signal with a saw-tooth profile. Numerical calculations established [1] that, in contrast to a quadratically nonlinear medium, i.e. model (KZK), the teeth of the saw of the acoustic beam in a cubic-nonlinear medium are bounded on both sides by the fronts of shock

compression and rarefaction and have the shape of a trapezium. In this case, the ultrasonic beam narrows noticeably, has a non-linear constriction, and it is amplified. We constructed all invariant submodels of the (3KZK) model with the special nonlinearity coefficients. We studied all essentially distinct invariant submodels of rank 0 and rank 1 of this model. These submodels describe self-focusing of the powerful ultrasonic beams.

The study was carried out with the financial support of RFBR and the Government of the Novosibirsk region in the framework of the Project №19-41-540004.

## Список литературы

1. Rudenko O. V. On the 40th anniversary of the Khokhlov-Zabolotskaya equation. *Acoustic. Phys.* 2010. V. 56. No 4. P. 452 - 462.

# RESEARCH OF THE EXTINCTION OF THE HIGH-POWERFUL ULTRASONIC BEAMS WITH A HELP OF GENERALIZATION OF KHOKHLOV-ZABOLOTSKAYA-KUZNETSOV MODEL

*Yu. A. Chirkunov*

*Novosibirsk State University of Architecture and Civil Engineering (Sibstrin),  
Novosibirsk, Russia*

In contrast to the Khokhlov-Zabolotskaya-Kuznetsov (KZK) model of nonlinear hydroacoustics in a cubically nonlinear medium in the presence of dissipation (3KZK), model takes into account the experimentally discovered effect of the extinction of powerful ultrasonic beams due to the formation of shock waves. We constructed and studied all invariant submodels of rank 0 and 1 of this model. The submodels of this model are described by the invariant solutions of the partial differential equation of the third order, that defines this model. We studied all invariant solutions of rank 0 and rank 1 of this equation. These solutions are found either explicitly, or their search is reduced to the solution of the nonlinear integro-differential equations or to differential Abel equation of the first kind. The presence of the arbitrary constants in the integro-differential equations, that determine invariant solutions of rank 1 provides a new opportunities for analytical and numerical study of the boundary value problems for the received submodels, and, thus, for the original model. With a help of these invariant solutions we researched the nonlinear attenuation of high-power ultrasonic acoustic waves (one-dimensional, axisymmetric and planar) for which the acoustic pressure, speed and acceleration of its change are specified at the initial moment of the time at a fixed point. Under the certain additional conditions, we established the existence and the uniqueness of the solutions of boundary value problems, describing these wave processes. This allows us to correctly carry out numerical calculations in the study of these processes. The graphs of the pressure distribution obtained as a result of numerical solution of these boundary problems are given. From these graphs it follows that for the obtained submodels at each fixed point, the extinction of the ultrasonic beam occurs both during a finite period of time and during an infinite period of time.

The study was carried out with the financial support of RFBR and the Government of the Novosibirsk region in the framework of the Project №19-41-540004.

# ЭНТРОПИЙНЫЕ РЕШЕНИЯ УЛЬТРА-ПАРАБОЛИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ С ОДНОСТОРОННИМИ $\delta$ -ФУНКЦИЯМИ ДИРАКА В ПРАВОЙ ЧАСТИ

И. В. Кузнецов, С. А. Саженов

Институт гидродинамики им. М. А. Лаврентьева СО РАН, Новосибирск  
Новосибирский государственный университет, Новосибирск

В настоящей работе рассматривается начально-краевая задача для неоднородного ультра-параболического уравнения:

$$\begin{aligned} \partial_t u_\epsilon + \partial_s a(u_\epsilon) + \operatorname{div}_x \varphi(u_\epsilon) - \Delta_x u_\epsilon \\ = \frac{2}{\epsilon} \rho \left( \frac{t - \tau}{\epsilon} \right) (\theta(\tau - t) \beta(\mathbf{x}, s, u_\epsilon) - \theta(t - \tau) \gamma(\mathbf{x}, s, u_\epsilon)), \\ (\mathbf{x}, t, s) \in Q_{T,S}, \end{aligned} \quad (1a)$$

$$u_\epsilon|_{t=0} = u_0^1(\mathbf{x}, s), \quad u_\epsilon|_{s=0} \approx u_0^2(\mathbf{x}, t), \quad u_\epsilon|_{s=S} \approx u_S^2(\mathbf{x}, t), \quad u_\epsilon|_{\Gamma_l} = 0, \quad (1b)$$

где  $Q_{T,S} = \Omega \times (0, T) \times (0, S)$ ,  $\Gamma_l = \partial\Omega \times (0, T) \times (0, S)$ , область  $\Omega \subset \mathbb{R}^d$  имеет границу  $\partial\Omega$  класса  $C^2$ , функции  $\theta$  и  $\rho$  есть функция Хевисайда (т.е.,  $\theta(\zeta) = 1_{\zeta > 0}$ ) и стандартное сглаживающее ядро, соответственно, знак  $\approx$  означает, что строгое равенство выполняется возможно только на части границы, поскольку функция  $a$  не является монотонной. Для однородного ультра-параболического уравнения, т.е. для уравнения вида (1a) с нулевой правой частью, эта задача была рассмотрена в [1, 2].

В настоящей работе доказаны существование и единственность энтропийного решения задачи (1) и изучен его сингулярный предел при  $\epsilon \rightarrow +0$ . При этом имеем

$$\frac{2}{\epsilon} \rho \left( \frac{t - \tau}{\epsilon} \right) \theta(\tau - t) \xrightarrow{weak^*} \delta_{(t=\tau-0)}, \quad \frac{2}{\epsilon} \rho \left( \frac{t - \tau}{\epsilon} \right) \theta(t - \tau) \xrightarrow{weak^*} \delta_{(t=\tau+0)}, \quad \tau \in (0, T).$$

В пределе по  $\epsilon$  выводится однородное ультра-параболическое уравнение с импульсным условием

$$u(\mathbf{x}, \tau + 0, s) + \gamma(\mathbf{x}, s, u(\mathbf{x}, \tau + 0, s)) = u(\mathbf{x}, \tau - 0, s) + \beta(\mathbf{x}, s, u(\mathbf{x}, \tau - 0, s)).$$

При  $\gamma \equiv 0$  это условие было рассмотрено в [3]. В случае немонотонности функции  $z + \gamma(\mathbf{x}, t, z)$  по  $z$ , возникает вопрос о неоднозначности одностороннего следа  $u(\mathbf{x}, \tau + 0, s)$ . Известно, что многозначные импульсные условия имеют место в теории дифференциальных включений. Вопрос об однозначной разрешимости импульсных условий для следов энтропийных решений требует дальнейшего изучения.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (код проекта 18-01-00649).

## Список литературы

1. Kuznetsov I.V. *Genuinely nonlinear forward-backward ultra-parabolic equations*. Siberian Electronic Mathematical Reports. 2017. V. 14. P. 710–731.
2. Kuznetsov I.V. and Sazhenkov S.A. *Anisotropic vanishing diffusion method applied to genuinely nonlinear forward-backward ultra-parabolic equations*. Siberian Electronic Mathematical Reports. 2018. V. 15. P. 1158–1173.

3. Kuznetsov I.V. and Sazhenkov S.A. *Genuinely nonlinear impulsive ultra-parabolic equations and convective heat transfer on a shock wave front*. IOP Conf. Series: Earth and Environmental Science. 2018. V. 193, Is. 012037. P. 1–7.

## ОПТИМИЗАЦИЯ В ЗАДАЧАХ ПРОЕКТИРОВАНИЯ КОНЦЕНТРАТОРОВ ПОТОКОВ ТЕПЛА

Г. В. Алексеев<sup>1,2</sup>, Д. А. Терешко<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Институт прикладной математики ДВО РАН, Владивосток

<sup>2</sup>Дальневосточный федеральный университет, Владивосток

В последние годы широкое распространение получил метод трансформационной оптики, первоначально разработанный в теоретических работах [1, 2] для решения задач дизайна устройств электромагнитной невидимости. Позже этот метод был распространен на акустические и статические (тепловые, электрические и другие) поля [3]. Нужно отметить, что полученные с помощью данного метода решения задач маскировки обладают существенным недостатком: их невозможно реализовать технически ввиду отсутствия в природе или инженерной практике материалов, отвечающих полученным решениям. Один из способов преодоления указанных недостатков состоит в том, чтобы рассматривать задачи маскировки как обратные задачи, а для решения последних применить оптимизационный метод [4].

В этой работе мы обобщаем предложенный нами подход на задачи концентрирования потока тепла для статической модели теплопереноса. В предположении, что концентрационная оболочка состоит из конечного числа канонических областей (типа секторов в плоском случае), заполненных однородными изотропными материалами, указанные задачи сводятся к решению соответствующих конечномерных экстремальных задач, в которых коэффициенты теплопроводности каждой подобласти играют роль управляющих параметров.

Мы предлагаем численный алгоритм их решения, основанный на методе роя частиц, и устанавливаем некоторые важные свойства оптимальных решений. Анализ результатов проведенных вычислительных экспериментов показывает, что для оптимальных решений справедлив аналог принципа bang-bang, согласно которому каждая компонента оптимального решения принимает одно из двух значений, являющихся границами множества управлений, на котором минимизируется функционал качества. Основываясь на этом свойстве, мы установим простые правила проектирования концентраторов потоков тепла, обладающих простотой технической реализации и высокой концентрационной эффективностью. Полученные результаты могут найти широкое применение при создании легко реализуемых накопителей тепловой энергии.

### Список литературы

1. Leonhardt U. *Optical conformal mapping*. Science. 2006. V. 312. P. 1777–1780.
2. Pendry J. B., Schurig D., Smith D. R. *Controlling electromagnetic fields*. Science. 2006. V. 312. P. 1780–1782.
3. Guenneau S., Amra C., Veynante D. *Transformation thermodynamics: Cloaking and concentrating heat flux*. Opt. Express. 2012. V. 20. 8207.



4. Alekseev G. V., Tereshko D. A. *Particle swarm optimization-based algorithms for solving inverse problems of designing thermal cloaking and shielding devices*. Int. J. Heat Mass Transf. 2019. V. 135. P. 1269–1277.

## ЛАМИНАРНЫЙ ПОГРАНИЧНЫЙ СЛОЙ В ВОДНОМ РАСТВОРЕ ПОЛИМЕРА

В. В. Пухначев<sup>1, 2</sup>, С. В. Мелешко<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Институт гидродинамики им. М. А. Лаврентьева СО РАН, Новосибирск

<sup>2</sup>Новосибирский государственный университет, Новосибирск

<sup>3</sup>School of Mathematics, Institute of Science, Suranaree University of Technology, Nakhon Ratchasima

Знаменитый эффект Томса (1948) состоит в существенном увеличении критического числа Рейнольдса при внесении в воду небольшого количества растворимого полимера. Наиболее заметное влияние полимерных добавок проявляется в пограничном слое вблизи твердых поверхностей. Целью работы является групповой анализ уравнений пограничного слоя в трех математических моделях течения водных растворов полимера: модели жидкости второго порядка Ривлина и Эриксона (1955), Войткунского, Амфилохиевого и Павловского (1970) и упрощенной модели Павловского выведенной им позднее (1971). Уравнения пограничного слоя в модели жидкости второго порядка выведены Садегхи, Хабази и Тагхави (2007), ими же изучено автомодельное решение полученных уравнений, аналогичное решению Фолкнер-Скэн (1930) в классической теории пограничного слоя. Уравнения пограничного слоя в двух других моделях анализируются впервые.

Остановимся более подробно на уравнениях плоского нестационарного пограничного слоя в модели Павловского. Здесь возникает задача групповой классификации по входящей в уравнения произвольной функции продольной координаты и времени, которая задает градиент давления внешнего течения. Выделены все функции, для которых происходит расширение допускаемой группы Ли. В задачу входит отношение двух характерных масштабов длины. Один из них – это масштаб Прандтля, а другой определяется как корень квадратный из нормализованного коэффициента релаксационной вязкости (Фроловская и Пухначев, 2018) и не зависит от характеристик движения. В предельном случае, когда отношение этих двух масштабов стремится к нулю, уравнения пограничного слоя точно интегрируются.

Среди инвариантных решений в новой модели пограничного слоя особое место занимает решение стационарной задачи обтекания прямолинейной пластинки. В рамках теории пограничного слоя Прандтля такое решение построено Blasius (1908). Как известно, это решение обладает неустранимым дефектом: поперечная скорость вблизи кромки пластины неограниченно возрастает. Введение в модель релаксационного члена позволяет устранить эту сингулярность.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 19-01-00096).

# ЗАДАЧИ ГРАНИЧНОГО УПРАВЛЕНИЯ ДЛЯ УРАВНЕНИЙ МГД ПРИ СМЕШАННЫХ КРАЕВЫХ УСЛОВИЯХ ДЛЯ МАГНИТНОГО ПОЛЯ

Р. В. Бризицкий

Институт прикладной математики ДВО РАН, Владивосток

В ограниченной области  $\Omega \subset \mathbb{R}^3$  с границей  $\Sigma$ , состоящей из двух частей:  $\Sigma_\tau$  и  $\Sigma_\nu$ , рассматривается следующая краевая задача для стационарных уравнений магнитной гидродинамики вязкой жидкости:

$$-\nu \Delta \mathbf{u} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} + \nabla p - \varkappa \operatorname{rot} \mathbf{H} \times \mathbf{H} = \mathbf{f}, \quad \operatorname{div} \mathbf{u} = 0 \text{ в } \Omega, \quad (1)$$

$$\nu_1 \operatorname{rot} \mathbf{H} - \rho_0^{-1} \mathbf{E} + \varkappa \mathbf{H} \times \mathbf{u} = \nu_1 \mathbf{j}, \quad \operatorname{div} \mathbf{H} = 0, \quad \operatorname{rot} \mathbf{E} = \mathbf{0} \text{ в } \Omega, \quad (2)$$

$$\mathbf{u} = \mathbf{0} \text{ на } \Sigma, \quad \mathbf{H} \cdot \mathbf{n}|_{\Sigma_\tau} = q, \quad \mathbf{E} \times \mathbf{n}|_{\Sigma_\nu} = \mathbf{k}, \quad \mathbf{H} \times \mathbf{n}|_{\Sigma_\tau} = \mathbf{q}. \quad (3)$$

Здесь  $\mathbf{u}$  – вектор скорости,  $\mathbf{H}$  и  $\mathbf{E}$  – векторы магнитного и электрического полей,  $p$  – давление,  $\mathbf{f}$  – объемная плотность внешних сил,  $\mathbf{j}$  – плотность внешних токов,  $\nu$  и  $\mu$  – постоянные коэффициенты кинематической и магнитной вязкости,  $\nu_1 = 1/\rho_0\sigma$ , где  $\rho_0 = \text{const}$  – плотность жидкости,  $\sigma$  – постоянная электропроводность.

Глобальная разрешимость задачи (1)–(3) доказана в [1] при условии  $\bar{\Sigma}_\tau \cap \bar{\Sigma}_\nu = \emptyset$ . Ранее в [2] была доказана глобальная разрешимость задачи (1)–(3) при  $q = 0$ ,  $\mathbf{q} = \mathbf{0}$  и  $\mathbf{k} = \mathbf{0}$  случае, когда  $\bar{\Sigma}_\tau \cap \bar{\Sigma}_\nu \neq \emptyset$ . В [3] исследованы задачи граничного управления для уравнений (1), (2) при следующих краевых условиях:

$$\mathbf{u} = \mathbf{0}, \quad \mathbf{H} \times \mathbf{n} = \mathbf{q} \text{ на } \Sigma.$$

В настоящей работе для модели (1)–(3) доказана разрешимость задачи граничного управления, роль управлений в которой играют функции  $q \in L^2(\Sigma_\tau)$  и  $\mathbf{q} \in L^2(\Sigma_\nu)^3$ . В случае, когда  $q \in H^s(\Sigma_\tau)$  и  $\mathbf{q} \in H^s(\Sigma_\nu)^3$ ,  $s > 0$ , для задачи управления выведена система оптимальности. На основе анализа данной системы получены точные оценки локальной устойчивости оптимальных решений относительно малых возмущений функционалов качества. При этом в качестве регуляризаторов используются  $L^2$ -нормы граничных управлений, что предпочтительнее с прикладной точки зрения.

## Список литературы

1. Алексеев Г. В. *Смешанные краевые задачи для стационарных уравнений магнитной гидродинамики вязкой несжимаемой жидкости*. ЖВМ. 2016. Т. 56. № 8. С. 1441–1454.
2. Alekseev G., Brizitskii R. *Solvability of the boundary value problem for stationary magnetohydrodynamic equations under mixed boundary conditions for magnetic field*. Appl. Math. Letters. 2014. V. 32. № 1. С. 13–18.
3. Alekseev G. V., Brizitskii R. V. *Boundary control problems for the stationary magnetic hydrodynamic equations in domain with non-ideal boundary*. J. Dynamical and Control Systems. 2020 (в печати).

# МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ УСТАНОВИВШЕГОСЯ ПРОЦЕССА ЗАРЯДКИ ДИЭЛЕКТРИКОВ

Н. Н. Максимова, А. Г. Масловская

Амурский государственный университет, Благовещенск

Математическая модель процесса зарядки полярных диэлектриков при достаточно длительном электронном облучении может быть представлена краевой задачей для стационарного уравнения реакции-конвекции(дрейфа)-диффузии [1]. В ограниченной области  $\Omega \subset \mathbb{R}^3$  с границей  $\Gamma$ , состоящей из двух частей  $\Gamma_D$  и  $\Gamma_N$ , рассматривается смешанная краевая задача

$$-d\Delta\rho + \mu_n \mathbf{E} \cdot \nabla\rho + \frac{\mu_n}{\varepsilon\varepsilon_0} |\rho|\rho = f \text{ в } \Omega \quad (1)$$

$$\Delta\varphi = -\frac{1}{\varepsilon\varepsilon_0} |\rho|, \quad \mathbf{E} = -\nabla\varphi \text{ в } \Omega, \quad (2)$$

$$\rho = 0 \text{ на } \Gamma_D, \quad \partial\rho/\partial n = \chi \text{ на } \Gamma_N. \quad (3)$$

Здесь  $\rho$  – объемная плотность заряда;  $\mathbf{E}$  – вектор напряженности электрического поля;  $\varphi$  – потенциал;  $d$  – коэффициент диффузии электронов;  $\mu_n$  – дрейфовая подвижность электронов;  $\varepsilon$  – диэлектрическая проницаемость материала;  $\varepsilon_0$  – электрическая постоянная;  $f$  – генерационное слагаемое, отвечающее за действие объемного источника зарядов в объекте.

Введем пространства  $Z = \{\mathbf{v} \in L^4(\Omega)^3 : \operatorname{div} \mathbf{v} \in L^2(\Omega), \mathbf{v} \cdot \mathbf{n}|_{\Gamma_N} = 0\}$ ,  $\mathcal{T} = \{\rho \in H^1(\Omega) : \rho|_{\Gamma_D} = 0\}$ .

Предположим, что выполняются следующие условия:

(i)  $\Omega$  – ограниченная область в  $\mathbb{R}^3$  с границей  $\Gamma \in C^{0,1}$ , состоящей из замыканий непересекающихся открытых участков  $\Gamma_D$  и  $\Gamma_N$  ( $\Gamma = \overline{\Gamma_D} \cup \overline{\Gamma_N}$ ,  $\Gamma_D \cap \Gamma_N = \emptyset$ ), причем поверхностная мера  $\operatorname{meas} \Gamma_D > 0$  и  $\partial\Gamma_D$  состоит из конечного числа липшицевых кривых или является  $n$ -угольником.

(ii)  $\mathbf{E} \in Z$ .

(iii)  $f \in L^2(\Omega)$ ,  $\chi \in L^2(\Gamma_N)$ .

**Теорема 1.** Пусть выполнены условия (i)-(iii). Тогда существует единственное слабое решение  $\rho \in \mathcal{T}$  задачи (1)-(3) и справедлива оценка

$$\|\rho\|_{1,\Omega} \leq C_*(\|f\|_{\Omega} + \gamma_2 \|\chi\|_{\Gamma_N}),$$

где  $C_*$ ,  $\gamma_2$  – некоторые положительные константы.

Доказательство теоремы аналогично обоснованию разрешимости краевой задачи в [2].

## Список литературы

1. Павельчук А. В., Масловская А. Г. *Математические и компьютерные модели полевых эффектов воздействия электронного облучения на полярные диэлектрики: моногр.* Благовещенск: Изд-во Амур. гос. ун-та, 2019.
2. Бризицкий Р. В., Сарницкая Ж. Ю. *Об устойчивости решений задач управления для уравнения конвекции-диффузии-реакции с сильной нелинейностью.* Дифференциальные уравнения. 2017. Т. 53. № 4.

## JUNCTION PROBLEMS FOR THIN INCLUSIONS LOCATED INSIDE ELASTIC BODIES

*A. M. Khudnev<sup>1</sup>, T. S. Popova<sup>2</sup>*

<sup>1</sup>*Lavrentyev Institute of Hydrodynamics of RAS, Novosibirsk*

<sup>2</sup>*North-East Federal University, Yakutsk*

The equilibrium problems for elastic bodies containing thin inclusions in the presence of delamination are considered. The behavior of inclusions is described on the basis of models of Bernoulli-Euler and Timoshenko beams and various limit models obtained after transitions to the limit in physical parameters. In this case, it is allowed to delaminate the inclusions from the elastic body, which means the presence of cracks between the elastic body and the inclusions. Nonlinear boundary conditions are set on the crack faces that do not allow a mutual penetration. A mathematical analysis of junction problems for thin inclusions is carried out. The correct formulations of the corresponding boundary value problems and the junction conditions at the contact point are found.

This work was supported by RFBR (grant 18-29-10007).

## ВОЛНОВЫЕ ДВИЖЕНИЯ, ВОЗНИКАЮЩИЕ ПРИ КОЛЕБАНИЯХ СФЕРЫ В ЖИДКОСТИ ПОД ЛЕДЯНЫМ ПОКРОВОМ ВБЛИЗИ ТВЕРДОЙ ВЕРТИКАЛЬНОЙ СТЕНКИ

*И. В. Стурова, Л. А. Ткачева*

*Институт гидродинамики им. М. А. Лаврентьева СО РАН, Новосибирск*

В последние десятилетия существенно возрос интерес к исследованию полярных районов Мирового океана в связи с добычей полезных ископаемых на шельфе и эксплуатацией Северного морского пути. Большие территории полярных районов покрыты льдом и поэтому возникает необходимость исследовать влияние плавающего льда на динамические возмущения, вызванные действием как внешних нагрузок, движущихся по ледяному покрову, так и погруженных тел или возмущений на дне. В настоящее время эти задачи наиболее исследованы для безграничного однородного ледяного покрова. Так, например, гидродинамические нагрузки, действующие на колеблющуюся сферу, погруженную под ледяным покровом, определены в [1]. Однако в реальности ледяной покров не является однородным. Наиболее простым случаем является полубезграничный ледяной покров, ограниченный твердой вертикальной стенкой, к которой край ледяного покрова может быть приморожен или являться свободным. Ранее влияние вертикальной стенки рассмотрено для случая локализованного внешнего давления, совершающего периодические колебания на поверхности ледяного покрова [2, 3].

В данной работе рассматриваются периодические колебания (горизонтальные или вертикальные) погруженного точечного диполя, моделирующего движение сферы при достаточно больших удалениях от верхней границы и дна жидкости, а также от вертикальной стенки. В линейной постановке для жидкости конечной глубины определены амплитуды вертикальных прогибов ледяного покрова, диаграммы рассеяния в дальнем поле, а также горизонтальные и вертикальные силы, действующие на стенку, в зависимости от частоты и типа колебаний, расстояния до стенки и глубины погружения диполя.

## Список литературы

1. Das D. Mandal B. N. *Water wave radiation by a sphere submerged in water with ice cover*. Arch Appl Mech. 2008. V. 78. P. 649–661.
2. Стурова И. В. *Действие периодического поверхностного давления на ледяной покров в окрестности вертикальной стенки*. ПМТФ. 2017. Т. 58. № 1. С. 92–101.
3. Ткачева Л. А. *Воздействие локальной периодической по времени нагрузки на ледяной покров с трещиной*. ПМТФ. 2017. Т. 58. № 6. С. 133–148.

## НАЧАЛЬНО-КРАЕВАЯ ЗАДАЧА ДЛЯ ПАРАБОЛИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ С ГЛОБАЛЬНЫМ ПО ВРЕМЕНИ ЧЛЕНОМ

В. Н. Старовойтов

Институт гидродинамики им. М. А. Лаврентьева СО РАН, Новосибирск

Пусть  $\Omega$  — ограниченная область в  $\mathbb{R}^n$ ,  $n \geq 2$ , с липшицевой границей  $\partial\Omega$ . В пространственно-временном цилиндре  $\Omega_T = \Omega \times (0, T)$ ,  $T \in (0, \infty)$ , рассматривается следующее дифференциальное уравнение:

$$\partial_t u - \Delta u + \varphi \left( \int_0^T u(\cdot, s) ds \right) u = 0,$$

где  $u = u(x, t)$  — искомая скалярная функция,  $x = (x_1, \dots, x_n)$  — вектор пространственных переменных в  $\mathbb{R}^n$ ,  $t$  — переменная времени на отрезке  $[0, T]$ ,  $\varphi$  — скалярная функция, которую мы будем называть потенциалом взаимодействия. Функция  $u$  удовлетворяет следующим краевым и начальным условиям:

$$u(x, t) = 0 \quad \text{при} \quad x \in \partial\Omega \text{ и } t \in [0, T], \quad u(x, 0) = u_0(x) \quad \text{при} \quad x \in \Omega,$$

где  $u_0 : \Omega \rightarrow \mathbb{R}$  — заданная функция.

Данная задача возникла при описании хаотичной динамики полимерной цепочки в жидком растворе (см. [1]), при этом функция  $u$  соответствует распределению плотности вероятности расстояния между концами цепочки,  $\varphi$  — потенциалу взаимодействия звеньев, а  $t$  — параметру длины дуги вдоль цепи, общая длина которой равна  $T$ . Поскольку каждое звено взаимодействует через окружающую жидкость со всеми другими, в уравнении присутствует «глобальный» член, зависящий от интеграла по всей длине цепочки. В докладе представлены результаты о существовании и единственности решения задачи.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда (проект № 19-11-00069).

## Список литературы

1. Starovoitov V. N., Starovoitova B. N. *Modeling the dynamics of polymer chains in water solution. Application to sensor design*. Journal of Physics: Conference series. 2017. V. 894. P.n. 012088. DOI: 10.1088/1742-6596/894/1/012088.

# ЗАДАЧИ МУЛЬТИПЛИКАТИВНОГО УПРАВЛЕНИЯ ДЛЯ НЕЛИНЕЙНОЙ МОДЕЛИ РЕАКЦИИ–ДИФФУЗИИ–КОНВЕКЦИИ

Ж. Ю. Сарицкая

Институт прикладной математики ДВО РАН, Владивосток

В ограниченной области  $\Omega \subset \mathbb{R}^3$  с границей  $\Gamma$ , состоящей из двух частей  $\Gamma_D$  и  $\Gamma_N$ , рассматривается краевая задача для обобщенной модели Обербека–Буссинеска

$$-\nu \Delta \mathbf{u} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} + \nabla p = \mathbf{f} + \beta \mathbf{G} \varphi, \operatorname{div} \mathbf{u} = 0 \text{ в } \Omega, \quad (1)$$

$$-\operatorname{div}(\lambda(\mathbf{x}) \nabla \varphi) + \mathbf{u} \cdot \nabla \varphi + k(\varphi, \mathbf{x}) \varphi = f \text{ в } \Omega, \quad (2)$$

$$\mathbf{u}|_{\Gamma} = \mathbf{0}, \varphi|_{\Gamma_D} = 0, \lambda(\mathbf{x})(\partial \varphi / \partial n + \alpha(\mathbf{x}) \varphi)|_{\Gamma_N} = \chi. \quad (3)$$

Здесь  $\mathbf{u}$  и  $\varphi$  – скорость и концентрация загрязняющего вещества,  $p = P/\rho$ , где  $P$  – давление,  $\rho = \operatorname{const}$  – плотность жидкости,  $\nu$  и  $\lambda$  – коэффициенты кинематической вязкости и диффузии,  $\alpha$  – коэффициент массообмена,  $\mathbf{G} = -(0, 0, G)$  – вектор ускорения свободного падения,  $\mathbf{f}$  и  $f$  – объемные плотности внешних массовых сил и источников вещества,  $k = k(\varphi, \mathbf{x})$  – коэффициент реакции.

Глобальная разрешимость краевой задачи для уравнений (1), (2) при однородных граничных условиях Дирихле для скорости и концентрации, заданных на всей границе  $\Gamma$ , доказана в [1]. В [2, 3] для полулинейных моделей реакции–диффузии–конвекции доказана глобальная разрешимость краевых задач и исследованы задачи мультипликативного управления. В [2] обосновано применение оптимизационного подхода для исследования обратных коэффициентных задач.

В настоящей работе доказана глобальная разрешимость краевой задачи (1)–(3) в случае, когда коэффициент реакции достаточно произвольно зависит от концентрации  $\varphi$  и пространственной переменной  $\mathbf{x}$ . Для монотонной нелинейности  $k(\varphi, \mathbf{x})\varphi$  установлен принцип максимума и минимума для концентрации  $\varphi$ . Доказана разрешимость мультипликативной задачи управления, роль управлений в которой играют коэффициенты  $\lambda(\mathbf{x})$  и  $\alpha(\mathbf{x})$ . В случае, когда коэффициент реакции и функционалы качества дифференцируемы по Фреше, для задачи управления выведены системы оптимальности. На основе анализа данных систем для конкретных коэффициентов реакции  $k_1(\varphi) = \varphi^2$  и  $k_2(\varphi) = \varphi^2|\varphi|$  получены точные оценки локальной устойчивости оптимальных решений относительно малых возмущений функционалов качества.

## Список литературы

1. Brizitskii R. V., Saritskaya Zh. Yu., Kravchuk R. R. *Boundary value and extremum problems for generalized Oberbeck-Boussinesq model*. Sib. Electron. Math. Reports. 2019. V. 16. P. 1215–1232.
2. Brizitskii R. V., Saritskaya Zh. Yu. *Optimization analysis of the inverse coefficient problem for the nonlinear convection-diffusion-reaction equation*. J. Inv. Ill-Posed Probl. 2018. V. 26, № 6. P. 821–833.
3. Бризицкий Р. В., Сарицкая Ж. Ю. *Обратные коэффициентные задачи для нелинейного уравнения конвекции–диффузии–реакции*. Известия РАН. Сер. матем. 2018. Т. 82. Вып. 1. С. 17–33.

# РАЗРУШЕНИЕ КАК СТАДИЯ ЗАПРЕДЕЛЬНОГО ДЕФОРМИРОВАНИЯ МАТЕРИАЛОВ. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ КОШИ ДЛЯ СТАТИЧЕСКИХ И ДИНАМИЧЕСКИХ ЗАДАЧ С ЗАПРЕДЕЛЬНЫМ ДЕФОРМИРОВАНИЕМ

Чанышев А. И.<sup>1,2</sup>, Абдулин И. М.<sup>1</sup>, Белоусова О. Е.<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Институт горного дела СО РАН, Новосибирск

<sup>2</sup>Новосибирский государственный университет экономики и управления, Новосибирск

Традиционно в механике деформируемого твердого тела задачи решаются в постановках Дирихле, Неймана, Робена. При этом доказательство теоремы единственности сводится к построению положительно определенной квадратичной формы, выражающей собой работу приращений напряжений на приращениях деформаций (теорема Кирхгофа). Разность двух решений на контуре, обращающаяся в ноль на границе, приводит к равенству нулю указанной формы внутри объема. Положительная определенность формы проявляется в упругости, в пластичности, но не на стадии предельного деформирования, где касательный модуль отрицателен. Поэтому возникают проблемы с постановкой и решением краевых задач в этом случае.

В работе последовательно решаются следующие задачи. Первая, на примере исследований поведения горных пород при предельном деформировании устанавливаются закономерности в связях между напряжениями и деформациями. Показывается, что, как и для металлов, существует единый в упругости и в неупругости собственный тензорный базис, в котором связи между напряжением и деформацией не зависят от вида нагружения, являются универсальными. Эти зависимости приводятся для разных горных пород. Вторая задача, исследование типа системы дифференциальных уравнений с применением предложенных соотношений. Показывается, что для плоской деформации система дифференциальных уравнений - гиперболического типа, у которой имеются четыре характеристики (для металлов они попарно ортогональны), на которых выполняются четыре соотношения, связывающие четыре функции (среднее напряжение, максимальное касательное напряжение, угол поворота, угол, задающий главные оси тензоров напряжений и деформаций). Для определения граничных значений этих функций необходимо на одной и той же границе задавать одновременно и вектор напряжений Коши, и вектор смещений (то есть одновременно и условия Дирихле, и условия Неймана). При этом из решения гиперболической системы уравнений полностью определяется НДС в зоне предельного деформирования и граница самой зоны разрушения.

Третья проблема связана с поиском решений задач теории упругости и пластичности в случае, когда на одной и той же границе задаются одновременно и условия Дирихле, и условия Неймана. Получены и приводятся решения конкретных задач теории упругости и пластичности в статике и динамике с переопределенными условиями на одной и той же границе.

Работа выполнена в рамках проекта ФНИ № АААА-А17-117122090002-5

## Список литературы

1. Чанышев А. И. *К проблеме разрушения деформируемых сред. Ч 1: Основные уравнения.* ФТПРПИ. 2001. № 3. С. 53–67.

# ОПТИМАЛЬНЫЕ МЕТОДЫ ИНТЕГРИРОВАНИЯ ОПРЕДЕЛЯЮЩИХ СООТНОШЕНИЙ ГИПОУПРУГОСТИ

Т. А. Ротанова, С. Н. Коробейников

Институт гидродинамики им. М. А. Лаврентьева СО РАН, Новосибирск

В работе проведен анализ моделей классической и обобщенной гипопругости [1], в том числе учитывающих начальные напряжения. Рассматриваются инкрементальная геометрически линейная (MNO), общая лагранжева (TL) и текущая лагранжева (UL) формулировки уравнений механики сплошной среды [2]. В MNO формулировке уравнений скорость тензора напряжений Коши определяется как материальная скорость этого тензора, а в TL и UL формулировках уравнений под скоростью тензора напряжений понимается как материальная, так и некоторая объективная скорость тензора напряжений. Классическая гипопругость предполагает UL формулировку уравнений сплошной среды и не требует введения какой-либо отсчетной конфигурации. Для моделей обобщенной гипопругости используются TL и UL формулировки уравнений. Алгоритмы численной реализации основаны на определении конвективных скоростей тензоров, с помощью которых генерируются модели гипопругости, и использовании их свойств как производных Ли этих тензоров [3].

Модели гипопругости были внедрены в «домашний» конечно-элементный код PIONER. Используя этот код, мы провели компьютерное моделирование по определению компонент тензора напряжений Коши для тестовых задач, имеющих точное решение. Сравнительный анализ численных алгоритмов по интегрированию определяющих соотношений гипопругости для TL и UL формулировок продемонстрировал, какая из формулировок оказывается предпочтительнее для численных расчётов. Отмечено, что для моделей гипопругости, являющихся одновременно моделями упругости по Коши, процесс численного интегрирования заменяется прямым определением тензоров напряжений по заданной кинематике. Показано, что использование производных Ли позволяет интегрировать соотношения гипопругости с достаточно большим шагом по времени без потери в точности определения компонент тензора напряжений.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 18-08-00358) и гранта Правительства РФ No. P220-14.W03.31.0002.

## Список литературы

1. Korobeinikov S.N. *Analysis of Hooke-like isotropic hypoelasticity models in view of applications in FE formulations*. Archive of Applied Mechanics. 2020. V.90. P.313–338.
2. Bathe K. J. *Finite Element Procedures*. Prentice Hall, New Jersey, Upper Saddle River, 1996.
3. Korobeinikov S.N. *Objective tensor rates and applications in formulation of hyperelastic relations*. J. Elast. 2008. V.93. P.105-140.



# НЕОБЫЧНЫЕ ТЕЧЕНИЯ ВЯЗКОЙ ЖИДКОСТИ И ГАЗА

А. М. Гайфуллин<sup>1</sup>, В. В. Жвик<sup>1</sup>, С. А. Накрохин<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Центральный аэрогидродинамический институт им. проф. Н.Е. Жуковского,  
Жуковский

<sup>2</sup>Московский физико-технический институт, Долгопрудный

Рассматриваются два примера течения вязкой жидкости и газа, которые можно характеризовать как необычные течения. Первый пример относится к интегрально несимметричному течению около симметричного тела при симметричном его обтекании. Вторым примером – к двум состояниям осесимметричных закрученных струй с различным асимптотическим поведением.

Хорошо известна задача об обтекании под нулевым углом атаки пластины с движущейся против потока поверхностью. В случае несжимаемой жидкости в зависимости от отношения скорости движения поверхности к скорости набегающего потока реализуются различные режимы: стационарный режим с замкнутой рециркуляционной областью, нестационарный периодический режим с пульсирующими вихревыми структурами около верхней и нижней поверхностей пластины, нестационарный режим с движущейся против потока вихревой областью. Нестационарные течения с пульсирующими вихревыми структурами характеризуются в каждый момент времени несимметрией течения около пластины, при этом возникает подъемная сила. Вместе с тем, если взять интеграл по периоду от подъемной силы, то он окажется нулевым. Подобные режимы наблюдаются и в случае сжимаемого газа. Но, к ним при трансзвуковых скоростях набегающего потока добавляется еще один режим – нестационарное периодическое течение с интегрально ненулевой подъемной силой по периоду. Знак силы выбирается случайно и зависит от выхода течения на периодический режим.

В научных публикациях рассматривается два типа осесимметричных закрученных струй – с сохранением момента количества движения сквозь сечение струи [1] и с сохранением циркуляции азимутальной скорости по контуру вокруг струи [2]. Данные струи имеют различное асимптотическое затухание характеристик на больших расстояниях от источника, различные инварианты. Обсуждается вопрос о возможности практической реализации таких струй. Если практическая реализация закрученной струи с сохранением момента количества движения не вызывает сомнения (выдув жидкости из трубы с вращающейся внутренней поверхностью), то вопрос о возможности создания струи с сохраняющейся циркуляцией остается открытым.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 19-01-00163).

## Список литературы

1. Лойцянский Л. Г. *Механика жидкости и газа*. М.: Дрофа, 2003.
2. Гольдштик М. А., Штерн В. Н., Яворский Н. И. *Вязкие течения с парадоксальными свойствами*. Новосибирск: Наука, 1989.

# РАССЕЯНИЕ ПЛОСКОЙ АКУСТИЧЕСКОЙ ВОЛНЫ ЛОКАЛИЗОВАННЫМ ЦИЛИНДРИЧЕСКИМ ВИХРЕМ

Д. А. Гаджиев<sup>1,2</sup>, А. М. Гайфуллин<sup>1,2</sup>

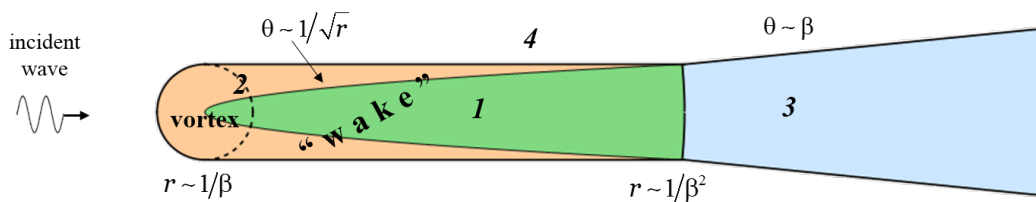
<sup>1</sup>Центральный аэрогидродинамический институт им. проф. Н.Е. Жуковского,  
Жуковский

<sup>2</sup>Московский физико-технический институт, Долгопрудный

Задача о рассеянии плоской монохроматической акустической волны цилиндрическим вихрем с ненулевой циркуляцией на бесконечности изучается с 1950-х гг. Для существующих решений характерно нефизичное поведение возмущений при рассеянии на малые углы: особенность на линии за вихрем [1] или неубывающая амплитуда на сколь угодно больших расстояниях [2–4]. Причиной является медленное убывание поля скоростей вихря на бесконечности, не допускающее постановку граничных условий уходящих волн. В данной работе рассматривается рассеяние звуковой волны на вихре с распределением циркуляции  $\Gamma = \Gamma_0 (r/\delta)^2$  при  $r < \delta$  и  $\Gamma = \Gamma_0 \exp(-\beta^2 r^2)$  при  $r \geq \delta$ , который может быть создан вращением в вязкой среде бесконечно протяжённого полого кругового цилиндра радиуса  $\delta$ . Это позволяет моделировать исходную проблему как предельный случай  $\delta \rightarrow 0$ ,  $\beta \rightarrow 0$ .

Показано, что область, в которой амплитуда рассеянной волны сохраняет максимальный порядок, включает (см. рисунок): а) «вихрь»  $r \sim \beta^{-1}$ ; б) протяжённый «след» за вихрем длиной  $r \sim \beta^{-2}$  и шириной  $r \sim \beta^{-1}$ . В рамках этой области можно выделить: (1) параболическую область на малых углах  $\theta \sim 1/\sqrt{r}$ , в которой существенно изменение амплитуды суммарного звукового поля; и (2) оставшуюся часть, в которой рассеянная волна даёт вклад только в сдвиг фазы. За пределами этой области амплитуда возмущений уменьшается пропорционально  $1/\sqrt{r}$ , достигая максимума в области (3) малых углов  $\theta \sim \beta$ . Анализ решения в формальном пределе  $\beta = 0$  подтверждает справедливость решений [2–4] применительно к случаю потенциального вихря. Ранние решения с сингулярностью [1] эквивалентны дальней асимптотике в области (4), которая в случае потенциального вихря отсутствует.

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 19-31-90057.



## Список литературы

1. Pitaevskii L. P. *Calculation of the phonon part of the mutual friction force in superfluid helium*. Sov. Phys. JETP 35: 1271-1275, 1958.
2. Sakov P. V. *Scattering of sound by a vortex filament*. Acoust. Phys. 39: 280-282, 1993.
3. Ford R., Llewellyn Smith S. *Scattering of acoustic waves by a vortex*. J. Fluid Mech. 386: 305-328, 1999.
4. Belyaev I. V., Kopiev V. F. *On the statement of the problem of sound scattering by a cylindrical vortex*. Acoust. Phys. 54: 699-711, 2008.

# ТОЧНЫЕ РЕШЕНИЯ ИНВАРИАНТНЫХ ПОДМОДЕЛЕЙ РАНГА 1 УРАВНЕНИЙ ГИДРОДИНАМИЧЕСКОГО ТИПА

Д. Т. Сираева

Институт механики им. Р. Р. Мавлютова УФИЦ РАН, Уфа

Рассматриваются уравнения гидродинамического типа [1]

$$D\mathbf{u} + \rho^{-1}\nabla p = 0, \quad D\rho + \rho \operatorname{div}\mathbf{u} = 0, \quad Dp + \rho f_\rho \operatorname{div}\mathbf{u} = 0, \quad (1)$$

где  $D = \partial_t + (\mathbf{u} \cdot \nabla)$  — оператор полного дифференцирования;  $\nabla = \partial_{\vec{x}}$  — градиент по пространственным независимым переменным  $\vec{x}$ ;  $\vec{u}$  — вектор скорости;  $\rho$  — плотность;  $p$  — давление;  $t$  — время. Уравнение состояния имеет специальный вид [1]

$$p = f(\rho) + h(S), \quad (2)$$

в силу которого последнее уравнение системы (1) может быть записано для энтропии

$$DS = 0.$$

Система (1) с учетом уравнения состояния (2) допускает двенадцатимерную алгебру Ли  $L_{12}$ . Алгебра Ли расширяется за счет оператора дифференцирования по давлению  $Y_1 = \partial_p$ . Оптимальная система неподобных подалгебр алгебры Ли  $L_{12}$  построена в работе [2].

С помощью 3-мерных подалгебр [2] вычисляются инвариантные подмодели ранга 1, представляющие собой системы обыкновенных дифференциальных уравнений [3]. Для некоторых построенных подмоделей найдены точные решения. По точным решениям инвариантных подмоделей ранга 1 описаны движения частиц в пространстве в целом.

Работа поддержана грантом РФФИ (код проекта 18-29-10071) и частично средствами государственного бюджета по госзаданию (номер 0246-2019-0052).

## Список литературы

1. Овсянников Л. В. *Программа ПОДМОДЕЛИ. Газовая динамика*. ПММ. Москва: РАН. 1994. Т. 58, вып. 4. С. 30–55.
2. Сираева Д. Т. *Оптимальная система неподобных подалгебр суммы двух идеалов*. УМЖ. 2014. Т. 6, вып. 1. С. 94–107.
3. Хабиров С. В. *Лекции. Аналитические методы в газовой динамике*. Уфа. БГУ. 2013. 224 с.

# ВИХРЕВЫЕ СТАЦИОНАРНЫЕ СТРУКТУРЫ В МАГНИТОГИДРОДИНАМИЧЕСКИХ ТЕЧЕНИЯХ НЕСЖИМАЕМОЙ ПОЛИМЕРНОЙ ЖИДКОСТИ

Р. Е. Семенко<sup>1,2</sup>, А. М. Блохин<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup>Институт математики им. С.Л. Соболева СО РАН, Новосибирск

<sup>2</sup>Новосибирский государственный университет, Новосибирск

Сложная молекулярная структура жидких полимерных материалов сильно затрудняет задачу о построении математических моделей динамики полимерных сред. На сегодняшний день предложено большое количество таких моделей, однако имеющиеся математический результаты для значительной части этих моделей пока достаточно ограничены. Одной из сравнительно новых моделей динамики жидких полимеров является обобщенная реологическая модель Виноградова–Покровского, использующая мезоскопический подход к выводу математических соотношений. Новизна и недостаточная изученность этой модели делает целесообразным исследование известных типов течений вязких жидкостей в применении к модели.

Одним из классических течений вязкой жидкости является вращательное движение жидкости над горизонтальным вращающимся диском. Аналитическое автомодельное решение для такой задачи в рамках уравнению Навье–Стокса было предложено Карманом и в дальнейшем подробно изучено и дополнено большим количеством авторов. Мы рассматриваем подобное течение для вязкоупругой среды в присутствии магнитного поля в рамках модифицированной модели Виноградова–Покровского, дополненной уравнениями Максвелла. В отличие от классической задачи Кармана мы изучаем слой воды конечной толщины. Для поиска решений мы используем представление решения, подобное автомодельному “кармановскому” решению [1, 2], но в нашем случае оно задает приближенное решение в цилиндрической окрестности оси вращения диска. Мы приводим примеры численных стационарных решений при различных параметрах внешнего магнитного поля.

Работа выполнена при финансовой поддержке программы фундаментальных научных исследований СО РАН I.1.5 (проект No 0314-2016-0013).

## Список литературы

1. Гринспен Х. *Теория вращающихся жидкостей*. Ленинград: Гидрометеиздат, 1975.
2. Кострыкин С. В. *Режимы стационарных течений в задаче об интенсивной ветровой циркуляции в тонком слое вязкой вращающейся жидкости*. ЖЭТФ. 2018. Т. 154. № 1. С. 193–205.

# ОБ АНАЛИТИЧЕСКИХ РЕШЕНИЯХ СПЕЦИАЛЬНОЙ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ СИСТЕМЫ ТИПА РЕАКЦИЯ-ДИФФУЗИЯ

А. Л. Казаков, П. А. Кузнецов, А. А. Лемперт

Институт динамики систем и теории управления имени В. М. Матросова  
СО РАН, Иркутск

Исследуется система нелинейных параболических уравнений вида

$$\begin{cases} u_t = uu_{xx} + u_x^2/\sigma + F(u, v), \\ v_t = vv_{xx} + v_x^2/\delta + G(v, u), \end{cases} \quad (1)$$

где  $F(u, v)$  и  $G(v, u)$  — известные достаточно гладкие функции, такие, что  $F(0, 0) = G(0, 0) = 0$ ;  $\sigma, \delta > 0$  — const. Математические объекты типа (1) известны под названием систем реакции-диффузии и обычно применяются в химической кинетике. В частности, величины  $u^{1/\sigma}$  и  $v^{1/\delta}$  могут показывать концентрацию веществ-эффекторов, участвующих в реакции (активаторов и ингибиторов соответственно) [1]. Помимо этого, уравнения вида (1) используются для описания процессов теплопроводности, фильтрации, популяционной динамики и др.

Для системы (1) рассматриваются краевые условия

$$u(t, x)|_{x=a(t)} = p(t), \quad v(t, x)|_{x=a(t)} = q(t). \quad (2)$$

Здесь  $a(t), p(t), q(t)$  — известные достаточно гладкие функции, причем  $a'(0) \neq 0, p(0) = q(0) = 0$ .

Исследование задачи (1), (2) проводится в рамках научной школы А. Ф. Сидорова [2], ранее полученные результаты [3] обобщаются на случай системы. Доказаны теоремы существования и единственности кусочно-аналитических решений при различных видах функций  $p(t), q(t)$ , решения построены в виде специальных рядов с рекуррентно определяемыми коэффициентами, сходимость которых доказывается методом мажорант [4]. Рассмотрены некоторые частные случаи, не подпадающие под действие доказанных теорем. Найдены точные решения задачи (1), (2), построение которых сводится к интегрированию систем обыкновенных дифференциальных уравнений с особенностями перед старшими производными.

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проекты № 20-07-00407, 20-41-385002, 20-51-S52003).

## Список литературы

1. Gambino G., Lombardo M. C., Sammartino M., Sciacca V. *Turing pattern formation in the Brusselator system with nonlinear diffusion*. Physical Review E. 2013. Vol. 88. P. 042925.
2. Сидоров А. Ф. *Избранные труды: Математика. Механика*. М.: Физматлит, 2001.
3. Казаков А. Л., Лемперт А. А. *О существовании и единственности решения краевой задачи для параболического уравнения нестационарной фильтрации*. ПМТФ. 2013. Т. 54. № 2. С. 97–105.
4. Тешуков В. М. *Пространственный аналог центрированных волн Римана и Прандтля-Мейера*. ПМТФ. 1982. Т. 23. № 4(134). С. 98–106.

# ОБ ОДНОЙ ЗАДАЧЕ С ОСОБЕННОСТЬЮ ДЛЯ УРАВНЕНИЯ КОНВЕКЦИИ-ДИФФУЗИИ

А. Л. Казаков<sup>1</sup>, Л. Ф. Спёвак<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Институт динамики систем и теории управления имени В. М. Матросова СО  
РАН, Иркутск

<sup>2</sup>Институт машиноведения УрО РАН, Екатеринбург

В работе рассматривается нелинейное параболическое уравнение конвекции - диффузии [1, 2]

$$c_\tau = A(c^\alpha c_x)_x + B(c^q)_x, \quad A, B, \alpha, q > 0 - \text{const.} \quad (1)$$

Заменой  $u = c^\alpha(\tau, x)$ ,  $t' = At$  уравнение (1) приводится к виду

$$u_t = uu_{xx} + u_x^2/\alpha + \beta u^\gamma u_x, \quad (2)$$

где  $\beta = Bq/\alpha$ ,  $\gamma = (q - 1)/\alpha$ . Отличительной чертой уравнения (2) можно назвать особенность перед старшей производной при  $u = 0$ , следствием которой становится существование решений типа тепловых волн, распространяющихся по холодному (нулевому) фону [3]. В данной работе исследуются такого рода решения уравнения (2) при заданном законе движения нулевого фронта

$$u(t, x)|_{x=a(t)} = 0, \quad (3)$$

при этом авторы продолжают исследования [4, 5], выполненные ранее для уравнения (1) без конвективного члена ( $\beta = 0$ ).

Для задачи (2), (3) обоснована теорема существования и единственности аналитического решения. Доказательство является конструктивным, аналитическое решение строится в виде степенного ряда с рекуррентно вычисляемыми коэффициентами. Также на основе метода граничных элементов разработан алгоритм численного решения задачи (2), (3) на конечном промежутке времени. Тестирование алгоритма проведено сравнением результатов численных расчетов с приближенными (в виде отрезков степенных рядов) и точными решениями.

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проекты № 20-07-00407, 20-51-S52003).

## Список литературы

1. Lu Y., Klingenberg C., Koley U., Lu X. *Decay rate for degenerate convection diffusion equations in both one and several space dimensions*. Acta Mathematica Scientia. 2015. Vol. 35. Iss. 2. P. 281–302.
2. Polyanin A. D. *Functional separable solutions of nonlinear convection–diffusion equations with variable coefficients*. Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation. 2019. Vol. 73. P. 379–390.
3. Сидоров А. Ф. *Избранные труды: Математика. Механика*. М.: Физматлит, 2001.
4. Kazakov A. L., Spevak L. F. *An analytical and numerical study of a nonlinear parabolic equation with degeneration for the cases of circular and spherical symmetry*. Applied Mathematical Modelling. 2016. Vol. 40. Iss. 2. P. 1333–1343.
5. Казаков А. Л. *О точных решениях краевой задачи о движении тепловой волны для уравнения нелинейной теплопроводности*. Сибирские электронные математические известия. 2019. Т. 16. С. 1057–1068.

# ON AN INVERSE PROBLEM FOR THE ELLIPTIC EQUATION WITH THE MIXED BOUNDARY CONDITION

*A. Sh. Lyubanova, A. V. Velisevich*

*Siberian Federal University, Krasnoyarsk, Russia*

In this paper we investigate an inverse problem of recovering a lower coefficient in an elliptic partial differential equation with the mixed boundary condition. The inverse problem is formulated as follows.

For given functions  $f(x)$ ,  $\beta(x)$ ,  $\omega(x)$ ,  $\sigma(x)$  and a constant  $\mu$  find the pair of function  $u(x)$  and constant  $k$  satisfying the equation

$$-\operatorname{div}(\mathcal{M}(x)\nabla u) + m(x)u + ku = f,$$

the boundary condition

$$\left(\frac{\partial u}{\partial N} + \sigma(x)u\right)\Big|_{\partial\Omega} = \beta(x)$$

and the condition of overdetermination

$$\int_{\partial\Omega} uh(x)ds = \mu.$$

Here  $\Omega \subset \mathbf{R}^n$  is a bounded domain with a boundary  $\partial\Omega$ ,  $t \in (0, T)$ ,  $\mathcal{M}(x) \equiv (m_{ij}(x))$  is a matrix of functions  $m_{ij}(x)$ ,  $i, j = 1, 2, \dots, n$ ;  $\frac{\partial}{\partial N} = (\mathcal{M}(x)\nabla, \mathbf{n})$ ,  $\mathbf{n}$  is the unit vector of the outward normal to the boundary  $\partial\Omega$ . The operator  $M = -\operatorname{div}(\mathcal{M}(x)\nabla) + m(x)I$  is supposed to be elliptic and selfadjoint.

Under certain hypotheses on the input data the local existence and uniqueness of the strong solution of the above-stated inverse problem is established. The proof is based on original approach developed in the articles by A. Sh. Lyubanova [1, 2] that relies on the method for reducing the inverse problem to an operator equation for the unknown parameter [3].

Applications of such problems deal with the recovery of unknown parameters indicating physical properties of a medium. In particular, the lowest coefficient  $k$  specifies, for instance, the catabolism of contaminants due to chemical reactions or the absorption (also known as potential) in the diffusion and acoustics problems.

The reported study was funded by RFBR, project number 20-31-90053.

## Список литературы

1. Lyubanova, A. Sh. *Identification of a constant coefficient in an elliptic equation*. *Applicable Analysis*. 2008. V. 87 No 10-11. P. 1121–1128.
2. Lyubanova, A. Sh. *On an inverse problem for quasi-linear elliptic equation*. *Journal of Siberian Federal University. Mathematics & Physics*. 2015. V. 8, No 1. P. 38–48.
3. Prilepko A. I., D.G. Orlovsky D. G., I.A. Vasin I. A. *Methods for solving inverse problems in mathematical physics*. New York: Marcel Dekker, Inc., 2000.

# ОБ ОДНОМ ТРЁХМЕРНОМ ДВУХСЛОЙНОМ КОНВЕКТИВНОМ ТЕЧЕНИИ

А. А. Азанов<sup>1</sup>, В. К. Андреев<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Сибирский федеральный университет, Красноярск

<sup>2</sup>Институт вычислительного моделирования СО РАН, Красноярск

Рассматривается двухслойное движение описываемое полем скоростей вида

$$u(x, y, z, t) = (f(z, t) + h(z, t))x, \quad v(x, y, z, t) = (f(z, t) - h(z, t))y, \\ w(x, y, z, t) = -2 \int_{z_0}^z f(\xi, t) d\xi. \quad (1)$$

Поле температур есть квадратичное от  $x$  и  $y$ :

$$T(x, y, z, t) = a(z, t)x^2 + b(z, t)y^2 + \theta(z, t). \quad (2)$$

Давление выражается через функции  $f$ ,  $h$ ,  $a$ ,  $b$ ,  $\theta$  и также является квадратичным относительно  $x$ ,  $y$ . 1. Поставлена начально-краевая задача относительно независимых переменных  $f$ ,  $h$ ,  $a$ ,  $b$ ,  $\theta$ , описывающая движение с поверхностью раздела. Она является обратной. 2. Для ползущего движения найдено стационарное поле скоростей, давлений и температур. При этом учтено и неклассическое энергетическое условие на границе раздела. Показано, что имеется два таких решения. 3. Нестационарная задача решена методом преобразования Лапласа. Доказано, что при некоторых условиях найденное нестационарное решение сходится к стационарному режиму. Проведённые численные расчёты по нахождению обратного преобразования Лапласа подтверждают теоретические результаты.

**Замечание.** Вид решения (1), (2) был предложен В. В. Пухначёвым в [1]. Он является более частным видом решения рассмотренного в [2].

## Список литературы

1. Andreev V. K., Gaponenko Yu. A., Goncharova O. N., Pukhnachev V. V. *Mathematical Models of Convection*. Walter de Gruyter GmbH & Co KG. Berlin/Boston. 2012.
2. Аристов С. Н., Князев Д. В., Полянин А. Д. *Точные решения уравнений Навье-Стокса с линейной зависимостью компонент скорости от двух пространственных переменных*. Теоретические основы химической технологии. 2009. Т. 43. № 5. С. 547–565.



# KELVIN-VOIGT EQUATIONS FOR NONHOMOGENEOUS INCOMPRESSIBLE FLUID. REGULARITY AND UNIQUENESS OF SOLUTIONS

*S. N. Antontsev<sup>1,2,3</sup>, H. B. de Oliveira<sup>3</sup>, Kh. Khompysh<sup>4</sup>*

<sup>1</sup>*Lavrentyev Institute of Hydrodynamics, SB RAS, Novosibirsk, Russia*

<sup>2</sup>*CMAF-CIO, University of Lisbon, Lisbon, Portugal*

<sup>3</sup>*Novosibirsk State University, Russia Federation*

<sup>3</sup>*Universidade do Algarve, Faro, Portugal*

<sup>4</sup>*Al-Farabi Kazakh National University, Almaty, Kazakhstan*

This talk is devoted to study the qualitative properties of solutions for Kelvin-Voigt equations describing a flow of incompressible and nonhomogeneous fluid. Existence of weak solutions and large time behavior properties of them were considered in [1–3] for the following initial-boundary value problem:

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\rho \mathbf{v})}{\partial t} + \mathbf{div}(\rho \mathbf{v} \otimes \mathbf{v}) = \\ \nabla \pi + \mathbf{div} \left( \varkappa |\mathbf{D}(\mathbf{v})|^{q-2} \frac{\partial \mathbf{D}(\mathbf{v})}{\partial t} + \mu |\mathbf{D}(\mathbf{v})|^{p-2} \mathbf{D}(\mathbf{v}) \right) + \rho \mathbf{f} \quad \text{in } Q_T = \Omega \times (0, T), \\ \frac{\partial \rho}{\partial t} + \mathbf{div}(\rho \mathbf{v}) = 0 \quad \text{and} \quad \mathbf{div} \mathbf{v} = 0 \quad \text{in } Q_T, \\ \rho \mathbf{v}|_{t=0} = \rho_0 \mathbf{v}_0 \quad \text{and} \quad \rho|_{t=0} = \rho_0 \quad \text{in } \Omega, \\ \mathbf{v} = \mathbf{0} \quad \text{on } \Gamma_T \end{aligned}$$

where  $\mathbf{D}(\mathbf{v}) = 1/2(\nabla \mathbf{v} + \nabla \mathbf{v}^T)$ ,  $\Omega \subset \mathbf{R}^d$ ,  $d \geq 2$ . Here the unknowns are the vector field  $\mathbf{v}$ , the density  $\rho$  and the scalar field of pressure  $\pi$ . The coefficients  $\varkappa$ ,  $\mu$  and the exponents  $p$ ,  $q$  are given constants. A fundamentally new point here is the presence of the hyperbolic transport equation for the density  $\rho$ .

This talk discusses the task of restoring pressure for weak solutions and their further regularity. Sufficient conditions ensuring the uniqueness of weak solutions are also considered.

The first author was partially supported by the RSF grant no. 19-11-00069. Both first and second authors were also partially supported by the Portuguese Foundation for Science and Technology, Portugal, under the project: UID/MAT/04561/2019. The third author was partially supported by the Grant no. AP08052425 of the Ministry of Science and Education of the Republic of Kazakhstan (MES RK), Kazakhstan.

## Список литературы

1. S N Antontsev, H B de Oliveira and Kh Khompysh. *Existence and large time behavior for generalized Kelvin-Voigt equations governing nonhomogeneous and incompressible fluids*. MPCM2019.IOP Conf. Series: Journal of Physics: Conf. Series 1268 (2019)
2. S.N. Antontsev, H.B.de Oliveira and Kh. Khompysh, *Kelvin-Voigt equations perturbed by anisotropic relaxation, diffusion and damping*, J. Math.Anal.Appl. 473 (2019), 1122-1154.
3. S.N. Antontsev, H.B.de Oliveira and Kh. Khompysh, *Generalized Kelvin-Voigt equations for nonhomogeneous and incompressible fluids*, Communications in Mathematical Sciences, Vol.17, No. 7, pp.1915-1948. 2019.

# ОБ ИНВАРИАНТНЫХ ДВИЖЕНИЯХ ОБЩЕЙ ТРЕХМЕРНОЙ ПОДГРУППЫ ПРОСТРАНСТВЕННЫХ ПЕРЕНОСОВ

*С. В. Хабилов*

*Институт механики им. Р.Р. Мавлютова - обособленное структурное подразделение Уфимского федерального исследовательского центра РАН, Уфа*

Уравнения механики сплошной среды инвариантны относительно группы Галилея расширенной растяжением. Группа содержит абелеву подгруппу переносов и галилеевых переносов. Изучена алгебра Ли этой группы и построена оптимальная система подалгебр с точностью до внутренних автоморфизмов [1]. 6-и мерной абелевой подгруппе пространственных переносов соответствует абелева подалгебра, структура которой содержит 13 не подобных подалгебр [2]. Среди них выделена общая 3-х мерная подалгебра, содержащая все операторы галилеевых преобразований. Эта подалгебра содержит 5 произвольных параметров — инвариантов группы внутренних автоморфизмов. Относительно общей трехмерной подгруппы рассмотрены все инвариантные решения с линейным полем скоростей для идеальной газовой динамики. В определенные моменты времени частицы собираются на линейных многообразиях коллапса. В зависимости от значений произвольных параметров могут быть несколько многообразий коллапсов от одного до трех. Получено множество решений, каждое из которых справедливо между двумя многообразиями коллапсов. Перечислены все возможные случаи коллапсов частиц. Рассмотрены движения выделенных объемов частиц в виде параллелепипедов, которые проецируются в параллелограммы на плоских многообразиях коллапсов и в отрезки на линейных многообразиях. На примере уравнений газовой динамики у полученных решений изучено движение звуковых поверхностей в зависимости от уравнения состояния. Выведены уравнения движения звуковых характеристик для полученных инвариантных решений. Приведен пример звукового коноида простейшего решения.

Работа поддержана грантом РФФИ (№ 18-29-10071) и средствами государственного бюджета по госзаданию (№ 0246-2019-0052).

## Список литературы

1. Ю.А. Чиркунов, С.В. Хабилов. *Элементы симметричного анализа дифференциальных уравнений механики сплошной среды*. Новосибирск: НГТУ, 2012. 659 с.
2. С.В. Хабилов. *Лекции. Аналитические методы в газовой динамике*. Уфа: БашГУ, 2013. 224 с.

## МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ФЛОТОКОМПЛЕКСА ЧАСТИЦА-ПУЗЫРЕК В РАМКАХ ЛАГРАНЖЕВА ФОРМАЛИЗМА

*Н. П. Мошкин<sup>1,3</sup>, С. А. Кондратьев<sup>2</sup>*

<sup>1</sup>*Институт гидродинамики им. М. А. Лаврентьева СО РАН, Новосибирск*

<sup>2</sup>*Институт горного дела им. Н. А. Чинакала СО РАН, Новосибирск*

<sup>3</sup>*Новосибирский государственный университет, Новосибирск*

С использованием Лагранжева формализма модель взаимодействия газового пузырька с прикрепленной к его поверхности твердой частицей получена в виде связанной системы нелинейных дифференциальных уравнений второго порядка. Модель учитывает осцилляции поверхности пузырька и присоединенной к ней твердой цилиндрической частицы в бесконечном объеме идеальной несжимаемой жидкости. Сила, удерживающая частицу на пузырьке обусловлена формой поверхности мениска, которая определяет краевой угол смачивания.

Малые осесимметричные осцилляции системы частица-пузырек представлены рядом по полиномам Лежандра. Потенциальная и кинетическая энергии выражаются через коэффициенты этого ряда. Условие прилипания частицы к поверхности пузырька реализуется через множители Лагранжа.

Зависимость размера частицы и ее плотности демонстрируется в результате численного интегрирования полученной динамической системы дифференциальных уравнений.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 18-05-00361).

## НЕКОТОРЫЕ НОВЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ В АСИМПТОТИЧЕСКОЙ ТЕОРИИ НЕСТАЦИОНАРНОГО СВОБОДНОГО ВЯЗКО-НЕВЯЗКОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ В ТРАНСЗВУКОВОМ РЕЖИМЕ

*А. Н. Богданов<sup>1</sup>, И. М. Кондратьев<sup>2</sup>*

<sup>1</sup>*НИИ механики МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва*

<sup>2</sup>*Институт машиноведения им. А.А. Благонравова РАН, Москва*

Ряд существенных сторон течения при трансзвуковом свободном вязко-невязком взаимодействии не является окончательно установленным (стационарность процесса и причины возникновения нестационарных режимов, условия непрерывности течения, устойчивость наблюдаемых режимов, в частности, характер поведения слабых возмущений, нелинейных структур и проч.). По-прежнему актуальным является создание новых моделей явления [1]. Вместе с этим возрастает круг актуальных для изучения смежных вопросов (ламинарно-турбулентный переход, отрыв потока, псевдоскачки и т.д.). К настоящему времени даже для линейного профиля скорости невозмущенного пограничного слоя получены новые результаты [2], показывающие качественно большую сложность процессов развития малых возмущений, чем это полагалось ранее [3]. Сложное разграничение областей устойчивости и неустойчивости трансзвукового течения было обнаружено ранее [4], как и наличие бифуркационно подобного поведения дисперсионных кривых [5].

Работа выполнена в соответствии с планом исследований НИИ механики МГУ (тема АААА-А19-119012990113-1) при частичной финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект 18-01-00793).

## Список литературы

1. Богданов А.Н., Диесперов В.Н., Жук В.И. *Асимптотики дисперсионных кривых в задачах нестационарного свободного вязко-невязкого взаимодействия на трансзвуковых скоростях*. Докл. РАН. 2017. том 475, № 2, с. 150-153
2. Богданов А.Н., Диесперов В.Н., Жук В.И. *Асимптотики дисперсионных кривых в задачах нестационарного свободного вязко-невязкого взаимодействия на трансзвуковых скоростях* Докл. РАН. 2017. том 475, № 2, с. 150-153
3. Жук В.И. *Волны Толлмина–Шлихтинга и солитоны*. М.: Наука, 2001. 167 с.
4. Богданов А.Н., Диесперов В.Н., Жук В.И. *Об особых точках поля дисперсионных кривых при исследовании устойчивости трансзвукового пограничного слоя*. Докл. РАН. 2013. Т. 449. № 4. С. 414-415.
5. Богданов А.Н., Диесперов В.Н., Жук В.И. *Асимптотика нижней ветви кривой нейтральной устойчивости для трансзвукового взаимодействующего пограничного слоя на плоской пластине*. Докл. РАН. 2013. Т. 449. № 2. С. 160-162.

## ОБ ИНВАРИАНТАХ СИСТЕМЫ ФУНКЦИОНАЛЬНЫХ МАТРИЦ И ИХ ПРОИЗВОДНЫХ

С. А. Васюткин<sup>1</sup>, А. П. Чупахин<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Новосибирский государственный университет, Новосибирск

<sup>2</sup>Институт гидродинамики им. М.А. Лаврентьева СО РАН, Новосибирск

Алгебраические инварианты системы матриц, т.е. величины инвариантные относительно группы внутренних автоморфизмов группы  $GL(n)$  при её действии на  $n \times n$  матрицы исследуются как с позиции общей теории инвариантов, так и находят приложения в механике континуума, теории турбулентности. Построены базисы таких систем для матриц различной размерности [1, 2].

Представляет интерес обобщение это задачи для систем функциональных матриц и их производных, т.е. матриц, элементами которых являются гладкие функции и их производные. Для действия на производные группа внутренних автоморфизмов группы  $GL(n)$  продолжается стандартным образом, так что можно говорить о задаче отыскания и исследования дифференциальных инвариантов системы матриц и их производных.

В докладе эта задача исследуется для  $2 \times 2$  функциональных матриц и производных от них для любого порядка  $N$  [3]. Показана связь этой задачи с классификацией дифференциального аналога алгебр Клиффорда. Обсуждаются приложения полученных результатов в механике сплошной среды.

## Список литературы

1. Пенроуз Ф., Риндлер В. *Спиноры и пространство-время*. М.: Мир, 1988.
2. Дьедонне Ж., Кэррол Дж., Мамфорд Д. *Геометрическая теория инвариантов*. М.: Мир, 1974.
3. Дьедонне Ж. *Геометрия классических групп*. М.: Мир, 1974.

# ИССЛЕДОВАНИЕ АЛГОРИТМА ЧИСЛЕННОГО РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ ТЕПЛОВОЙ МАСКИРОВКИ

О. В. Соболева

Институт прикладной математики ДВО РАН, Владивосток

Начнем с описания прямой задачи теплопроводности, рассматриваемой в прямоугольнике  $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : |x| < x_0, |y| < y_0\}$  при заданных числах  $x_0, y_0$ . Будем предполагать, что внешне приложенное тепловое поле  $T^e$  создается двумя нагретыми до разных температур  $T_1$  и  $T_2$  вертикальными пластинами  $x = \pm x_0$ , в то время как верхняя и нижняя пластины  $y = \pm y_0$  теплоизолированы. Предположим далее, что в область  $D$  помещается маскировочная оболочка  $(\Omega, k)$ . Здесь  $\Omega$  является кольцом  $a < |\mathbf{x}| < b$ ,  $b < \max\{x_0, y_0\}$ , а  $k$  – коэффициент теплопроводности однородной изотропной среды, заполняющей  $\Omega$ . Также предположим, что внутренность  $\Omega_i : |\mathbf{x}| < a$  и внешность  $\Omega_e : |\mathbf{x}| < b$  области  $\Omega$  состоят из однородных изотропных сред, имеющих коэффициенты теплопроводности  $k_i > 0$  и  $k_e > 0$ .

В этом случае прямая задача теплопроводности сводится к нахождению тройки функций  $T_i$  в  $\Omega_i$ ,  $T$  в  $\Omega$  и  $T_e$  в  $\Omega_e$ , которые удовлетворяют уравнениям [1, 2]

$$k_i \Delta T_i = 0 \text{ в } \Omega_i, \operatorname{div}(k \operatorname{grad} T) = 0 \text{ в } \Omega, k_e \Delta T_e = 0 \text{ в } \Omega_e, \quad (1)$$

следующим граничным условиям

$$T_e|_{x=-x_0} = T_1, T_e|_{x=x_0} = T_2, \nabla T_e \cdot \mathbf{n}|_{y=\pm y_0} = 0,$$

и условиям сопряжения на границах оболочки  $\Omega$ , имеющим вид

$$T_i = T, k_i \frac{\partial T_i}{\partial n} = (k \nabla T) \cdot \mathbf{n}, \text{ при } |\mathbf{x}| < a, T_e = T, k_e \frac{\partial T_e}{\partial n} = (k \nabla T) \cdot \mathbf{n} \text{ при } |\mathbf{x}| < b.$$

Здесь  $\mathbf{n}$  – единичный вектор внешней нормали.

Обратная задача тепловой маскировки заключается в нахождении коэффициента теплопроводности  $k$  маскировочной оболочки  $\Omega$  из условий:  $\nabla T_i = 0$  в  $\Omega_i$  и  $T_e = T^e$  в  $\Omega_e$ . С помощью оптимизационного метода сформулированная обратная задача сводится к задаче управления [1–3]. В работе, предлагается численный алгоритм решения экстремальной задачи, основанный на использовании системы оптимальности [3] и исследуется его сходимость. Обсуждаются результаты вычислительных экспериментов.

Работа выполнена при поддержке государственного задания Института прикладной математики ДВО РАН (Тема № 075-01095-20-00).

## Список литературы

1. Alekseev G. V., Tereshko D. A. *Particle swarm optimization-based algorithms for solving inverse problems of designing thermal cloaking and shielding devices*. International Journal of Heat and Mass Transfer. 2019. V. 135. P. 1269–1277.
2. Алексеев Г. В., Левин В. А., Терешко Д. А. *Моделирование и оптимизация в задачах проектирования сферических слоистых тепловых оболочек*. Прикладная механика и техническая физика. 2019. Т. 60. № 2. С. 323–331.
3. Alekseev G. V., Soboleva O. V., Piskun I. V. *Inverse design method for the 2D problems of thermal cloaking*. Progress In Electromagnetics Research Symposium — Spring (PIERS). St Petersburg, Russia. 22–25 May. 2017. DOI: 10.1109/PIERS.2017.8261958

## ГИПЕРКОМПЛЕКСНЫЕ ФУНКЦИИ И ИХ ПРИЛОЖЕНИЯ В МЕХАНИКЕ СПЛОШНЫХ СРЕД

*Ю. М. Григорьев, А. М. Яковлев*

*Северо-Восточный федеральный университет им. М.К. Аммосова, Якутск  
Академия наук Республики Саха (Якутия), Якутск*

В двумерных задачах математической и теоретической физики, механики сплошных сред эффективно используются методы теорий комплексных функций. В многомерных задачах развиваются различные методы гиперкомплексных функций, берущие начало из работ Г. Моисила и Н. Теодореску, Р. Фуетера и др. Большинство вариантов гиперкомплексных функций являются решениями некоторых многомерных систем эллиптических уравнений с частными производными, являющимися обобщениями системы Коши–Римана. Такие системы возникают, если регулярные (моногоенные, гиперголоморфные и др.) гиперкомплексные функции определяются как ядра обобщенных операторов Коши–Римана или Дирака с использованием некоторой многомерной гиперкомплексной алгебры. Исторически система Моисила–Теодореску (СМТ) была первой такой системой в трехмерном случае. Теория СМТ развивалась также в рамках теории уравнений в частных производных многими математиками (А.В. Бицадзе, В.И. Шевченко, А.П. Солдатов и др.).

Для общего многомерного случая очень популярным является Клиффордов анализ и его обобщения, которые находят приложения в математической физике. В частном случае трехмерного пространства  $\mathbb{R}^3$  в Клиффордовом анализе возникает СМТ. Но трехмерный случай особо важен для приложений и, таким образом, имеется веская причина специально заниматься теорией СМТ. В связи с этим, в исследованиях ряда авторов теория СМТ развивается как теория регулярных кватернионных функций неполной кватернионной переменной. Некоммутативная, но ассоциативная алгебра кватернионов  $\mathbb{H}$  является четырехмерным обобщением алгебры комплексных чисел. Рассматриваемые регулярные кватернионные функции являются отображениями  $f : \Omega \subset \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{H}$ . Усилиями многих авторов построена теория таких функций как кватернионный анализ с аналогами теорем Коши, Сохоцкого–Племеля, Тейлора, Лорана и др.

В данном сообщении показаны приложения кватернионного анализа в трехмерных задачах теории упругости и стационарной линейной гидродинамики. Для трехмерной теории упругости получены кватернионные аналоги формул Колосова–Мусхелишвили для конечной и бесконечной областей. Разработан эффективный аппарат операторов радиального интегрирования для решения задач в звездных областях и их дополнениях. Разработаны кватернионные алгоритмы решения задачи о равновесии упругого тела. Для случая шара и пространства с шаровой плотностью кватернионные алгоритмы позволяют получать решения всех основных упругих задач в виде квадратур. Показано, что некорректная задача Коши для уравнения Ламе эквивалентна задаче регулярного продолжения кватернионной функции с куска границы во внутрь области. На основе кватернионного аналога формулы Колосова–Мусхелишвили разработан алгоритм решения такой задачи. Аналогичные результаты получены для системы Стокса из гидродинамики.

# ЛИНЕАРИЗОВАННАЯ СИСТЕМА УРАВНЕНИЙ ГАЗОВОЙ ДИНАМИКИ ПРИ УЧЕТЕ ДЕЙСТВИЯ СИЛЫ КОРИОЛИСА И ЕЕ ЧАСТНЫЕ РЕШЕНИЯ

А. А. Бугаенко, И. Ю. Крутова

*Снежинский физико-технический институт Национального исследовательского ядерного университета «МИФИ», Снежинск*

Природные восходящие закрученные потоки: торнадо, тропические циклоны, огненные вихри представляют собой сложные и еще достаточно мало изученные явления с точки зрения их возникновения и продолжительного функционирования. Надежное теоретическое изучение этих потоков возможно только с использованием системы уравнений газовой динамики при учете действия сил тяжести и Кориолиса. В силу нелинейности системы уравнений газовой динамики построение ее решений является достаточно трудоемким. Это и послужило причиной линеаризации системы уравнений газовой динамики на ее точных решениях. В работе в случае двух точных решений системы уравнений газовой динамики: при учете и при неучете силы тяжести – приведены линеаризованные на этих двух точных решениях линейные системы уравнений с частными производными. Для линеаризованных систем определены их характеристики. Неучет действия силы тяжести возможен при исследовании газодинамических течений в придонных частях природных восходящих закрученных потоков, в которых параметры газа несильно зависят высоты. Также в работе в случае прямоугольной системы координат проведено частичное расщепление линейной системы уравнений. В случае отсутствия силы тяжести для полученной линеаризованной системы построено несколько конкретных решений.

## Список литературы

1. Баутин С. П., Крутова И. Ю. *Линеаризованная система уравнений газовой динамики при учете действия силы Кориолиса: препринт*. Снежинск: СФТИ НИЯУ МИФИ, 2019.
2. Баутин С. П., Крутова И. Ю. *Аналитическое и численное моделирование течений газа при учете действия силы Кориолиса*. Екатеринбург : УрГУПС, 2019.
3. Баутин С. П., Дерябин С. Л., Крутова И. Ю., Обухов А. Г. *Разрушительные атмосферные вихри и вращение Земли вокруг своей оси: монография*. Екатеринбург: Изд-во УрГУПС, 2017.
4. Баутин С. П., Крутова И. Ю., Обухов А. Г., Баутин К. В. *Разрушительные атмосферные вихри: теоремы, расчеты, эксперименты: монография*. Новосибирск: Наука; Екатеринбург: Изд-во УрГУПС, 2013.
5. Казачинский А. О., Крутова И. Ю. *Построение течений в придонной части восходящих закрученных потоков как решение одной характеристической задачи Коши: Препринт*. Снежинск: издательство СФТИ НИЯУ МИФИ, 2016.

# МГД МОДЕЛЬ НЕСЖИМАЕМОЙ ПОЛИМЕРНОЙ СРЕДЫ. ЛИНЕЙНАЯ НЕУСТОЙЧИВОСТЬ СОСТОЯНИЯ ПОКОЯ

А. М. Блохин, Д. Л. Ткачев

Институт математики им. С. Л. Соболева СО РАН, Новосибирск

Исследуется линейная устойчивость состояния покоя для обобщения базовой реологической модели Покровского-Виноградова, которая описывает течения растворов и расплавов несжимаемых вязкоупругих полимерных сред на неизотермический случай в присутствии магнитного поля.

Установлено, что линейная задача, возникающая при описании магнитогидродинамических течений полимеров в бесконечном плоском канале, обладает следующим свойством: при определенных значениях силы тока проводимости, который подается на электроды, т.е. границы канала, у проблемы существуют решения, амплитуда которых растет экспоненциальным образом (в качестве класса решений выбран класс функций, периодических по переменной, меняющейся вдоль стороны канала). Такой вывод сделан на основе численных расчетов, если в качестве материала выбран эбонит ( $\hat{\lambda} = 14 \cdot 10^{-6}$ , оказывается, здесь  $\hat{\lambda}$  – вторая компонента вектора напряженности) при различных значениях коэффициента магнитного давления, чисел Рейнольдса, Вайсенберга и частот возмущений. Полученный результат – аналог полученных ранее в работах [2]– [6] результатов, связанных с исследованием линейной устойчивости течений типа Пуазейля.

Работа выполнена в рамках программы фундаментальных научных исследований СО РАН I.1.5, проект 0314-2019-0013 и при частичной поддержке РФФИ (коды проектов 19-01-00261а, 20-01-22014).

## Список литературы

1. Пышнограй Г. В., Покровский В. Н., Яновский Ю. Г., Образцов И. Ф., Карнет Ю. Н. *Определяющее уравнение нелинейных вязкоупругих (полимерных) сред в нулевом приближении по параметрам молекулярной теории и следствия для сдвига и растяжения*. ДАН. 1994. Т. 355, № 9. С. 612–615.
2. Блохин А. М., Егитов А. В., Ткачев Д. Л. *Линейная неустойчивость решений математической модели, описывающей течения полимеров в бесконечном канале*. Журн. выч. математики и мат. физики. 2015. Т. 55. № 5. С. 850–875
3. Alexander Blokhin, Dmitry Tkachev and Aleksey Yegitov. *Spectral asymptotics of a linearized problem for an incompressible weakly conducting polymeric fluid*. ZAMM (Z. Angew. Math. Mech.). 2018. V. 98. No. 4. P. 589–601.
4. Blokhin A. M., Tkachev D. L. *Stability of Poiseuille-type flows for an MHD model of an incompressible polymeric fluid*. Journal of Hyperbolic Diff. Equations. 2019. V. 4. No. 4. P. 1–25.
5. Блохин А. М., Ткачев Д. Л., Егитов А. В. *Устойчивость моделей Пуазейлевского типа для МГД модели несжимаемой полимерной жидкости*. Прикл. мат. и мех. 2019. Т. 83. № 5–6. С. 779–789.
6. Blokhin A. M., Tkachev D. L. *Stability of the Poiseuille-type flow for a MHD model of an incompressible polymeric fluid*. European Journal of Mechanics / B Fluids. 2020. V. 80. P. 112–121.



# ВАРИАЦИОННЫЕ ПРИНЦИПЫ И НЕРАВЕНСТВА ДЛЯ СКОРОСТИ ТЕЧЕНИЯ ВЯЗКОЙ ЖИДКОСТИ

*А. Г. Петров*

*Институт проблем механики им. А. Ю. Ишлинского РАН, Москва*

Рассматриваются течения вязкой жидкости в области, на границе которой задаются скорость или напряжение. Показано, что решения краевых задач для уравнений Навье–Стокса и линейных уравнений Стокса с одинаковыми напряжениями на границе подчинены неравенству, которое позволяет получить строгую оценку сверху для функционалов скорости течения, возникающего под действием напряжения на границе области. Если же течение в ограниченной области вызвано касательным напряжением на границе и для больших чисел Рейнольдса справедлива теорема Бэтчелора, а также выполнено условие монотонной зависимости от числа Рейнольдса рассматриваемого функционала скорости, то для средней скорости на границе при всех числах Рейнольдса получены двухсторонние оценки.

Для примера, иллюстрирующего предлагаемый подход, рассмотрено осесимметричное течение жидкости внутри сферы радиуса  $a$  под действием касательного напряжения, заданного на сфере в виде аналитической функции от сферических координат  $\theta$ ,  $\varphi$  в самом общем виде. Таким путем проанализировано распределение скорости внутри жидкой капли, движущейся в газе при любых числах Рейнольдса. Если, в частности, распределение касательного напряжения на сфере имеет вид  $2\mu e_{R\theta} = \tau = \frac{v_0\mu}{a}(1 + k \cos \theta) \sin \theta$ , то получены оценки для скорости на границе капли  $\frac{8\pi}{9}v_0 \leq \langle u \rangle \leq \frac{8\pi}{3} \left( \frac{1}{3} + \frac{k^2}{25} \right) v_0$ . Здесь  $v_0$  – скорость капли,  $\mu$  – коэффициент вязкости,  $a$  – радиус сферы,  $k$  – безразмерный множитель.

Аналогичным способом изучено течение вязкой жидкости в прямоугольной области, на одной стороне которой задается постоянное касательное напряжение, а на остальных трех сторонах – условие равенства нулю скорости жидкости. Найдены верхняя и нижняя оценки для скорости на границе прямоугольника и вихря внутри него для произвольных чисел Рейнольдса и отношений сторон прямоугольника.

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда (проект № 14-19-01633).

## Список литературы

1. Петров А.Г. Скорость диссипации энергии вязкой жидкости с условием для касательного напряжения на граничной линии тока // Докл. АН СССР. Т.304, № 5, 1989г. 1082-1086
2. Воинов О.В., Петров А.Г., Шрагер Г.Р. О модели течения внутри жидкой капли, обтекаемой газом // Изв. АН СССР. МЖГ. 1989. N 6. С. 167-170.
3. Воинов О.В., Петров А.Г. О течениях с замкнутыми линиями тока и движении капель при больших числах Рейнольдса // Изв. АН СССР. МЖГ. N 5. 1987. С. 61-70.
4. Петров А.Г. Вариационные принципы и неравенства для скорости стационарного течения вязкой жидкости // МЖГ. № 1 . 2015. С. 31-40.

## К ПРОБЛЕМЕ РАСЧЁТА УСТОЙЧИВОСТИ ТРЁХМЕРНОГО ПОГРАНИЧНОГО СЛОЯ НА КРИВОЛИНЕЙНЫХ ПОВЕРХНОСТЯХ

*С. В. Кириловский, А. В. Бойко, Т. В. Поплавская*

*Институт теоретической и прикладной механики им. С.А. Христиановича  
СОРАН, Новосибирск*

В двумерных пограничных слоях (ПС) основной причиной естественного ламинар-нотурбулентного перехода (ЛТП) в до- и трансзвуковых течениях является неустойчивость волн Толлмина – Шлихтинга (ТШ). В условиях ПС на искривлённых поверхностях возникают такие аспекты ЛТП как поперечное течение с градиентом давления и возможностью возникновения отрыва. В зависимости, например, от угла атаки в таком пограничном слое ЛТП может возникать как вследствие неустойчивости волн ТШ, так и неустойчивости поперечного течения (ПТ).

В данной работе прогноз положения перехода выполнялся с использованием блока ЛТП LOTRAN, созданного на основе физически обоснованного метода переменного N-фактора ( $e^N$ -метод) для прогнозирования ЛТП в вязких сжимаемых трёхмерных течениях с использованием оригинальных специализированных матричных алгоритмов [1]. Выполнена интеграция блока ЛТП в газодинамический пакет ANSYS Fluent, с помощью которого выполняется численное моделирование ламинарного течения на основе решения осредненных по Рейнольдсу уравнений Навье – Стокса. Полученные данные основного течения конвертируются во внутреннее представление блока ЛТП с помощью специально созданного модуля экспорта данных.

Выполнен расчёт положений ЛТП в ПС, образуемом при дозвуковом обтекании оживального тела типа сферического эллипсоида, расположенного под разными углами атаки. Показано согласие расчетных данных с экспериментальными данными [2]. Установлено, что при малых углах атаки в рассматриваемых условиях ЛТП возникает вследствие неустойчивости волн ТШ. Однако при увеличении угла атаки, помимо этого, на боковых сторонах тела возникают области течения, переход в которых возникает вследствие неустойчивости ПТ.

Основываясь на полученных результатах, можно сделать вывод, что блок ЛТП в интеграции с пакетом ANSYS Fluent даёт адекватный прогноз положения перехода в трёхмерных слабосжимаемых течениях с продольным градиентом давления и поперечной кривизной, в которых реализуются два механизма неустойчивости: неустойчивость волн Толлмина – Шлихтинга и неустойчивость поперечного течения.

Работа выполнена в рамках Программы фундаментальных научных исследований государственных академий наук на 2013-2020 годы. Регистрационный номер: АААА-А19-1190515 90050-2 (проект «Численные и экспериментальные исследования континуальных и разреженных течений применительно к задачам аэродинамики перспективных транспортных систем»).

### Список литературы

1. A.V.Boiko, K.V.Demyanko, Y.M. Nechepurenko, Rus. J. Numer. Anal. Math. Modelling. 32(1), 1–12 (2017).
2. H.U. Meier and H.P. Kreplin, Z. Flugwiss. Weltraumforsch. 4(2), 65–71 (1980).

# РАЗРЕШИМОСТЬ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ СИСТЕМЫ УРАВНЕНИЙ ДИНАМИКИ ВЯЗКИХ СЖИМАЕМЫХ ТЕПЛОПРОВОДНЫХ МНОГОКОМПОНЕНТНЫХ ЖИДКОСТЕЙ

А. Е. Мамонтов, Д. А. Прокудин

Институт гидродинамики им. М. А. Лаврентьева СО РАН, Новосибирск

В работе проведено исследование системы уравнений динамики вязких сжимаемых теплопроводных многокомпонентных жидкостей и представляющей собой обобщение модели Навье—Стокса—Фурье для вязких сжимаемых теплопроводных однокомпонентных сред [1]–[3]. В рамках модели предполагается, что в каждой точке пространства присутствуют все составляющие, которые имеют каждая свою локальную скорость движения, а взаимодействие между ними осуществляется через обмен импульсом, вязкое трение и посредством теплообмена. Особенностью исследуемых уравнений помимо их нелинейности является наличие в законах сохранения импульса и энергии старших производных от полей скоростей всех компонент в силу составной структуры тензоров вязких напряжений, что делает невозможным автоматическое распространение теории однокомпонентных вязких сжимаемых теплопроводных жидкостей на многокомпонентный случай. Доказана теорема существования слабых решений краевой задачи для уравнений динамики вязких сжимаемых теплопроводных многокомпонентных жидкостей в общем случае трех пространственных переменных. В изотермическом случае существование решений краевых задач динамики многокомпонентных жидкостей доказано в работах [4]– [7].

Исследование выполнено за счет гранта РФФИ (проект N 18–01–00649).

## Список литературы

1. Нигматулин Р. И. *Динамика многофазных сред. Часть 1*. М.: Наука, 1987.
2. Rajagopal K. L., Tao L. *Mechanics of mixtures*. Singapore.: World Scientific, 1995.
3. Mamontov A. E., Prokudin D. A. *Viscous compressible homogeneous multi-fluids with multiple velocities: barotropic existence theory*. Siberian Electronic Mathematical Reports. 2017. V. 14. P. 388–397.
4. Mucha P. V., Pokorný M., Zatorska E. *Chemically reacting mixtures in terms of degenerated parabolic setting*. J. Math. Phys. 2013. V. 54. Article 071501.
5. Мамонтов А. Е. , Прокудин Д. А. *Разрешимость регуляризованной стационарной задачи о пространственных движениях многокомпонентных вязких сжимаемых жидкостей*. Сиб. матем. журн. 2016. Т. 57, N 6. С. 1333–1345.
6. Мамонтов А. Е. , Прокудин Д. А. *Существование слабых решений задачи о трехмерных стационарных баротропных движениях смесей вязких сжимаемых жидкостей*. Сиб. матем. журн. 2017. Т. 58, N 1. С. 148–164.
7. Мамонтов А. Е., Прокудин Д. А. *Разрешимость нестационарных уравнений многокомпонентных вязких сжимаемых жидкостей*. Известия Российской академии наук. Серия математическая. 2018. Т. 82. Выпуск 1. С. 151–197.

# О КОРРЕКТНОСТИ ЗАДАЧИ СО СВОБОДНОЙ ГРАНИЦЕЙ ПЛАЗМА-ВАКУУМ С УЧЕТОМ ТОКА СМЕЩЕНИЯ В ВАКУУМЕ

А. Морандо<sup>1</sup>, П. Секки<sup>1</sup>, Ю. Л. Трахинин<sup>2,3</sup>, П. Требески<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Брешианский университет, Брешиа, Италия

<sup>2</sup>Институт математики им. С. Л. Соболева СО РАН, Новосибирск

<sup>3</sup>Новосибирский государственный университет, Новосибирск

Для уравнений МГД идеальной сжимаемой жидкости локальная по времени корректность задачи со свободной границей плазма-вакуум в классической постановке была доказана в [5] при выполнении условия неколлинеарности [3] магнитных полей  $H$  и  $\mathcal{H}$  со стороны плазмы и вакуума в каждой точке начальной свободной границы  $x_1 = \varphi(t, x_2, x_3)$ . Классическая постановка подразумевает пренебрежение током смещения в вакууме, где справедливы уравнения  $\operatorname{rot} \mathcal{H} = 0$ ,  $\operatorname{div} \mathcal{H} = 0$ . Как показано в [1], его учет приводит к некорректности задачи при достаточно большом электрическом поле  $\mathcal{E}$  в вакууме (удовлетворяющем вместе с  $\mathcal{H}$  уравнениям Максвелла).

Необходимое и достаточное условие некорректности не было найдено в [1]. Это удалось сделать в [4] для несжимаемой плазмы, где доказано, что внутренность области некорректности линеаризованной задачи описывается неравенством

$$\mathcal{E}_1^2 > \frac{|H|^2 + |\mathcal{H}|^2 - \sqrt{(|H|^2 + |\mathcal{H}|^2)^2 - 4|H \times \mathcal{H}|^2}}{2}, \quad (1)$$

выполненным для постоянных невозмущенных полей (для невозмущенной плоской границы  $x_1 = \sigma t$ , где  $\sigma = \operatorname{const}$ ). При выполнении неравенства противоположного (1) нам удалось вывести энергетическую априорную  $L^2$  оценку [2] для линеаризованной задачи. Вывод оценки основан на построении вырождающегося симметризатора типа Крайса для эллиптико-гиперболической задачи для полного давления, использовании гиперболического эволюционного уравнения для возмущения границы и применении вторичной симметризации уравнений Максвелла в вакууме [1].

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 19-01-00261), а также Математического Центра в Академгородке.

## Список литературы

1. Mandrik N., Trakhinin Y. Influence of vacuum electric field on the stability of a plasma-vacuum interface. *Comm. Math. Sci.* 2014. V. 12. P. 1065–1100.
2. Morando A., Secchi P., Trakhinin Y., Trebeschi. Stability of an incompressible plasma-vacuum interface with displacement current in vacuum. *Preprint, arXiv:1911.06295*.
3. Trakhinin Y. On the well-posedness of a linearized plasma-vacuum interface problem in ideal compressible MHD. *J. Differential Equations.* 2010. V. 249. P. 2577–2599.
4. Trakhinin Y. On violent instability of a plasma-vacuum interface for an incompressible plasma flow and a nonzero displacement current in vacuum. To appear in *Comm. Math. Sci.* 2020.
5. Secchi P., Trakhinin Y. Well-posedness of the plasma-vacuum interface problem. *Nonlinearity.* 2014. V. 27. P. 105–169.

# МЕТОД ЭКВИВАЛЕНТНЫХ УСЛОВИЙ ПРОЧНОСТИ В РАСЧЕТАХ КОМПОЗИТНЫХ КОНСТРУКЦИЙ

А. Д. Матвеев

*Институт вычислительного моделирования СО РАН, Красноярск*

В расчетах на прочность конструкций с помощью метода конечных элементов (МКЭ) важно знать погрешность приближенного решения, для нахождения верхней оценки которой необходимо построить последовательность приближенных решений, что связано с применением процедур измельчений дискретных моделей. Реализация таких процедур для композитных тел (с учетом их неоднородной структуры) требует больших ресурсов ЭВМ. Расчет на прочность конструкции сводится к определению ее коэффициента запаса. В данной работе предложен метод эквивалентных условий прочности (МЭУП) расчета на статическую прочность упругих конструкций с неоднородной (микронеоднородной) регулярной структурой с применением многосеточных конечных элементов (МнКЭ) [1–3]. МЭУП не содержит процедур измельчений дискретных моделей композитных тел и сводится к расчету на прочность упругих однородных изотропных тел с применением эквивалентных условий прочности. В основе МЭУП лежит утверждение, доказанное для определенного класса  $G$  упругих композитных тел.

Для всякого тела  $V_0 \in G$  существуют такие упругое изотропное однородное тело  $V^b$  и число  $p$ , что если коэффициент запаса  $n_b$  тела  $V^b$  удовлетворяет эквивалентным условиям прочности вида  $pn_1(1 + \delta_p) \leq n_b(1 - \delta_p^2) \leq pn_2(1 - \delta_p)$ , где  $\delta_p < (n_2 - n_1)/(n_2 + n_1)$ , то коэффициент запаса  $n_0$  тела  $V_0$  удовлетворяет заданным условиям прочности  $n_1 \leq n_0 \leq n_2$ , где  $n_1, n_2$  заданы, коэффициент запаса  $n_0$  ( $n_b$ ) отвечает точному (приближенному) решению задачи упругости, построенному для тела  $V_0$  (тела  $V^b$ ),  $\delta_p$  - верхняя оценка погрешности приближенного решения. Изложена процедура определения коэффициента  $p$ . Расчет на прочность однородного изотропного тела  $V^b$  по МКЭ с применением МнКЭ требует меньше ресурсов ЭВМ, чем расчет на прочность композитного тела  $V_0$  (с учетом его неоднородной, микронеоднородной структуры). Приведен пример расчета на прочность балки, которая имеет микронеоднородную регулярную волокнистую структуру, с помощью МЭУП.

## Список литературы

1. Матвеев А.Д. Построение сложных многосеточных конечных элементов с неоднородной и микронеоднородной структурой. Известия АлтГУ. 2014. № 1/1, Серия: Математика и механика. С. 80-83. DOI 10.14258/izvasu(2014)1.1-18.
2. Матвеев А.Д. Метод многосеточных конечных элементов в расчетах трехмерных однородных и композитных тел. Учен. зап. Казан. ун-та. Серия: Физико-математические науки. 2016. Т. 158, кн. 4. С. 530-543.
3. Матвеев А.Д. Построение многосеточных конечных элементов для расчета оболочек, пластин и балок на основе образующих конечных элементов Вестник ПНИПУ. Механика. 2019. № 3. С. 48-57. DOI: 10/15593/pern.mech/2019.3.05

# НОВАЯ МОДЕЛЬ БОЛЬШОГО ВЗРЫВА И РАСШИРЕНИЯ ВСЕЛЕННОЙ В ОТО С РАЗЛЁТОМ В ПУСТОТУ ГАЗА, СЖАТОГО В ТОЧКУ

А. Н. Крайко

Центральный институт авиационного моторостроения имени П.И. Баранова,  
Москва

Построена новая модель Большого взрыва и расширения Вселенной. В ее основе – описание в рамках ОТО и СТО разлёта газа из точки в пустоту, т.е. разлёта, начавшегося внутри гравитационного радиуса Вселенной.

В 1929 г. Э. Хаббл установил, что далёкие галактики удаляются от нас со скоростью  $\mathbf{u}$ , пропорциональной радиусу-вектору  $\mathbf{r}$  до них:  $\mathbf{u} = H(t)\mathbf{r}$ . Если галактики разлетаются, то, имея «подходящее» решение, можно определить, когда газ, из которого они сформировались, «разлетелся из точки». После открытия Хаббла в качестве «подходящего» было взято решение А. Фридмана с нулевой космологической постоянной  $\Lambda$ . В нём за начало расширения всегда безграничной Вселенной взят момент сингулярности её скалярных параметров. Время  $t_0$ , отсчитываемое от этого момента, – время «жизни» Вселенной. Возможность описания расширения Вселенной решением Фридмана не вызывала сомнений до 1998 г., когда было обнаружено его несоответствие наблюдательным данным. Для устранения этого несоответствия решение Фридмана было обобщено на  $\Lambda \neq 0$ . Выбор  $\Lambda$  позволил согласовать наблюдения с этим решением. Найденные значения  $\Lambda$  приводят к антигравитации, носителя которой назвали тёмной энергией. В 2015 г. в [1] в рамках СТО решена задача о разлёте газа из точки в пустоту (далее – «задача разлёта»). Сравнения найденного на удивление простого решения:  $\mathbf{u} = \mathbf{r}/t$  с наблюдательными данными показали, что оно без единой эмпирической константы описывает наблюдения не хуже любой современной космологической теории с тёмной энергией, т.е. тёмная энергия излишня.

Всё, однако, много сложнее, ибо начавшийся из точки разлёт долгое время (может, вечно) будет идти под гравитационным радиусом  $r < r_g = 2MG/c^2$  с массой Вселенной  $M$ , гравитационной постоянной  $G$  и скоростью света  $c$ . Поэтому решение надо начинать в рамках ОТО с метрикой  $ds^2 = e^{2\varphi}dt^2 - (e^{2\psi}dr^2 + r^2d\Omega^2)c^{-2}$  и уравнениями

$$\begin{aligned} 1 - e^{-2\psi}(2r\varphi_r + 1) &= -r^2\kappa c^{-2}(w\beta u^2/c^2 + p), \quad \kappa = 8\pi G/c^4, \quad \beta = (1 - u^2/c^2)^{-1}, \\ e^{-2\varphi}r(\psi_{tt} + \psi_t^2 - \psi_t\varphi_t) - c^2e^{-2\psi}(r\varphi_{rr} + r\varphi_r^2 + \varphi_r - \psi_r - r\psi_r\varphi_r) &= -r\kappa p, \\ 1 - e^{-2\psi}(1 - 2r\psi_r) &= r^2\kappa c^{-2}(w\beta - p), \quad 2e^{-2\psi}\psi_t = -r\kappa c^{-2}w\beta u, \\ \left(e^\varphi e^\psi r^2 n / \sqrt{e^{2\varphi}c^2 - e^{2\psi}u^2}\right)_t + \left(e^\varphi e^\psi r^2 n u / \sqrt{e^{2\varphi}c^2 - e^{2\psi}u^2}\right)_r &= 0. \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь  $w$  – энтальпия единицы объёма, а  $n$  – число барионов в единице объёма. Почти с начала разлёта, вызванного, в первую очередь, запредельной энергией излучения, электронов и позитронов (при пренебрежимом вкладе барионов), плотность в центре «взрыва» сразу становится конечной, убывая с ростом  $t$ . Из-за этого  $\varphi = \psi = 0$  при  $r = 0$  и  $t > 0$ , и область малых  $\varphi$  и  $\psi$  вблизи центра быстро растёт со временем. Вне разлетающегося газа всё, как в чёрной дыре такой же, но остающейся в центре массы. При малых  $\varphi$  и  $\psi$  последнее уравнение (1) в главном по  $\varphi$  и  $\psi$  порядке становится уравнением неразрывности СТО для  $n$ , а остальные уравнения принимают вид

$$\begin{aligned} 2r\varphi_r - 2\psi &= r^2\kappa c^{-2}(w\beta u^2/c^2 + p), \quad r c^{-2}\psi_{tt} - r\varphi_{rr} - \varphi_r + \psi_r = -r\kappa c^{-2}p, \\ 2\psi + 2r\psi_r &= r^2\kappa c^{-2}(w\beta - p), \quad 2\psi_t = -r\kappa c^{-2}w\beta u. \end{aligned}$$

Исключение  $\psi$  из 3-го и 4-го уравнений и  $\varphi$  и  $\psi$  из 1-го, 2-го и 4-го уравнений приводят к уравнениям энергии-импульса СТО. Их автомодельное решение ищется в форме:  $u = cU$ ,  $p = E_0 P / (ct)^3$ ,  $w = E_0 W / (ct)^3$  и  $n = N_0 N / (ct)^3$ , где  $N_0$  – общее число барионов,  $E_0$  – их энергия покоя, а  $U, P, W$  и  $N$  – функции  $\xi = r / (ct)$ . Подстановка этих выражений в уравнение неразрывности для  $n$  даёт  $U = \xi$ , т.е.  $u = r/t$  и  $\mathbf{u} = \mathbf{r}/t$ . Затем их подстановка с  $U = \xi$  в уравнения энергии-импульса приводит к двум равенствам  $\xi(dP/d\xi) + 3P = 0$  и  $dP/d\xi = 0$ . Их следствие, исправляющее ошибку [1], – одно равенство  $p = 0$ , а не два:  $p = 0$  и  $w = 0$ . То, что  $p = 0$  получилось без использования условия  $p = 0$  на границе с пустотой, принципиально, поскольку уравнения СТО несправедливы вне примыкающей к центру области малых  $\varphi$  и  $\psi$ , отделённой от вакуума сферическим слоем, эволюцию которого определяет ОТО. Какой будет эта эволюция – сложнейшая проблема, причём при схожести с чёрной дырой отнюдь в ней совсем не обязателен «запрет» на разлёт газа за гравитационный радиус. Принципиально и  $w \neq 0$ , а также то, что, вопреки [1], в рамках модели с реальным центром плотность частиц  $n$  не обязана быть лоренц-инвариантной.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект 20-01-00100).

## Список литературы

1. Валиев Х. Ф., Крайко А. Н. *Разлет идеального газа из точки в пустоту. Новая модель Большого взрыва и расширения Вселенной*. ПММ. 2015. Т. 79. № 6. С. 793–807.

## О ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ ИНВАРИАНТАХ ГРУППЫ ЭКВИВАЛЕНТНОСТИ И ИХ ГЕОМЕТРИЧЕСКОМ СМЫСЛЕ

А. Г. Меграбов

*Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН,  
Новосибирск  
Новосибирский государственный технический университет, Новосибирск*

Ниже групповые термины понимаются в смысле книги Л.В. Овсянникова “Групповой анализ дифференциальных уравнений. М., Наука, 1978”.

В двумерном случае в работах автора изучена бесконечная группа  $G$  Ли с операторами

$$X = \Phi(x, y) \frac{\partial}{\partial x} + \Psi(x, y) \frac{\partial}{\partial y} - 2\Phi_x(x, y)u^2 \frac{\partial}{\partial u^2},$$

где  $\Phi, \Psi$  – произвольные сопряженные гармонические функции (см., например, статью автора в ДАН, 1984, т. 275, № 3).

Она является расширением группы конформных преобразований переменных  $(x, y)$  на 5-мерное пространство переменных  $x, y, t, u^1, u^2$  и одновременно – группой эквивалентности уравнения эйконала  $(u_x)^2 + (u_y)^2 = n^2(x, y)$  (при этом  $u^1 = u, u^2 = n^2$ ) и других дифференциальных уравнений (ДУ) математической физики.

Исследован ее трехмерный аналог – 10-параметрическая группа  $G_{10}$ .

Группа  $G_{10}$  является расширением группы конформных преобразований евклидова пространства  $x, y, z$  на пространство  $x, y, z, t, u^1 = u(x, y, z, t), u^2 = n^2(x, y, z)$  и группой эквивалентности трехмерного уравнения эйконала

$$(u_x)^2 + (u_y)^2 + (u_z)^2 = n^2(x, y, z),$$

уравнения акустики

$$\frac{\Delta u}{\rho} + \frac{1}{2} \frac{(\text{grad } u \cdot \text{grad } \ln \rho)}{\rho} = u_{tt} \quad (u^2 = \rho)$$

и других ДУ с переменным параметром  $u^2 = u^2(x, y, z)$ . Вычислены ее операторы инвариантного дифференцирования (ОИД) и дифференциальные инварианты (ДИ) вплоть до третьего порядка. Для ОИД и некоторых из этих ДИ найдены их геометрический смысл в терминах римановой и дифференциальной геометрии и связи между ними.

В частности, одним из ДИ группы  $G$  является скалярная кривизна  $K$  риманова пространства с метрикой  $dl^2 = n^2(x, y, z)(dx^2 + dy^2 + dz^2)$ . Формула, выражающая величину  $K$  через другие ДИ группы  $G_{10}$ , можно получить непосредственным вычислением или с помощью некоторого дифференциального тождества, найденного ранее автором на основе векторного анализа. Эта величина  $K$  является 3-мерным аналогом одного из ДИ группы  $G$  — гауссовой кривизны  $K(x, y)$  поверхности в 3-мерном евклидовом пространстве  $(x, y, z)$  с метрикой  $dl^2 = n^2(x, y)(dx^2 + dy^2)$ . Найдены другие свойства ДИ группы  $G_{10}$  и др.

## PROBLEMS ON A SEMI-AXIS FOR INTEGRO-DIFFERENTIAL EQUATIONS WITH QUADRATIC NONLINEARITY

V. L. Vaskevich<sup>1,3</sup>, I. V. Shvab<sup>2,3</sup>

<sup>1</sup>Sobolev Institute of Mathematics of SB RAS, Novosibirsk

<sup>2</sup>Institute of Computational Technologies of SB RAS, Novosibirsk

<sup>3</sup>Novosibirsk State University, Novosibirsk

We consider a functional equation in which a linear combination of the two-variable function  $u(t, k)$  and its time derivative is set to be equal to the double integral of the weighted quadratic expression of the same function  $u(t, k)$ :

$$\frac{du}{dt}(t, k) + a(t, k)u(t, k) = \iint_{P(k)} W(k, k_1, k_2)u(t, k_1)u(t, k_2)dk_1dk_2.$$

Here the function  $a(t, k)$  is continuous, and the domain  $P(k)$  is unbounded. Moreover  $P(k)$  does not depend on time, but depends on the spatial variable  $k$ . For example, the integration domain  $P(k)$  may be chosen as follows

$$P(k) = \{(k_1, k_2) \mid k_2 \geq k_1 - k, \quad k_2 \leq k_1 + k, \quad k_1 + k_2 \geq k\}.$$

The properties of solutions to the equation are dependent on the kernel  $W(k, k_1, k_2)$  of the integral operator in the right-hand side, as well as the behavior of the solution  $u(t, k)$  as  $k \rightarrow +0$  and  $k \rightarrow +\infty$ .

The kernel  $W(k, k_1, k_2)$  is assumed to be a continuous function in the first octant of  $\mathbb{R}^3$  such that

$$\sup_{k \geq 0} \iint_{P(k)} |W(k, k_1, k_2)| dk_1dk_2 \leq M < +\infty.$$

There are many nontrivial functions  $W(k, k_1, k_2)$  satisfying this condition. For example, given an arbitrary nonnegative  $k > 0$ , suppose that the function  $W_1(k, k_1, k_2)$  is summable with respect



to  $(k_1, k_2)$  in the first quadrant and, additionally, there exists a finite constant  $M_1$  such that the estimate

$$\|W_1(k, k_1, k_2) | L_1(k_1 > 0, k_2 > 0)\| = \int_0^\infty \int_0^\infty |W_1(k, k_1, k_2)| dk_1 dk_2 \leq M_1 \quad \forall k > 0$$

holds uniformly in  $k$ . Then the function  $W_1(k, k_1, k_2)$  can be chosen as the kernel of the equation under study.

For the considered integro-differential equation with quadratic nonlinearity we pose the Cauchy problem with initial data continuous and bounded on the positive semiaxis  $k > 0$ . Then we associate special well-posedness classes with the equation and prove the convergence of the method of successive approximations for the posed problem. The accuracy of the approximation is estimated depending on the index of the iterative solution. It is proved that the problem has a solution in associated function spaces, and the uniqueness of this solution is established. A priori estimates for solutions from the associated well-posedness classes are derived. A guaranteed time interval of solution existence is found.

The authors were partially supported by the Russian Foundation for Basic Research (project no. 19-01-00422).

## КРАЕВЫЕ ЗАДАЧИ ДЛЯ УРАВНЕНИЯ СМЕШАННО-СОСТАВНОГО ТИПА ТРЕТЬЕГО ПОРЯДКА

*В. Е. Федоров*

*НИИ математики Северо-Восточного федерального университета им. М. К. Аммосова, Якутск*

Уравнения смешанного типа, в связи с их приложениями в механике, газовой динамике и других разделах физики, изучались во многих работах (например, [1–3]). С другой стороны, в математических моделях реальных процессов встречаются уравнений составного типа (см., например, [4]). Настоящий доклад посвящен исследованию двух краевых задач для уравнения смешанно-составного типа третьего порядка.

Используя нестационарный метод Галеркина и метод регуляризации, доказываем однозначную регулярную разрешимость краевой задачи Врагова с локальными граничными условиями для уравнения смешанно-составного типа третьего порядка, при определенных условиях на коэффициенты и правую часть уравнения. Для этой задачи также установлена оценка погрешности метода Галеркина через параметр регуляризации и собственные значения спектральной задачи для оператора Лапласа, собственные функции которой выбираются в качестве специального базиса.

Для исходного уравнения также рассматривается задача Врагова с интегральным граничным условием по времени. Заменой искомой функции она сводится к предыдущей задаче, но для интегро-дифференциального уравнения, регулярная разрешимость которой доказываем методом последовательных приближений. Для этой вспомогательной задачи, а также для исходной нелокальной задачи получены оценки сходимости приближенных решений к точному решению.

Работа выполнена в рамках государственного задания Минобрнауки России на выполнение НИР на 2020-2022 гг проект № FSRG-2020-0006.

## Список литературы

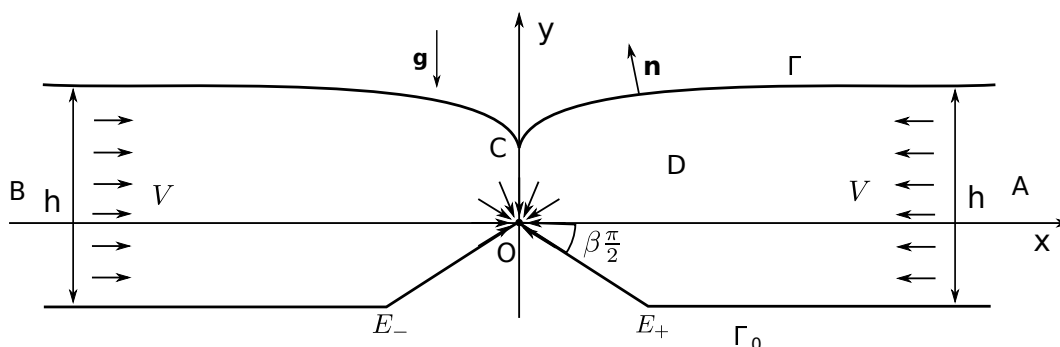
1. Врагов В. Н. *Краевые задачи для неклассических уравнений математической физики*. Новосибирск: Изд-во НГУ, 1981.
2. Кузьмин А. Г. *Неклассические уравнения смешанного типа и их приложения к газодинамике*. Л.: Изд-во ЛГУ, 1990.
3. Егоров И. Е., Федоров В. Е. *Неклассические уравнения математической физики высокого порядка*. Новосибирск: Изд-во ВЦ СО РАН, 1995.
4. Demidenko G. V. and Uspenskii S. V. *Partial Differential Equations and Systems not Solvable with Respect Highest-Order Derivative*. Marcel Dekker, New York, Basel, 2003.

## ЗАДАЧА О ФОРМЕ СВОБОДНОЙ ПОВЕРХНОСТИ ТЕЧЕНИЯ ЖИДКОСТИ С ТОЧЕЧНЫМ СТОКОМ НА НЕРОВНОМ ДНЕ

А. А. Титова

Институт гидродинамики им. М. А. Лаврентьева СО РАН, Новосибирск

Рассматривается двумерная стационарная задача о течении идеальной несжимаемой жидкости, которая ограничена свободной поверхностью сверху и неровным дном снизу. Течение вызвано точечным стоком, находящимся на вершине треугольного выступа на дне, как показано на рисунке. Интенсивность стока и параметр угла наклона треугольной впадины заданы. Предполагается, что поле скорости потенциально, а на бесконечности жидкость стремится к равномерному потоку. Поле скорости и верхняя граница являются неизвестными и должны быть определены в процессе исследования задачи.



Получены оценки для операторного уравнения, описывающего форму свободной границы в случае стока малой интенсивности. Доказано, что для чисел Фруда, которые превышают некоторое значение, существует единственное решение операторного уравнения.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда (проект 19-11-00069).

# О РАЗРЕШИМОСТИ НЕСТАЦИОНАРНЫХ УРАВНЕНИЙ НАВЬЕ-СТОКСА СЖИМАЕМОЙ ЖИДКОСТИ

Е. В. Амосова<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup>Институт прикладной математики ДВО РАН, Владивосток

<sup>2</sup>Дальневосточный федеральный университет

Теория разрешимости уравнений динамики вязкого газа возникла сравнительно недавно и существенно меняется в зависимости от размерности задачи. Глобальная разрешимость для системы уравнений Навье-Стокса, описывающих баротропные движения вязкого газа изучены только в одномерном случае [1].

В многомерном случае установлена слабая регулярность эффективного вязкого давления и доказана глобальная разрешимость основных краевых задач для уравнений Навье-Стокса в случае вязкого баротропного движения сжимаемой жидкости для достаточно больших показателей адиабаты [2].

Следует отметить, что изучение системы Навье-Стокса с неоднородными данными низкой гладкости представляет не только независимый интерес, но и в связи с задачами теории управления и стабилизации.

Изучается система уравнений Навье-Стокса описывающих течение вязкого газа без учета теплообмена с внешней средой, при малых изменениях плотности в уравнении движения. В этом случае в уравнении движения плотность заменена на среднее значение  $\bar{\rho}$ , которое не нарушая общности считаем равным единице.

Доказывается разрешимость задачи о течении газа в двумерной ограниченной области в классе обобщенных (слабых) решений.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 20-01-00113).

## Список литературы

1. Кажихов А. В. *Корректность «в целом» смешанных краевых задач для модельной системы уравнений вязкого газа*. Динамика сплошной среды: Сб. научн. тр. Ин-т гидродинамики СО АН СССР. 1975. Т. 21. С. 18–47.
2. Lions P.-L. *Compacite des solutions des equations de Navier–Stokes compressibles isentropiques*. C. R. Acad. Sci. Paris. Ser. I Math. 1993. Т. 317:1. P. 115–120.

# СОБСТВЕННЫЙ ВИХРЬ ОБЛАСТИ И РАСШИРЕННАЯ ЗАДАЧА СТОКСА

А. Н. Марковский, В. Г. Лежнев

Кубанский госуниверситет, Краснодар

1. Рассмотрим вихрь  $\bar{u}(x)$ , функция тока которого  $\psi(x)$  есть решение краевой задачи, где  $q^*(x)$  – плотность потенциала Робена:

$$\Delta^2 \psi(x)|_Q = 0, \quad \psi(x)|_S = 0, \quad \frac{\partial \psi(x)}{\partial n} \Big|_S = q^*(x).$$

Обозначим  $g^* = \Delta \psi$ . В ограниченной области  $Q$  функция

$$\psi^*(x) = \iint_Q g^*(y) E(x-y) dy, \quad x \in Q,$$

как функция тока, определяет присоединенный вихрь течения Робена во внешней к  $Q$  области;  $E(x)$  – фундаментальное решение уравнения Лапласа. Этот вихрь с плотностью вихрей  $g^*$  будем называть *собственным вихрем области  $Q$* .

Пространство  $L_2(Q)$  раскладывается в прямую сумму:

$$L_2(Q) = N(Q) \oplus G(Q) = N(Q) \oplus \{g^*\} \oplus G^*(Q),$$

где  $G(Q)$  – подпространство гармонических функций.

2. При формулировке краевых задач гидродинамики не всегда может быть указана скорость искомого течения на границе, как, например, в задаче Стокса, где искомая плотность вихрей определяется в подпространстве гармонических функций. Но *единственное* решение может быть получено в естественном классе регулярных минимальных вихрей только по граничным значениям функции тока таким, которые исключают присутствие собственного вихря. Рассмотрим расширенную постановку.

*Задача U.* Найти в ограниченной области векторное поле скоростей  $\bar{u}(x)$  несжимаемой жидкости с минимальной плотностью вихрей в  $Q$ , если заданы на границе  $S$  значения функции тока,  $\psi(x)|_S = f(x)$ .

Решение определяется логарифмическим потенциалом  $\psi(x)$ , искомая плотность потенциала  $g$  принадлежит подпространству гармонических функций  $G^*(Q)$ .

3. Подпространство гармонических функций  $G(Q)$ , оснащенное полной системой потенциалов, представляет собой достаточно эффективный инструмент решения различных 2D и 3D задач гидродинамики [1]. Кроме этого построены сходящиеся проекционные алгоритмы метода базисных потенциалов [2,3]. Расширенную постановку предполагается применить для анализа задач вихревого обтекания профиля и др.

## Список литературы

1. Лежнев А. В., Лежнев В. Г. *Метод базисных потенциалов в задачах математической физики и гидродинамики*. Краснодар: КубГУ, 2009.
2. Лежнев В. Г., Марковский А. Н. *Проекционные алгоритмы вихревых 2D течений в сложных областях*. Таврический вестник информатики и математики, 2015, №1(26), С. 42–49.
3. Марковский А. Н. *Замкнутость бигармонической системы базисных потенциалов*. Экологический вестник НЦ ЧЭС, 2020, Т. 17, № 1, Ч. 2, С. 20–26.

# УСРЕДНЕНИЕ ЗАДАЧ СО СВОБОДНЫМИ ГРАНИЦАМИ В НЕПЕРИОДИЧЕСКИХ ПОРИСТЫХ СРЕДАХ С ПРОСТОЙ И ДВОЙНОЙ ПОРИСТОСТЬЮ.

А. М. Мейрманов

Московский Технический Университет Связи и Информатики, Москва

Изучение физических процессов в горных породах или в биологических тканях являются важными как с научной, так и с прикладной точек зрения. Процессы подземного выщелачивания редких металлов или процессы роста биологической ткани в питательной среде постоянно привлекали внимание исследователей. Настоящий доклад посвящен теоремам существования обобщенных и классических решений микро- и макроскопических математических моделей, описывающих указанные процессы. Поскольку во время выщелачивания необходимого металла меняется конфигурация твердого скелета грунта, то граница контакта твердого грунта и порового пространства меняется во времени и подлежит определению вместе с характеристиками физического процесса (скорость, давление, перемещения твердого скелета, концентрация кислоты и т. п.). Такие задачи принято называть задачами со свободными границами. Аналогичная ситуация наблюдается при описании роста биологической ткани в питательной среде, где живые клетки ткани постоянно увеличиваются в размерах с ростом времени. Самым главным здесь является то, что все основные изменения физических параметров происходят именно на неизвестной границе контакта. Существующие до настоящего момента времени работы (например, [1], [2]) описывали указанные физические процессы на макроскопическом уровне (характерный размер метры) и совершенно не различали процессы, происходящие на микро- и макроскопическом уровне. Поэтому вместо точного описания механизма растворения, авторы просто постулировали математические модели, никак их не обосновывая. Этим и объясняется большое разнообразие таких моделей. Все изменилось с появлением публикаций [3] и [4]. На примере распространения сейсмических волн в пористых средах авторы предложили точный метод описания процесса, основанный на его описании классическими уравнениями механики сплошных сред с дальнейшим строгим усреднением. Окончательный результат, но уже для сред с двойной пористостью, был получен в [6]. Указанные принципы и были использованы нами в предлагаемом выступлении.

## Список литературы

1. N. Kalia, V. Balakotaiah *Effect of medium heterogeneities on reactive dissolution of carbonates*. Chemical Engineering Science, v. 64 (2009) pp. 376- 390.
2. R.D. O’Dea et al. *A multiscale analysis of nutrient transport and biological tissue growth in vitro*. Mathematical Medicine and Biology, <https://doi.org/10.1093/imammb/dqu015> doi:10.1093/imammb/dqnxxx (2015) pp. 1-23.
3. R. Burridge, J.B. Keller *Poroelasticity equations derived from microstructure*. J. Acoust. Soc. Am., v. 70, issue 4 (1981) pp. 1140-1146.
4. E. Sanchez-Palencia *Non-homogeneous media and vibration theory*. Lecture Notes in Phys., 127, Springer-Verlag, Berlin–New York, 1980.
5. G. Nguetseng *A general convergence result for a functional related to the theory of homogenization*. IAM J. Math. Anal., v. 20, issue 3 (1989) pp. 608- 623.

6. G. Allaire and M. Briane *Multiscale convergence and reiterated homogenization*. Proc. Royal Soc. Edinburgh, V. 126 A, 1996, pp. 297-342.

## ЗАДАЧИ О КОНТАКТЕ ПЛАСТИН И ТОНКИХ ПРЕПЯТСТВИЙ С ОДНОСТОРОННИМИ ОГРАНИЧЕНИЯМИ

А. И. Фурцев

*Институт гидродинамики им. М. А. Лаврентьева СО РАН, Новосибирск*

В докладе будут представлены результаты исследования задач, описывающих взаимодействие пластин и тонких препятствий при изгибе. В рамках используемой модели изгиб пластины описывается уравнениями теории пластин Тимошенко, а изгиб препятствия – уравнениями теории балок Бернулли – Эйлера. Речь идет о модели, в которой пластины и препятствия могут контактировать, и при этом множество точек, в которых после изгиба происходит контакт, заранее не является известным. На множестве возможного контакта тел задаются краевые условия, не допускающие взаимное проникновение. С математической точки зрения указанные условия представляют собой ограничения в виде неравенств на неизвестные решения, в связи с чем рассматриваемая модель является нелинейной.

Первый этап исследования посвящен вопросам разрешимости задач равновесия. На этом этапе предложены вариационные постановки задач равновесия, позволяющие доказать теоремы о существовании решения и дающие инструмент для последующего анализа. Дальнейший анализ сосредоточен на изучении зависимости решений от входящих в модель геометрических и механических параметров, а также на исследовании связанных с указанной зависимостью вопросов. Большое внимание уделено исследованию предельных переходов по параметрам в вариационных постановках задач, вопросам асимптотики функционала энергии, его дифференцируемости, а также отысканию соответствующей производной.

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 19-31-90037.

### Список литературы

1. Фурцев А. И. *Дифференцирование функционала энергии по длине отслоения в задаче о контакте пластины и балки*. Сибирские электронные математические известия. 2018. Т. 15. № 2. С. 935–949.
2. Фурцев А. И. *Задача о контакте пластины и балки при наличии сцепления*. Сибирский журнал индустриальной математики. 2019. Т. 22. № 2. С. 105–117.
3. Фурцев А. И. *Задача об одностороннем контакте пластины Тимошенко и тонкого упругого препятствия*. Сибирские электронные математические известия. 2020. Т. 17. № 2. С. 364–379.

# ПОДМОДЕЛИ ОДНОАТОМНОГО ГАЗА НА ТРЕХМЕРНЫХ ПОДАЛГЕБРАХ С ПРОЕКТИВНЫМ ОПЕРАТОРОМ

*Р. Ф. Никонова*

*Институт механики им. Р. Р. Мавлютова УФИЦ РАН, Уфа*

Рассматривается система уравнений газовой динамики с уравнением состояния одноатомного газа [1]

$$\begin{aligned} D\vec{u} + \rho^{-1}\nabla p &= 0, \\ D\rho + \rho \operatorname{div}\vec{u} &= 0, \\ DS = 0, S &= p\rho^{-\frac{5}{3}}, \end{aligned} \quad (1)$$

где  $D = \partial_t + \vec{u} \cdot \nabla$ ,  $\vec{u} = (u, v, w)$  — вектор скорости,  $\rho$  — плотность,  $p$  — давление,  $S$  — функция энтропии. Все зависимые переменные считаются функциями времени  $t$  и декартовых координат  $\vec{x} = (x, y, z)$ .

Система (1) допускает 14-мерную алгебру Ли операторов. Особенностью модели одноатомного газа является то, что алгебра Ли содержит проективный оператор  $X_{12} = t^2\partial_t + tx\partial_x + ty\partial_y + tz\partial_z + (x - tu)\partial_u + (y - tv)\partial_v + (z - tw)\partial_w - 3t\rho\partial_\rho - 5tp\partial_p$ . Оптимальная система подалгебр 14-мерной алгебры Ли построена в работе [2].

Из оптимальной системы неподобных подалгебр рассматриваются трехмерные подалгебры, содержащие проективный оператор. Для этих подалгебр вычислены инварианты базисных операторов. Для 9 из них построены инвариантные подмодели ранга один, представляющие из себя систему обыкновенных дифференциальных уравнений. Для оставшихся 3 подалгебр построены регулярные частично инвариантные подмодели ранга 2 дефекта 1, которые исследованы на совместность [3]. Для некоторых подмоделей были получены интегралы. При рассмотрении вырожденных решений найдено 5 точных решений, для них получены траектории движения частиц газа в физическом пространстве.

Работа поддержана грантом Российского фонда фундаментальных исследований (№ 18-29-10071) и частично средствами государственного бюджета по госзаданию (№ 0246-2019-0052).

## Список литературы

1. Овсянников Л. В. *Программа ПОДМОДЕЛИ. Газовая динамика*. Прикладная математика и механика. 1994. Т. 58, вып. 4. С. 30–55.
2. Черевко А. А. *Оптимальная система подалгебр для алгебры Ли операторов, допускаемых системой уравнений газовой динамики с уравнением состояния  $p = f(S)\rho^{\frac{5}{3}}$* . Новосибирск, 1996. (Препринт/ Институт гидродинамики СО РАН. № 4. 39 с.).
3. Никонова Р. Ф. *Подмодели одноатомного газа наименьшего ранга, построенные на основе трехмерных подалгебр симметрии*. Сибирские электронные математические известия. 2018. Т. 15. С. 1216–1226.

## Existence theorems for regular spatially periodic solutions to the Navier-Stokes equations

A. A. Shlapunov<sup>1</sup>, N. N. Tarkhanov<sup>2</sup>

<sup>1</sup>*Siberian Federal University, Krasnoyarsk*

<sup>2</sup>*University of Potsdam, Germany*

The problem of describing the dynamics of incompressible viscous fluid is of great importance in applications, see, for instance, [1], [2]. We consider the initial problem for the Navier-Stokes equations over  $\mathbb{R}^3 \times [0, T]$  with a positive time  $T$  in the spatially periodic setting. Identifying periodic vector function over  $\mathbb{R}^3$  with functions on the 3-dimensional torus  $\mathbb{T}^3$ , we prove that the problem induces an open, injective and surjective mapping of specially constructed Bochner-Sobolev type Banach spaces of rather high smoothness, thus, obtaining the Uniqueness and Existence Theorem for its regular solutions.

More precisely, we use the standard topological arguments immediately implying that an open non-empty connected set in a topological vector space coincides with the space itself if and only if the set is closed. The openness of the mapping, induced by the Navier-Stokes equations, follows from the standard Existence and Uniqueness Theorems for linearised Navier-Stokes equations, see, for instance, [3] and Banach's Inverse Operator Theorem in Banach spaces.

In order to prove that the set of data admitting regular solutions to the Navier-Stokes Equations is closed, we do not use the Faedo-Galerkin formal series replacing them by real approximate solutions to the Navier-Stokes equations. It appears that in the chosen function spaces the closedness of the image is equivalent to the boundedness of the sequences in pre-image corresponding to sequences converging to an element of the image's closure in the Bochner type spaces. The latter property is granted by a  $L^s([0, T], L^r(\mathbb{T}^3))$ -apriori estimate for the inverse image of pre-compact sets in the target space with  $\mathfrak{s}, \mathfrak{r}$  being Ladyzhenskaya-Prodi-Serrin numbers satisfying  $\frac{2}{\mathfrak{s}} + \frac{3}{\mathfrak{r}} = 1$ ,  $\mathfrak{r} > 3$ , see [2]. We emphasize that, dealing with apriori estimates in the standard way, one usually obtains a bound for each single solution via the datum where the constant in the bound is potentially computable and the same for all the elements of the pre-image, while this approach gives an estimate where the constant in the bound depends *implicitly* on the pre-compact set in the image, only (see technical details in [4]).

The first author was supported by the grant of the Foundation for the Advancement of Theoretical Physics and Mathematics "BASIS".

### Список литературы

1. Leray J., *Sur le mouvement plans d'un liquid visqueux emplissant l'espace*, Acta Math. 63 (1934), 193–248.
2. Ladyzhenskaya O. A., *The sixth prize millenium problem: Navier-Stokes equations, existence and smoothness*, Russian Math. Surveys 58 (2003), no. 2, 45–78.
3. Ladyzhenskaya O. A., Solonnikov V. A., Ural'tseva, N. N., *Linear and Quasilinear Equations of Parabolic Type*, Nauka, Moscow, 1967.
4. Shlapunov A. A., Tarkhanov, N. N., *Existence theorems for regular spatially periodic solutions to the Navier-Stokes equations*, arXiv:2007.14911, 29 July 2020, 48 pp.



## 2 ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ И АНАЛИТИЧЕСКАЯ ГИДРОДИНАМИКА

### ЭФФЕКТ ПРЕИМУЩЕСТВЕННО ОДНОНАПРАВЛЕННОГО ТЕЧЕНИЯ ВЯЗКОЙ ЖИДКОСТИ МЕЖДУ ТВЕРДЫМИ СТЕНКАМИ

*В. Л. Сенницкий*

*Институт гидродинамики им. М. А. Лаврентьева СО РАН, Новосибирск  
Новосибирский государственный университет, Новосибирск*

Одним из направлений в механике жидкости, не теряющим свою актуальность, является изучение динамики гидромеханических систем при колебательных воздействиях. В данном направлении выполнено значительное число работ (см., например, [1, 2], а также [3] и представленную там литературу). Проведенные исследования позволили выявить ряд новых гидромеханических эффектов. Развитие исследований в данном направлении нашло отражение, в частности, в настоящей работе.

Поставлена и решена новая задача о движении гидромеханической системы, состоящей из вязкой жидкости и контактирующих с ней твердых тел — двух стенок  $W_1$ ,  $W_2$  и пластины  $\Xi$  с проницаемой для жидкости границей. Гидромеханическая система подвергается колебательным воздействиям, характеризующимся отсутствием выделенного направления в пространстве. Пластина  $\Xi$  является свободной (ее движение подлежит определению). Стенки совершают заданные колебания вдоль оси  $Y$  инерциальной прямоугольной системы координат  $X, Y, Z$ . Стенка  $W_1$  ограничена плоскостью  $Y = A_1$ , стенка  $W_2$  — плоскостью  $Y = A_2$ , пластина  $\Xi$  — плоскостями  $Y = B_1$  и  $Y = B_2$  ( $A_1 < B_1 < B_2 < A_2$ ;  $B_1, B_2$  — постоянные). Промежутки между стенками и пластиной — области  $\Omega_1: A_1 < Y < B_1$  и  $\Omega_2: B_2 < Y < A_2$  ( $-\infty < X < \infty, -\infty < Z < \infty$ ) — заполнены жидкостью. Расстояние между стенками  $L = A_2 - A_1$  постоянно. Пластина  $\Xi$  движется вдоль оси  $X$  под действием внешних колебательных сил и сил со стороны жидкости. Требуется определить не зависящее от начальных данных, периодическое по времени движение гидромеханической системы. Постановка задачи включает в себя уравнение движения пластины, уравнения Навье–Стокса и неразрывности и условия на твердых границах жидкости. Установлено наличие эффекта, состоящего в том, что в отсутствие выделенного направления в пространстве гидромеханическая система, подвергающаяся колебательным (неоднаправленным) воздействиям, производит однонаправленные реакции на воздействия, выражающиеся в том, что свободные части системы — в частности, жидкие слои — на фоне колебаний совершают прямолинейное, стационарное движение.

#### Список литературы

1. Сенницкий В. Л. *Преимущественно однонаправленное вращение твердого тела и вязкой жидкости*. Сибирский журнал индустриальной математики. 2017. Т. 20. № 2. С. 93–97. DOI 10.17377/sibjim.2017.20.210.
2. Сенницкий В. Л. *Преимущественно однонаправленное вращение вязкой жидкости со свободной границей*. Теплофизика и аэромеханика. 2020. Т. 27. № 1. С. 163–166.

3. Сенницкий В. Л. *Парадоксальное движение жидкости*. Международный журнал прикладных и фундаментальных исследований. 2017. №8, ч. 1. С. 28–33. DOI 10.17513/mjprfi.11753.

## НЕИЗОТЕРМИЧЕСКАЯ ФИЛЬТРАЦИЯ ВЯЗКОЙ СЖИМАЕМОЙ ЖИДКОСТИ В ВЯЗКОУПРУГОЙ ПОРИСТОЙ СРЕДЕ

*Р. А. Вирц, А. А. Папин, М. А. Токарева*

*Алтайский государственный университет, Барнаул*

При исследовании процессов, происходящих в осадочных бассейнах, широко используются модели многофазной фильтрации жидкостей в пороупругих средах [1]. В докладе рассматривается неизотермическое движение сжимаемой вязкой жидкости в вязкоупругой пористой среде [2]. В изотермическом случае близкие задачи рассматривались в работах [3–6]. В настоящей работе проводится численное и аналитическое исследование сформулированной задачи.

Работа выполнена в рамках государственного задания Министерства науки и высшего образования Российской Федерации («Современные методы гидродинамики для задач природопользования, промышленных систем и полярной механики» тема № FZMW-2020-0008)

### Список литературы

1. Audet D. M., Fowler A. C. *A mathematical model for compaction in sedimentary basins*. Geophysical Journal International. 1992. Т. 110. № 3. PP. 577-590.
2. Fowler A. *Mathematical geoscience*. Springer Science and Business Media, 2011.
3. Токарева М. А., Папин А. А. *Глобальная разрешимость системы уравнений одномерного движения вязкой жидкости в деформируемой вязкой пористой среде*. Сибирский журнал индустриальной математики. 2019. Т. 22. № 2. С. 81-93.
4. Papin A.A., Tokareva M. A. *On local solvability of the system of the equations of one dimensional motion of magma*. J. Sib. Fed. Univ. Math. Phys. 2017. Vol 10 (1). PP. 385–395.
5. Вирц Р. А., Папин А. А., Вайгант В. А. *Численное решение одномерной задачи фильтрации несжимаемой жидкости в вязкой пористой среде*. Известия Алтайского государственного университета. 2018. №4 (102). С. 62-67.
6. Koleva M. N., Vulkov L. G. *Numerical analysis of one dimensional motion of magma without mass forces*. Journal of Computational and Applied Mathematics. 2020. Vol. 366. P. 112338.

# ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ О СЖАТИИ ГАЗА ИЗ ПОКОЯ В ПОКОЙ

С. П. Баутин, Ю. В. Николаев

СФТИ НИЯУ МИФИ, г. Снежинск

Имеется плоский ( $\nu = 0$ ), цилиндрический ( $\nu = 1$ ) или сферический ( $\nu = 2$ ) слой однородного политропного газа с уравнением состояния  $p = \rho^\gamma/\gamma$ . Исследуются одномерные и изэнтропические течения, описываемые решениями системы уравнений газовой динамики для скорости газа  $u$  и скорости звука в газе  $c = \rho^{(\gamma-1)/2}$ :

$$\begin{cases} c_t + uc_r + \frac{(\gamma-1)}{2}c(u_r + \frac{\nu u}{r}) = 0 \\ u_t + \frac{2}{(\gamma-1)}cc_r + uu_r = 0. \end{cases}$$

Пусть в начальный момент времени газ однороден с плотностью  $\rho_0$ , а скорость газа равна 0 (состояние 1). В финальный момент времени газ снова однороден с плотностью  $\rho_* > \rho_0$  и покоится (состояние 2). Требуется найти течения газа, возникающие при безударном сжатии одномерного газового слоя из состояния 1 в состояние 2.

В работе [1] доказано существование решения задачи о сжатии из покоя в покой. Для этой поставленной задачи сведена к трем начально-краевым задачам. Для этих задач доказаны теоремы существования и единственности решения. При доказательстве теорем, в частности, установлено, что в решении возникает особенность на сжимающем поршне в финальный момент сжатия, которая в самой точке описывается формулами централизованной волны Римана, а в ее окрестности обобщением централизованной волны Римана. Тем самым в теоремах получен положительный ответ на вопрос о существовании решения (его можно выписать в виде бесконечного ряда) в некоторой области. Однако на вопрос о размерах области существования решения ответ не получен: не указаны конкретные значения массы и плотности газа для которых возможно сжатие соответствующим безударным способом.

В работе [2] задача была решена численно для случая безударного сжатия одномерного газового слоя при движении сжимающего поршня снаружи в сторону оси или центра симметрии. В текущей работе задача численно решена для случая сжатия поршнем, движущимся изнутри в сторону неподвижной непроницаемой стенки. Решение получено используя известные свойства решения и метод характеристик. При построении численного решения не возникло пересечений характеристик одного семейства, что позволяет утверждать об отсутствии ударных волн в возникающих при сжатии течениях. Для конкретных значений массы и плотности газа получена траектория сжимающего поршня в виде табличных зависимостей.

## Список литературы

1. Баутин С. П. *Математическое моделирование сильного сжатия газа*. Новосибирск: Наука, 2007.
2. Николаев Ю. В. *Расчеты сильного безударного сжатия газовых слоев*. Вычислительные технологии. 2001. Т. 6. Спец.выпуск Труды международной конференции RDAMM-2001. С. 464–466.

# МОДЕЛИРОВАНИЕ ДИНАМИКИ ЖИДКОГО КРИСТАЛЛА ПОД ДЕЙСТВИЕМ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПОЛЯ

*В. М. Садовский, О. В. Садовская, И. В. Смолехо, И. В. Куреев*

*Институт вычислительного моделирования СО РАН, Красноярск*

Динамические процессы в жидких кристаллах исследуются с помощью упрощенной математической модели [1], в рамках которой жидкий кристалл рассматривается как мелкодисперсная сплошная среда с вращающимися частицами, обладающая упругим сопротивлением деформации объема и вязкоупругим сопротивлением относительно поворота частиц. Учитываются моментные взаимодействия, вызванные термомеханическими возмущениями и воздействием электрического поля. В систему основных уравнений модели входят уравнения поступательного и вращательного движения, кинематическое уравнение для угла поворота молекул жидкого кристалла, определяющие уравнения для давления, касательного напряжения и моментных напряжений, а также уравнение анизотропной теплопроводности.

Рассматривается протяженный жидкокристаллический слой под действием электрического поля, создаваемого зарядами на пластинах–обкладках конденсатора, которые расположены периодически вдоль слоя, несимметрично на верхней и нижней сторонах. Во внешней части слоя потенциал электрического поля  $\varphi$  удовлетворяет уравнению Лапласа  $\Delta\varphi = 0$ , внутри слоя выполняется уравнение  $\nabla \cdot (\varepsilon \cdot \nabla\varphi) = 0$ , учитывающее анизотропию среды ( $\varepsilon$  – тензор диэлектрической проницаемости, зависящий от ориентации молекул). На пластинах–обкладках конденсатора электрический потенциал распределен равномерно. На границах контакта кристалла с воздухом выполняются условия непрерывности потенциала и нормальной составляющей вектора электрической индукции. В явном виде выделяются особенности электрического потенциала на краях пластин. Неопределенные коэффициенты при особенностях вычисляются на основе минимизации функционала энергии. Численное решение уравнения Лапласа во внешности слоя строится по методу прямых. Уравнение внутри слоя решается итерационным методом, на каждом шаге которого анизотропная среда заменяется изотропной и однородной. Вычислительный алгоритм основан на методе LU–разложения, быстром преобразовании Фурье и трехточечной прогонке.

Разработанная ранее параллельная компьютерная программа [2] с применением технологии CUDA для вычислительных систем с графическими ускорителями усовершенствована с целью учета особенностей на краях пластин конденсатора. Проведен численный анализ эффекта Фредерихса переориентации молекул жидкого кристалла в направлении интенсивного электрического поля.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований и Красноярского краевого фонда науки (код проекта 18-41-242001 р\_мк). Работа поддержана Красноярским математическим центром, финансируемым Минобрнауки РФ в рамках мероприятий по созданию и развитию региональных НОМЦ (Соглашение 075-02-2020-1631).

## Список литературы

1. Sadovskii V., Sadovskaya O. *Acoustic approximation of the governing equations of liquid crystals under weak thermomechanical and electrostatic perturbations*. In: *Advances in Mechanics of Microstructured Media and Structures*. Ser.: Advanced Structured Materials. V. 87. Chapt. 17. P. 297–341. Cham: Springer, 2018.

2. Sadovskii V. M., Sadovskaya O. V., Smolekho I. V. *Parallel implementation of the algorithm describing the behavior of liquid crystals under the action of electric field*. AIP Conf. Proc. 2018. V. 2025. P. 070005-1–070005-9.

## РАВНОВЕСИЕ И ДИНАМИКА ПОРИСТЫХ И ТРЕЩИНОВАТЫХ СРЕД

Б. П. Сибиряков<sup>1,2</sup>, Е. Б. Сибиряков<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Институт нефтегазовой геологии и геофизики им. А. А. Трофимука СО РАН, 630090, Россия, г. Новосибирск, проспект Академика Коптюга, 3

<sup>2</sup>Новосибирский государственный университет, 630090, Новосибирская область, г. Новосибирск, ул. Пирогова, 2

- 1 Уравнения движения и равновесия тел, обладающих микроструктурой, являются уравнениями бесконечного порядка, где структура пор и трещин представлена удельной поверхностью, пористостью и средним линейным размером структуры. В случае предельно малых размеров структур уравнения движения совпадают с уравнениями динамики сплошной среды. Кроме обычных продольных и поперечных волн теория описывает множество медленных волн, ничем снизу по скорости не ограниченных. Имеются также множество неустойчивых решений с растущими амплитудами, соответствующими катастрофам разного масштаба.
- 2 Зависимость числа неустойчивых решений от удельной поверхности трещин (дефицит потенциальной энергии пропорционален этой поверхности) соответствует эмпирическому закону Гутенберга-Рихтера зависимости числа землетрясений от их энергии.
- 3 В случае длинных волн в сравнении с размером структуры уравнения движения могут быть редуцированы к уравнениям четвертого порядка и могут быть дополнены членом с квадратичной нелинейностью. Эти уравнения четвертого порядка содержат волновые, дисперсионные и нелинейные члены. Влияние нелинейных членов даже на слабые колебания весьма существенно, что приводит к неожиданно большим амплитудам комбинационных частот, регистрируемым в опытах.
- 4 Предложены уравнения динамики промежуточных состояний, для которых имеет место равновесие в масштабах больших и отсутствие равновесия в масштабах малых. Примером таких явлений служат поющие пески под действием статической нагрузки. В сплошной среде имеет место классическое уравнение равновесия, в среде со структурой есть объёмные силы, среднее значение которых на представительном конечном объёме равно нулю, но эти силы не равны нулю в каждой точке. Такая среда генерирует звуковые колебания от 30 до 1000 Гц, что регистрируется в опыте. Число элементарных актов сейсмической эмиссии определяется дисперсией среднего размера частиц.

Благодарности. Работа выполнена при частичной поддержке UFPA, Cenpes (Petrobras).

# АДАПТАЦИЯ ДЛЯ КЛАСТЕРА РАСЧЕТА ПО ЯВНОЙ СХЕМЕ ОДНОЙ ГАЗОДИНАМИЧЕСКОЙ ЗАДАЧИ В ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ КООРДИНАТАХ

С. П. Баутин<sup>1</sup>, С. Н. Кононов<sup>1,2</sup>, Э. С. Левунина<sup>1,3</sup>

<sup>1</sup>СФТИ НИЯУ МИФИ, г. Снежинск

<sup>2</sup>Южно-Уральский государственный университет, г. Челябинск

<sup>3</sup>ФГУП «ПО «Маяк», г. Озерск

В монографии [1] приведена полная система уравнений Навье-Стокса (ПСУНС) в цилиндрических координатах, решения которой описывают течения сжимаемого вязкого теплопроводного газа при учёте действия сил тяжести и Кориолиса. Построение решений этой системы для произвольных начальных и граничных условий возможно только в численном виде. Ранее была предложена и реализована [2] явная схема построения этих течений при решении конкретной начально-краевой задачи. При расчете выделялись три отдельных области: средняя часть течения; расчёт на оси при радиусе  $r = 0$ ; замыкание расчетной области при значениях угла  $\varphi = 0$  и  $\varphi = 2\pi$ . Расчёт производился на сетке в 500 узлов по радиусу, 200 узлов по углу и 500 узлов по высоте. Распараллеливание счета проводилось с использованием библиотеки OpenMP при распределении вычислений на четыре потока. При этом скорость вычислений увеличилась примерно в два раза по сравнению с не распараллеливаемым расчетом. Значения газодинамических параметров в рассчитываемой задаче в начальный момент времени передают неоднородный покоящийся газ. После  $10^5$  шагов построенное решение передавало точное решение – неоднородный покоящийся газ – с погрешностью не более чем  $10^{-10}$ . Время счета было достаточно большим.

В настоящей работе предложены вычисления на кластерных системах. В качестве основного механизма разделения на потоки использована библиотека MPI. Для реализации потоков, обмена данными между ними и синхронизации всех процессов потребовалось изменить алгоритм работы первоначальной программы. Основная область вычислений была разделена на несколько частей по границам, определённым разными значениями радиуса. Этим удалось минимизировать объём граничных областей и обмен данными между процессами и все расчёты вести внутри одной из них. При этом расчет внутренней области ведется на разряженной сетке по своему алгоритму. Проведено сравнение результатов расчетов по второй программе с результатами расчетов по исходной программе. На точности вычислений модификация алгоритма не сказалась, а скорость расчета заметно увеличилась.

## Список литературы

1. Баутин С.П. *Разрушительные атмосферные вихри и вращение Земли вокруг своей оси: монография* / С.П.Баутин, С.Л.Дерябин, И.Ю.Крутова, А.Г.Обухов. – Екатеринбург: УрГУПС, 2017. – 335с.
2. Баутин С.П. *Численное решение задачи газовой динамики, заданной полной системой уравнений Навье-Стокса.* / С.П. Баутин, С.Н. Кононов, Э.С. Левунина // Сборник трудов XII Всероссийского съезда по фундаментальным проблемам теоретической и прикладной механики. Уфа: РИЦ БашГУ, 2019.

# НЕУСТОЙЧИВОСТЬ ПО ЛЯПУНОВУ В АЭРОУПРУГОСТИ: НЕКОТОРЫЕ ПРИЛОЖЕНИЯ

В. И. Ванько

Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана,  
Москва

Известное условие Глауэрта-Ден-Гартога есть необходимое условие аэродинамической неустойчивости равновесия профиля в движениях с одной степенью свободы – авторотация и галопирование [1,2]:  $C'_y + C_x < 0$  здесь  $C_y$  и  $C_x$  – стационарные коэффициенты подъемной силы и лобового сопротивления, штрихом сверху обозначаем дифференцирование по углу атаки. При изучении плоскопараллельного движения профиля (три степени свободы) получено достаточное условие неустойчивости положений равновесия профиля в воздушном потоке по Ляпунову, обобщающее классическое [3]:  $C_x(C'_y + C_x) + C_y(C_y - C'_x) < 0$ .

Оба условия прошли проверку на основе обширного экспериментального материала лаборатории промышленной аэродинамики ЦАГИ им. Н.Е. Жуковского и являются инвариантными относительно механических свойств контрукции [4, 5]

Рассмотрены приложения:

- 1 Показано, что пляска проводов – неустойчивость по Ляпунову [6].
- 2 Движение т.н. расщепленного провода (система круговых профилей) высоковольтной ЛЭП – выбор монтажного положения, обеспечивающего максимальную устойчивость крутильных колебаний [7].
- 3 Процесс перехода движений обледенелого провода в галопирование [7].

## Список литературы

1. Glauert H. *The rotation of aerofoils about a fixed axis*. Great Britain Advisory Committee for Aeronautics. Reports & Memoranda, 1919, March, № 595, 8 p.
2. Den-Hartog I.P. *Transmission line vibrations due to sleet*. Trans. AIEE. 1932, vol. 55, pp. 1074 – 1076.
3. Ванько В.И. *Математическая модель пляски провода ЛЭП*. Известия вузов. Энергетика. 1991, N11. С. 36 – 42.
4. Федяевский К.К., Блюмина Л.Х. *Гидроаэродинамика отрывного обтекания тел*. М.: Машиностроение, 1977. 198 с.
5. Ванько В.И., Соловьёва Е.В. *Об условиях аэродинамической неустойчивости равновесия профилей*. ПМТФ, 1996, т. 37, N 5. С. 29 – 34.
6. Ванько В.И., Марчевский И.К. *Пляска проводов – неустойчивость по Ляпунову*. Известия вузов и энергетических объединений СНГ. Энергетика, 2014, №6. С. 14 – 23.
7. Ванько В.И. *Очерки об устойчивости элементов конструкций*. 2-ое издание, исправленное. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э.Баумана, 2015. 223 с.

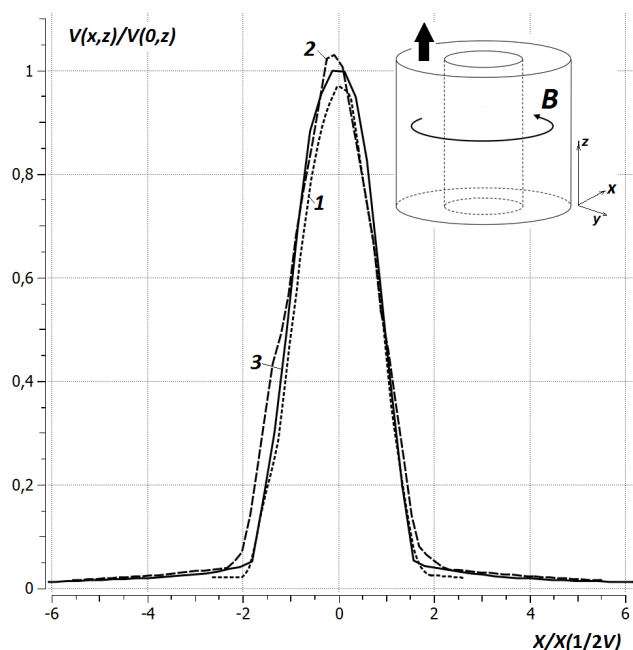
# О ПОДОБИИ ДВИЖЕНИЯ ПРОВОДЯЩЕЙ ЖИДКОСТИ

С. Ю. Маламанов

БГТУ "ВОЕНМЕХ" им. Д. Ф. Устинова, Санкт-Петербург

В работе рассматривается моделирование воздействия магнитного поля на электрический ток, приводящее к электромагнитной силе, силе Лоренца –  $[JB]$ , наибольшее значение которой, достигается, в частности, при прямолинейном движении проводящей жидкости в тороидальном магнитном поле. Эти условия реализуются в ограниченном кольцевом зазоре двух соосных цилиндров, между поверхностями которых поддерживается разность потенциалов, обуславливающая электрический ток, а в зазоре прикладывается магнитное поле  $B$ . В результате, при погружении устройства в проводящую среду, сила Лоренца выталкивает жидкость из кольцевого зазора (в направлении стрелки), получающееся в результате этого течение представляет собой коаксиальную струю.

Расчёт течения осуществлялся с помощью гидродинамического модуля CFX. Соответствующая система уравнений и некоторые особенности постановки подобного рода задач рассмотрены в работе [1]. С помощью анализа размерностей и физических соображений найдены переменные (относительные скорость и расстояние), отложенные по осям координат графика.



Некоторые результаты численного моделирования представлены на рисунке. Кривые **1, 2** и **3** соответствуют разным расстояниям (2.5 м, 1 м и 0.5 м соответственно) от верхней плоскости конденсатора вдоль оси симметрии. При различных параметрах электромагнитного воздействия и физических свойств среды, палицо «совпадение» профилей в выбранных переменных, значит, можно говорить о том, что рассматриваемое движение проводящей жидкости обладает свойством автомодельности.

## Список литературы

1. Маламанов С. Ю. Численное моделирование задач о силовом взаимодействии гидродинамического и электромагнитного полей. // Известия РАН. Математическое моделирование. 2015. Том 27. №11. С. 56-62. С. 24–31.



## БЫСТРЫЙ ПРОГНОЗ ОПАСНОСТИ ЦУНАМИ

*М. М. Лаврентьев, К. Ф. Лысаков, Ан. Г. Марчук, К. К. Облаухов, М. Ю. Шадрин*

*Институт автоматики и электрометрии СО РАН, Новосибирск*

Как хорошо известно, создатель Сибирского отделения Академии наук СССР, академик Михаил Алексеевич Лаврентьев занимался проблемой разрушительных волн цунами. Известна фотография 1959 г., на которой М.М. Лаврентьев, китайский аспирант Сунь Цао и Е.И. Биченков проводят опыты по исследованию волн цунами. Среди первых экспериментальных установок Академгородка - кольцевой лоток Б.В. Войцеховского и мелкий, по колено, бассейн, где бросанием в воду доски инициировались волны - модель цунами (1959 г.).

Катастрофическое землетрясение магнитуды 9.0, произошедшее 11 марта 2011 года у северо-восточного побережья Японии (38.297 N, 142.373 E, глубина 29 км) и вызванная им волна цунами, вызвавшая огромные человеческие жертвы и экономический ущерб в Японии на уровне 1/4 ВВП, показало, что, несмотря на развитие теории моделирование и высокопроизводительных вычислительных систем, задача защиты населения прибрежных территорий на базе оперативного прогноза параметров волны цунами остается не решенной. В случае сейсмического события у побережья Японии, время добегания волны цунами до ближайшей точки берега составляет около 20 минут, что сделало практически невозможным своевременный прогноз опасности цунами.

Продолжая традиции Сибирского отделения РАН, коллективы нескольких институтов продолжают заниматься проблемами защиты населения от волн-наводнений цунами. Авторами разработаны два типа алгоритмов, позволяющих ускорить расчет параметров волны. Прежде всего, это способ быстрой оценки основных параметров волны в источнике, который делается на основе лишь одной записи глубоководной гидрофизической станции [1]. Отметим, что используется лишь часть первого периода волны. На основе этих данных делается расчет распространения волны по акватории порядка 1000x2000 км на последовательности расчетных сеток до разрешения 6-7 м [2]. Вычисления делаются на персональном компьютере с аппаратным ускорителем на базе вентильных матриц программируемых пользователем (FPGA). Общее время расчета от источника до побережья составляет 1 мин.

Наличие столь быстрых средств расчета позволяет говорить о возможности построения системы обоснованного прогноза опасности цунами, работающей в режиме поступления данных.

### Список литературы

1. Lavrentiev M., Kuzakov D., Marchuk An. *Fast Determination of Tsunami Source Parameters*. Advances in Science, Technology and Engineering Systems Journal. 2019. V. 4. №6. С. 61–66.
2. Lavrentiev M., Lysakov K., Marchuk An., Oblaukhov K., Shadrin M. *Fast evaluation of tsunami waves heights around Kamchanka and Kuril Islands*. Science of Tsunami Hazards. 2019. V. 38(1). С. 1–13.

## ОПЕРАТИВНЫЙ ПРОГНОЗ ЦУНАМИ

*Ю. П. Королев*

*Институт морской геологии и геофизики ДВО РАН, Южно-Сахалинск*

Проблема цунами в России возникла после катастрофического цунами 1952 г. на северных Курильских островах. Одной из ее составляющих является наиболее актуальная проблема оперативного (краткосрочного) прогноза. На основе прогноза принимается решение об объявлении тревоги цунами. Неадекватность прогноза приводит к объявлению ложных тревог, общее количество которых в мире превышает 75% общего числа тревог. Ложные тревоги сопровождаются неоправданным ущербом, связанным с остановкой производства, эвакуацией населения в безопасные места, выводом судов в открытое море, развертыванием сил и средств спасения. В соответствии с определением понятия "прогноз цунами данным МОК ЮНЕСКО, прогноз должен содержать информацию о времени прихода первой, максимальной волны, их амплитудах, ожидаемое время окончания цунами. На основании этой информации тревога цунами должна объявляться только в тех населенных пунктах, в которых цунами представляет реальную угрозу. Службы цунами, действующие в настоящее время в соответствии с регламентом на основе магнитудного критерия, не располагают такой детальной информацией, что приводит к ложным тревогам. Признано, что эффективными в настоящее время являются гидрофизические способы прогноза, использующие данные о цунами в открытом океане. Такие способы разрабатываются в США и России.

Найдено приближенное решение задачи – способ оперативного прогноза цунами. Способ заключается в построении передаточной функции с использованием известного принципа взаимности. С ее помощью по данным о цунами в одной точке в океане возможен расчет формы ожидаемого цунами в любой точке в океане или вблизи населенного пункта. Передаточная функция строится на основе вспомогательного численного решения задачи распространения волн от простого кругового начального возвышения свободной поверхности с центром, совпадающим с эпицентром подводного землетрясения, вызвавшего цунами. Прогноз может выполняться в режиме реального времени с достаточной для принятия решения об объявлении тревоги цунами заблаговременностью. Используется сейсмологическая информация только о координатах эпицентра подводного землетрясения. Способ полностью соответствует определению прогноза цунами, сформулированному МОК ЮНЕСКО.

Работоспособность способа подтверждается результатами ретроспективного моделирования оперативного прогноза по фактическим данным о цунами в открытом океане. Рассматривались цунами 2006 – 2018 гг. в Тихом океане.

Несмотря на приближенный характер решения, результаты расчетов хорошо совпадают с данными реальных цунами не только в океане, но и вблизи населенных пунктов.

Применение способа оперативного прогноза позволит давать адекватную оценку опасности цунами и объявлять тревогу цунами только в тех пунктах, в которых цунами представляет реальную угрозу.

# ДИНАМИКА ЖИДКОСТИ СО СВОБОДНОЙ ГРАНИЦЕЙ ПРИ ЛОКАЛЬНОМ НАГРЕВЕ ТЕПЛОВЫМИ ЭЛЕМЕНТАМИ РАЗНОГО РАЗМЕРА

В. Б. Бекежанова<sup>1</sup>, А. С. Овчарова<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Институт вычислительного моделирования СО РАН, Красноярск

<sup>2</sup>Институт гидродинамики им. М. А. Лаврентьева СО РАН, Новосибирск

Острый интерес к изучению динамики текучих сред вызван бурным развитием жидкостных технологий и постоянным расширением области их использования. Примерами могут служить системы термостабилизации с жидкостным охлаждением, технологии термического нанесения покрытий, микрофлюидные чипы, адаптивные жидкие оптические элементы и т.п. Отличительной особенностью подобных систем является наличие компонентов оборудования, в которых наблюдается конвекция, возбуждаемая приложенной внешней тепловой нагрузкой. При опытной отработке технологии неизбежно возникает необходимость в получении предварительных эффективных характеристик, оценке степени влияния различных факторов, определении способов управления возникающими конвективными режимами и подавления нежелательных возмущений.

В настоящей работе исследуется поведение жидкости в условиях локальной тепловой нагрузки. Жидкость со свободной границей заполняет плоскую кювету с твердыми неподвижными стенками. На подложке размещены нагреватели конечного размера, действие которых порождает движение в жидком теплоносителе и последующую деформацию свободной границы. Для описания динамики системы используются уравнения Навье – Стокса и теплопроводности. На основе результатов численного моделирования анализируются поля скорости и температуры и эволюция поверхности раздела жидкость – газ, характерные для различных режимов работы тепловых элементов и размеров зон нагрева. Обсуждаются особенности формирования тепловых плюмов в областях тепловых ударов и сценарии поведения свободной границы. В зависимости от размера нагревателя в жидкости может возникать одиночный или двойной тепловой плюм, что хорошо согласуется с данными экспериментов [1].

Проводится сравнение параметров возникающих конвективных режимов, полученных в рамках односторонней модели, когда задача решается в слое жидкости со свободной границей (динамика газовой фазы не учитывается), и соответствующих характеристик, рассчитанных для случая двухслойной системы жидкость – газ с деформируемой межфазной границей.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований, Правительства Красноярского края и Красноярского краевого фонда науки (код проекта 18-41-242005).

## Список литературы

1. Kondrashov A., Sboev I., Dunaev P. *Evolution of convective plumes adjacent to localized heat sources of various shapes*. Int. J. Heat Mass Transf. 2016. V. 103. P. 298–304.

# ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ИСКРИВЛЕНИЯ ВЕРТИКАЛЬНОЙ ЧАСТИ ВОСХОДЯЩЕГО ЗАКРУЧЕННОГО ПОТОКА ВОЗДУХА

А. Г. Обухов

Тюменский индустриальный университет, Тюмень

В продолжении исследований разрушительных атмосферных вихрей в рамках газодинамической теории весьма интересным представляется численное моделирование явления искривления вертикальной части восходящего закрученного потока – «хобота», визуально наблюдаемого в природных торнадо. Этот эффект очевидно свидетельствует о значительной устойчивости атмосферного вихря и пока не имеет достаточно адекватного научного объяснения.

Целью данной работы является численное моделирование функционирования искусственно созданного восходящего закрученного потока воздуха в условиях бокового ветрового воздействия на него.

В качестве математической модели, описывающей сложные трехмерные нестационарные течения сжимаемого вязкого теплопроводного газа (каким является атмосферный воздух), используется полная система уравнений Навье-Стокса при учете действия сил тяжести и Кориолиса [1,2].

За начальные условия во всех внутренних узлах расчетной области в виде прямоугольного параллелепипеда принимаются значения искомым пяти функций, характеризующих течение воздуха в искусственно созданном восходящем закрученном потоке на момент выхода его на стационарный режим функционирования.

Дополнительно к граничным условиям на одной из боковых граней задается нормальная составляющая скорости, равная скорости ветра. Таким образом, моделируется горизонтально направленное ветровое воздействие на восходящий закрученный поток.

Расчеты показали, что за счет различного воздействия ветровой нагрузки на придонную часть воздушного вихря происходит замедление и увеличение скорости его вращения на противоположных участках. В результате огибания внешним течением воздуха он существенным образом деформируется, что приводит к искривлению вертикальной части восходящего закрученного потока.

Следует отметить, что, несмотря на деформацию, смещение и искривление вращающегося потока воздуха при достаточно сильном ветровом воздействии он остается устойчивым и не разрушается в течение времени счета. Устойчиво работает и алгоритм расчета, основанный на явной разностной схеме.

## Список литературы

1. Баутин С.П., Крутова И.Ю., Обухов А.Г., Баутин К.В. *Разрушительные атмосферные вихри: теоремы, расчеты, эксперименты*. Новосибирск: Наука; Екатеринбург: УрГУПС, 2013.
2. Баутин С. П., Дерябин С. Л., Крутова И. Ю., Обухов А. Г. *Разрушительные атмосферные вихри и вращение Земли вокруг своей оси*. Екатеринбург: УрГУПС, 2017.

# МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ТРЁХСЛОЙНЫХ ТЕЧЕНИЙ С ИСПАРЕНИЕМ НА ОСНОВЕ ТОЧНЫХ РЕШЕНИЙ

*Е. В. Резанова*

*Алтайский государственный университет, Барнаул*

Проводится исследование трехслойных течений в системе "жидкость – жидкость – газ" в горизонтальном канале с твердыми непроницаемыми верхней и нижней стенками. Жидкости полагаются однокомпонентными и несмешивающимися, учитывается испарение на границе верхней жидкости и газо-паровой смеси. В верхнем слое системы учитываются эффекты термодиффузии и диффузионной теплопроводности. Математическое моделирование проводится на основе точных решений типа Остроумова-Бириха уравнений Навье-Стокса в приближении Обербека-Буссинеска [1, 2]. Перенос пара в газовом слое описывается с помощью уравнения диффузии.

На твердых стенках канала заданы условия прилипания для скорости, температура распределена линейно. Концентрация пара на верхней границе удовлетворяет одному из двух вариантов условий: пар полностью поглощается верхней стенкой или поток пара полагается равным нулю. Кинематическое и динамическое условия, условия непрерывности скорости и температуры выполняются на границах раздела сред. Кроме того, на границе "жидкость – газ" полагаются выполненными уравнение баланса масс и условие переноса тепла с учетом потока массы за счет испарения. Концентрация насыщенного пара определяется с помощью линеаризованной формы уравнения, являющегося следствием уравнений Менделеева-Клапейрона и Клапейрона-Клаузиуса. Для замыкания постановки задачи полагаются заданными расход газа в верхнем слое системы или условия замкнутости потоков.

В рамках указанной постановки были построены точные решения задачи, рассмотрены примеры течений в трехслойной системе "силиконовое масло – вода – воздух". Изучено влияние различных физико-химических параметров на характеристики течений.

Работа выполнена по проекту «Современные методы гидродинамики для задач природопользования, промышленных систем и полярной механики», поддержанного в рамках конкурсного отбора научных проектов, выполняемых научными коллективами исследовательских центров и/или научных лабораторий образовательных организаций высшего образования.

## Список литературы

1. Остроумов Г. А. *Свободная конвекция в условиях внутренней задачи*. М.: Гос. изд-во технико-теоретической литературы, 1952.
2. Бирих Р. В. *О термокапиллярной конвекции в горизонтальном слое жидкости*. ПМТФ. 1966. № 3. С. 69–72.

# ВЛИЯНИЕ КОЛЕБАТЕЛЬНОГО ВОЗБУЖДЕНИЯ НА ЗОНУ ЛАМИНАРНО-ТУРБУЛЕНТНОГО ПЕРЕХОДА НА ПЛАСТИНЕ

Ю. Н. Григорьев<sup>1</sup>, И. В. Ершов<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Институт вычислительных технологий СО РАН, Новосибирск

<sup>2</sup>Новосибирский государственный аграрный университет, Новосибирск

В докладе выполнены оценки влияния колебательного возбуждения молекулярного газа на зону ламинарно-турбулентного перехода в сверхзвуковом пограничном слое на пластине. В качестве критерия перехода использовались интегральные кривые пространственного нарастания линейных возмущений до уровня амплитуд, определяемого так называемым  $N$ -фактором, который принимался  $N = 8$ . Рассматривались линейные возмущения в виде бегущих плоских волн. При комплексном волновом числе  $\alpha = \alpha_r + i\alpha_i$  и вещественной частоте  $\omega$  имеет место пространственное развитие возмущений, а при вещественном  $\alpha$  и комплексной частоте  $\omega = \omega_r + i\omega_i$  — развитие возмущений во времени. В расчетах задач линейной устойчивости использовались локально-автомодельные решения системы двухтемпературных уравнений стационарного пограничного слоя. Для них было показано [1], что имеет место сходимость по продольной координате к численным конечно-разностным решениям уравнений пограничного слоя в полной постановке.

Необходимый интервал частот находился из расчета кривой нейтральной устойчивости временных возмущений на плоскости  $(\omega_r, Re_x)$ . При числе Маха  $M = 2.2$ , где наиболее опасна мода I, рассматривались квазидвумерные возмущения, распространяющиеся под углом  $\varphi = \pi/3$  к основному потоку, а для числа Маха  $M = 4.5$  для более опасной моды II [2], рассматривались чисто двумерные возмущения  $\varphi = 0$ . На каждой прямой  $\omega_r = \text{const}$  для набора точек  $Re_x$  решались задачи линейной устойчивости для пространственного развития возмущений, из которых находились инкременты нарастания  $\alpha_i(Re_x) \leq 0$ . По ним вдоль кривых  $\omega_r = \text{const}$  вычислялись кривые интегрального нарастания возмущений  $N(Re_x) = - \int_{Re_{x0}}^{Re_x} \alpha_i(Re_x) dRe_x$ .

Проведенные расчеты показали, что сравнительно невысокое колебательное возбуждение сдвигает точки перехода мод I и II примерно на 5 — 7 % вниз по потоку по сравнению с совершенным газом.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 20-01-00168).

## Список литературы

1. Григорьев Ю. Н., Горобчук А. Г., Ершов И. В. *Расчеты сверхзвукового пограничного слоя в полной и локально автомодельной постановках*. Вычислительные технологии. 2020. Т. 25. № 2. (в печати)
2. Григорьев Ю. Н., Горобчук А. Г., Ершов И. В. *Линейная устойчивость сверхзвукового пограничного слоя релаксирующего газа на пластине*. Известия РАН. Механика жидкости и газа. 2019. № 3. С. 3–15.

## Оценка влияния неравномерности скорости вращения Земли на ее напряженное состояние

А. В. Доманский

*Институт морской геологии и геофизики ДВО РАН, Южно-Сахалинск*

Влияние неравномерности скорости вращения Земли на геодинамику планеты и ее сейсмическую активность неоднократно отмечалось в научной литературе, например, в [1], [2], [3].

За модель реальной Земли принимается уровенный эллипсоид, а его поверхность считается упругой оболочкой, напряженное состояние которой задано вектором силы тяжести, направленным по внутренней нормали к поверхности эллипсоида [4].

Цель работы – определение связи с вариациями угловой скорости вращения планеты вариаций кинетической энергии вращения, напряжений и смещений, а также нахождение временного кумулятивного эффекта влияния указанных параметров на напряженное состояние уровенного эллипсоида.

Относительная вариация кинетической энергии вращения Земли с учетом закона сохранения момента импульса будет равна

$$dE/E = d\omega/\omega, \quad E = 0,5 J \omega^2, \quad J\omega = const.$$

Здесь  $E$ ,  $\omega$  и  $J$  – кинетическая энергия, угловая скорость и момент инерции Земли. Эта формула позволяет дать оценку изменения кинетической энергии Земли при изменении угловой скорости вращения.

В рамках безмоментной теории осесимметричных оболочек вращения при малых сжатиях эллипсоида получены аналогичные аналитические формулы зависимости напряжений и их вариаций от геоцентрической широты и угловой скорости вращения, а смещений и их вариаций также и от коэффициента Пуассона и модуля Юнга.

Если угловая скорость вращения меняется со временем, то меняются и величины кинетической энергии вращения, напряжений и смещений в упругой оболочке. В работе через специальным образом выбранные функции ограниченной вариации на любом конечном интервале времени оцениваются вариации кинетической энергии, напряжений и смещений в уровенном эллипсоиде для этого случая. В конечном итоге это дает возможность объяснения причины возникновения коровых землетрясений как следствия глобальной неустойчивости вращения Земли.

### Список литературы

1. Сидоренко Н. С. *Физика неустойчивостей вращения Земли*. М.: Мир, 2002.
2. Манк У., Макдональд Г. *Вращение Земли*. М.: Наука, 1964.
3. Фридман А. М., Клименко А. В., Поляченко Е. В., Фридман М. В. *О связи глобальной сейсмической активности Земли с особенностями ее вращения*. Вулканология и сейсмология. 2005. № 1. С. 67–74.
4. Доманский А. В., Левин Б. В. *Кинематика и сейсмичность Земли*. Владивосток: Дальнаука, 2017.

## МОДЕЛЬ ОБТЕКАНИЯ СТУПЕНЬКИ

*Е. И. Семенко, Т. И. Семенко*

*Новосибирский государственный технический университет, Новосибирск*

Рассматривается задача стационарного обтекания препятствия (ступеньки) плоскопараллельным (т.е. зависящим от одной горизонтальной координаты  $x$ ) потоком несжимаемой жидкости с постоянным углом наклона дна, т.е., например, течение весеннего ручья. Используются классические граничные условия: условие непротекания на дне и кинематическое условие на свободной поверхности жидкости. При  $x = \pm\infty$  (набегающий и уходящий поток) течение считается постоянным, соответствующим постоянному решению в классических моделях мелкой воды. Следует, однако, отметить, что в целом классические модели теории мелкой воды оказываются весьма плохо применимы для этой задачи.

Модель в данной работе строится непосредственно на основе уравнений Эйлера, линеаризованных на течении типа мелкой воды, т.е. на течении с постоянной высотой слоя воды, постоянной скоростью, направленной параллельно дну, и гидростатическим распределением давления. Линеаризация приводит к эллиптической системе уравнений, которая при малых углах наклона дна представляет собой просто систему Коши – Римана.

Рассматривается препятствие (ступенька) заданной высоты и нулевой ширины. В этом случае задача в плоскости преобразования Фурье сводится к системе сингулярных интегральных уравнений, для которой аналитически строится решение.

Анализируется зависимость решения, в частности формы свободной поверхности потока жидкости, от высоты препятствия и параметров набегающего потока.

## МОДЕЛИРОВАНИЕ ЯВЛЕНИЙ ЭМБОЛИИ И МАЛЬФОРМАЦИИ В МОЗГЕ

*В. И. Пеньковский, Н. К. Корсакова*

*Институт гидродинамики им. М. А. Лаврентьева СО РАН, Новосибирск*

Модель явлений эмболии и мальформации основана на законах движения вязкого флюида в гетерогенной среде, состоящей из трех взаимопроникающих континуумов. Предполагается, что кровеносная система мозга состоит из распределительной сети относительно крупных сосудов (артериол) и аналогичной по строению коллекторной сети вен. Связь между сетями осуществляется посредством сети мелких капилляров, в которых артериальная кровь в результате обменных процессов с клеточной тканью мозга превращается в венозную.

Входящие в систему уравнений параболического типа пять параметров отражают физиологическое состояние кровеносной системы организма: эластичность сосудов, проводимости артериальной, венозной сетей и сети мелких капилляров соответственно.

Исходя из физиологически допустимых упрощений, количество независимых параметров системы можно сократить до трех.

Выполнены многочисленные расчеты шести возможных патологий, которые сосредоточены в некоторой подобласти, заключенной в основной расчетной области мозга человека.

Расчеты показывают, что патологии существенно влияют на характер распределения давления крови в артериальном и венозном руслах. В расчетах используется метод конечных элементов. Триангуляция сгущается в областях, в которых моделируется наличие патологий или происходит резкое изменение проводящих свойств гетерогенной среды.

Численное решение плоской задачи выполнялось с параметрами, близкими к реальным условиям циркуляции крови в мозге человека.



# ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ДВУМЕРНЫХ ТЕЧЕНИЙ ВОДЫ, ВОЗНИКАЮЩИХ ПОСЛЕ РАЗРУШЕНИЯ ПЛОТИНЫ

А. В. Мезенцев<sup>1</sup>, А. С. Кирьянова<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Уральский государственный университет путей сообщения, Екатеринбург

<sup>2</sup>Институт машиноведения УрО РАН, Екатеринбург

В работе [?] при описании движения воды предложена модель газовой динамики для политропного газа с показателем политропы  $\gamma = 7,02$ . Для описания течений, возникших после разрушения плотины, использовалась задача о распаде специального разрыва: пусть слева от непроницаемой поверхности  $x = 0$  находится неоднородный покоящийся газ, а справа - вакуум. В момент времени  $t = 0$  непроницаемая стенка  $x = 0$  мгновенно разрушается и начинается движение жидкости. Будет предполагаться, что на границе между водой и воздухом плотность среды во все моменты времени равна нулю. Последнее предположение делает используемую модель приближенной.

В данной работе рассматривается задача о распаде специального разрыва для двумерных изэнтропических течений политропного газа. В качестве математической модели используется система уравнений газовой динамики, учитывающая действия силы тяжести с показателем политропы  $\gamma = 7,02$ . В системе уравнений газовой динамики вводятся нестационарные автомодельные переменные. Для полученной системы ставится задача Коши с данными на звуковой характеристике. Решение поставленной краевой задачи ранее построено [2] в виде сходящихся степенных рядов. Также в виде степенных рядов были найдены граничные условия на звуковой характеристике и на свободной поверхности газ-вакуум [3].

Полученное решение и граничные условия позволили получить начальные условия для численного моделирования в момент времени  $t = t_0$ . Расчеты показали, что отрезки рядов, состоящие из двух слагаемых, с высокой точностью передают, как само решение, так и граничные условия при  $t = t_0$ . Далее с помощью явной разностной схемы проведено численное моделирование области волны разрежения от звуковой характеристики до границы газ-вакуум. В результате расчетов найдено минимальное значение  $t_0$ , с которого можно начинать счет, и получены поля течений на достаточно большом интервале времени.

## Список литературы

1. Дерябин С. Л., Кирьянова А. С. *Математическое моделирование при учёте силы тяжести течений жидкости, возникающих в результате разрушения плотины*. Математические структуры и моделирование. 2017. № 4(44). С. 73–85.
2. Дерябин С. Л., Кирьянова А. С. *Построение двумерных течений, возникающих после распаде специального разрыва с автомодельной особенностью в независимой переменной*. Математические структуры и моделирование. 2019. № 4(52). С. 56–69.
3. Дерябин С. Л., Кирьянова А. С. *Обобщение центрированной волны Римана при учёте силы тяжести*. Математические структуры и моделирование. 2017. № 1(41). С. 44–53.

# АНАЛИТИЧЕСКОЕ И ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ЗАКРУТКИ ПРИДОННОЙ ОБЛАСТИ ВОСХОДЯЩЕГО ЗАКРУЧЕННОГО ПОТОКА

А. О. Казачинский, И. Ю. Крутова

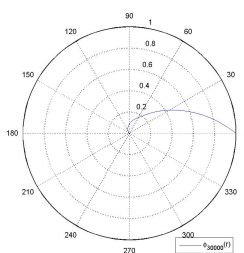
Снежинский физико-технический институт НИЯУ МИФИ, Снежинск

В работе для системы уравнений газовой динамики рассмотрена одна характеристическая задача Коши с начальными условиями на горизонтальной плоскости  $z = 0$ . При этом значение вертикальной составляющей вектора скорости газа  $w = 0$ , то есть газ через плоскость  $z = 0$  не течет. В случае общих пространственных изэнтропических течений непроницаемая плоскость  $z = 0$  является контактной характеристикой кратности 2. Взяв случай, когда на некотором цилиндре ненулевого радиуса радиальная составляющая вектора скорости газа  $u = -const$ , а окружная  $v = 0$  [1, 2].

Решение задачи строится в виде отрезка ряда по степеням  $z$ . Коэффициенты ряда зависят от остальных независимых переменных  $t, r, \varphi$ . Нулевые коэффициенты ряда удовлетворяют гиперболической системе уравнений с частными производными и не зависят от  $\varphi$ , что позволяет численно построить нулевые коэффициенты методом характеристик. Решение сводится к численному решению соответствующих систем обыкновенных дифференциальных уравнений [3].

Для численного решения применяется модифицированный метод характеристик, в котором сетка задается до начала счета. Система решается на прямоугольной сетке, используется стандартное для разностных схем обозначение  $U_i^n$  вектора значений искомых функций  $U(t, r) = (c, u, v)$  в точке  $t = t_n, r = r_i$ , где  $t_n = n\tau; r_i = r_0 + ih$ . Шаг сетки по пространственной переменной постоянный  $\Delta r = h$ , а шаг по времени  $\Delta t = \tau$  задается специальным образом [2].

Для торнадо класса F3 были проведены расчеты первого коэффициента  $U_i^n$ , результаты расчета показывают закрутку в движении частиц газа.



## Список литературы

1. Баутин С. П., Крутова И. Ю., Обухов А. Г., Баутин К. В. *Разрушительные атмосферные вихри: теоремы, расчеты, эксперименты: монография* Новосибирск: Наука, Новосибирск: Наука, 2013.
2. Баутин С. П., Дерябин С. Л., Крутова И. Ю., Обухов А. Г. *Разрушительные атмосферные вихри и вращение Земли вокруг своей оси: монография* Екатеринбург: Изд-во УрГУПС, 2017.

3. Казачинский А. О., Крутова И. Ю. *Построение течений в придонной части восходящих закрученных потоков как решение одной характеристической задачи Коши. Препринт.* Снежинск: издательство СФТИ НИЯУ МИФИ, 2016.

## ТЕПЛОМАССОПЕРЕНОС В СНЕЖНО-ЛЕДОВОМ ПОКРОВЕ

А. Н. Сибин, А. А. Папин

Алтайский государственный университет, Барнаул

Большой класс задач фильтрации с фазовыми переходами составляют задачи тепло-массопереноса в тающем снежно-ледовом покрове. Эти задачи востребованы для расчетов и прогноза гидрографов весеннего половодья и качества воды в водоемах приемниках [1].

В докладе рассматриваются две задачи: одномерная фильтрация воды и воздуха в тающем ледовом пористом скелете и моделирование процесса сублимации льда.

В основу первой модели положены уравнения сохранения массы для каждой из фаз с учетом фазовых переходов, уравнения двухфазной фильтрации для воды и воздуха, уравнения теплового баланса. Предложен алгоритм численного решения одномерной начально-краевой задачи тепло-массопереноса в тающем снеге и проведены тестовые численные расчеты. Рассматриваемая модель откалибрована путем сравнения расчетов с экспериментальными данными [2].

Задача сублимации льда исследуется на основе модели фильтрации воздуха в пороупругой среде [3, 4]. Рассматриваются вопросы обоснования модели.

Работа выполнена при поддержке совместного проекта TUBITAK и РФФИ 20-58-46009 СТ\_а "Нагрузки на инженерные сооружения в морском льду".

### Список литературы

1. Коробкин А. А., Папин А. А., Хабахпашева Т. И. *Математические модели снежно-ледового покрова.* Изд-во Алт. ун-та, Барнаул. 2013.
2. Waldner P. A., Schneebeli M., Schultze-Zimmermann U., Fluhler H., *Effect of snow structure on water flow and solute transport.* Hydrol. Process. 2004. N. 18. P. 1271–1290.
3. Thorpe A. D., Mason B. J. *The evaporation of ice spheres and ice crystals.* British Journal of Applied Physics. 1966. N. 17. P. 541-548.
4. Groot Zwaaftink C. D., Lowe H., Mott R., Bavay M., Lehning M. *Drifting snow sublimation: A high-resolution 3D model with temperature and moisture feedbacks.* Journal of Geophysical Research. 2011. Vol. 116. N. 16.

## О РАЗВИТИИ МЕТОДОВ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПОЛОЖЕНИЯ ЛАМИНАРНО-ТУРБУЛЕНТНОГО ПЕРЕХОДА В АЭРОДИНАМИЧЕСКИХ ПРИЛОЖЕНИЯХ

А. В. Бойко, К. В. Демьянко, А. В. Иванов, С. В. Кириловский, Д. А. Мищенко,  
Ю. М. Нечепуренко, Т. В. Поплавская

Институт теоретической и прикладной механики им. С. А. Христиановича  
СО РАН, Новосибирск

Рассматриваются актуальные фундаментальные и вычислительные проблемы нахождения положения ламинарно-турбулентного перехода (ЛТП) в аэродинамических течениях. Дается обзор современных методов инженерного прогноза перехода к турбулентности в условиях обтекания двумерных и трехмерных аэродинамических конфигураций на до- и трансзвуковых скоростях. Кратко описывается развиваемый авторами подход на основе  $\exp(N)$ -метода [1–3].

Освещаются результаты экспериментальных работ, направленных на уточнение калибровки  $\exp(N)$ -метода для ряда аэродинамических течений. В рамках рассматриваемой проблемы одной из главных задач является создание экспериментальной базы для верификации методов прогноза ЛТП. Для создания такой базы, наряду с подробной документацией параметров течения (скорости, степени турбулентности набегающего потока и т.п.) и параметров модели (геометрии, степени шероховатости, угла атаки), необходимо точно и статистически достоверно документировать положение ЛТП на поверхности экспериментальной модели. Для этого разработана экспериментальная методика проведения параметрических измерений в различных режимах обтекания потоком в общем случае трехмерных аэродинамических течений с целью статистически достоверного документирования положения ламинарно-турбулентного перехода на основе анализа термограмм поверхности.

Работа выполнена при поддержке гранта Российского научного фонда (код проекта 18-19-00460).

### Список литературы

1. Boiko A. V., Nepochurenko Yu. M., Abalakin I. V., Bobkov V. G. *Numerical prediction of laminar-turbulent transition on an airfoil*. Russ. J. Numer. Anal. Math. Modelling. 2014, V. 29, No. 4. P. 205–218.
2. Бойко А. В., Кириловский С. В., Маслов А. А., Поплавская Т. В. *Инженерное моделирование ламинарно-турбулентного перехода: достижения и проблемы (обзор)*. ПМТФ. 2015. Т. 56. № 5. С. 30–49.
3. Boiko A. V., Demyanko K. V., Nepochurenko Y. M. *On computing the location of laminar-turbulent transition in compressible boundary layers*. Russ. J. Numer. Anal. Math. Modelling. 2017. V. 32, No. 1. P. 1–12.

# МЕТОД СГЛАЖЕННЫХ ЧАСТИЦ ДЛЯ ЧИСЛЕННОГО РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ФИЛЬТРАЦИИ

В. В. Башуров<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Российский федеральный ядерный центр - Всероссийский научно - исследовательский институт экспериментальной физики, Саров

Данная работа посвящена решению задачи фильтрации смеси воды, газа и нефти в однородной пористой среде. Рассматривается базовое уравнения теории фильтрации [1]:

$$\frac{\partial(\rho_k S_k)}{\partial t} = \nabla(\phi_k \nabla P). \quad (1)$$

Здесь  $\rho_k$  - плотность компоненты смеси,  $S_k$  - насыщенность компоненты,  $\phi_k$  - пористая вязкость компоненты,  $P$  - давление смеси. Система уравнений замыкается тремя уравнениями состояния вещества для каждой из компонент:

$$\rho_k = F(P, T),$$

где  $T$  - температура смеси. Физическое пространство задачи разбивается на  $N$  сглаженных частиц с объемом  $V_i$ , связанных сглаживающей функцией  $W_{ij}$ , зависящей от расстояния  $r_{ij}$  между частицами с индексами  $i$  и  $j$ . Правая часть уравнения (1) тождественно представляется в виде суммы операторов Лапласа для последующей численной аппроксимации методом сглаженных частиц [2] в каждой сглаженной частице с индексом  $i$ :

$$\nabla(\phi_{ki} \nabla P_i) = \sum_{j=1}^N V_j \frac{(\phi_{ki} + \phi_{kj})(P_j - P_i)}{|r_{ji}|^2} r_{ij} \nabla_j W_{ij}.$$

На основе полученного выражения строится численная явная разностная схема. Предлагается алгоритм задания граничных условий первого и второго рода и критерий устойчивости численного решения дифференциального уравнения (1). В заключении приводится ряд изотермических одномерных и двумерных тестовых численных расчетов процесса фильтрации смеси воды, нефти и газа.

## Список литературы

1. Parker J.C., Lenhard R., Kuppusami T. A parametric model for constitutive properties governing multiphase flow in porous media. -Water Resources Research. 1987. Vol. 23, no. 4. p. 618-624.
2. Jubelgas M., Springel V., Dolag K. Thermal conduction in cosmological SPH simulations. -Mon. Not. Roy. Astron. Soc. 2004. -351p.

## АНАЛИЗ ЗАКОНОМЕРНОСТЕЙ РОСТА СТРУКТУР МОЗГА ПЛОДА ЧЕЛОВЕКА

*Е. А. Уткина<sup>1,2</sup>, Д. В. Паршин<sup>1,2</sup>, А. М. Коростышевская<sup>3</sup>, А. П. Чупахин<sup>1,2</sup>*

<sup>1</sup>*Институт гидродинамики им. М. А. Лаврентьева СО РАН, Новосибирск*

<sup>2</sup>*Новосибирский государственный университет, Новосибирск*

<sup>3</sup>*Международный томографический центр СО РАН, Новосибирск*

Головной мозг – одна из самых сложных сред для обнаружения закономерностей роста и развития его отдельных структур, как в норме, так и при наличии аномалий. Использование современных методик нейровизуализации с возможной количественной оценкой биометрических показателей в трех плоскостях (различные проекции МРТ) позволяют описать закономерности и основные траектории развития мозга в пре- и постнатальном периодах.

Цель данной работы – исследовать закономерности роста структур мозга плода человека.

Для этого проведена обработка базы данных Международного томографического центра СО РАН в виде МР обследований мозга плодов (354) различных гестационных сроков (от 18 до 38 недель), из них без патологии головного мозга (88) и с различными аномалиями развития (266).

На основе обработки данных биометрии для всех 88 здоровых случаев МРТ плода получены 8 линейных размеров головного мозга: фронто-окципитальный (P1) и бипариетальный (P2) головного мозга; фронто-окципитальный (P3) и бипариетальный (P4) черепа; длина мозолистого тела (P5); ширина (P6), высота червя (P7) и передне-задний размер червя (P8) мозжечка. Построены диаграммы изменений основных линейных размеров, с указанием минимального и максимального значения, 25-ого и 75-ого перцентилей и медианы, для мозга плода от 18 до 35 недель гестационного развития. А также составлены графики полей корреляции, с указанием линий тренда, между некоторыми из размеров: P1–P2, P3–P4, P5–P1, P5–P2, P5–P6, P5–P7, P5–P8, P6–P1, P6–P2, P6–P3, P6–P4, P6–P7, P6–P8, P7–P8.

Полученные данные обнаруживают связи между линейными размерами различных структур головного мозга плода.

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ 19-48-540010.

## ТРАНСФОРМАЦИЯ ЭНЕРГИИ В ВОЛНЕ ЦУНАМИ

*Ан. Г. Марчук*

*Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН,  
Новосибирск*

Волна цунами, корректно описываемая дифференциальными уравнениями мелкой воды [1], возникает в результате быстрого вертикального смещения обширных участков дна, приводящего к аналогичному смещению водной поверхности от нулевого уровня. После формирования волны за счёт силы гравитации потенциальная энергия вертикального смещения волны перераспределяется в равных долях между кинетической энергией водного течения в волне и потенциальной энергией вертикального смещения водной массы относительно равновесного состояния. Такое соотношение между видами волновой энергии может меняться при взаимодействии длинной волны с препятствием или с другой волной. В частности, при столкновении цунами с высокой вертикальной стенкой вся кинетическая энергия переходит в потенциальную. А при столкновении двух волн с противоположными амплитудами вся

потенциальная энергия переходит в кинетическую. В работе предложены способы подсчёта волновой энергии в ходе численных расчётов. Численными методами изучена направленность излучения волновой энергии источниками разной формы. На основе энергетических соотношений разработан алгоритм численной реализации прохождения длинной волны над затопленным вертикальным барьером.

## Список литературы

1. Стокер Дж. Дж. *Волны на воде*. М.: ИЛ, 1959.

# ПОСТРОЕНИЕ РЕШЕНИЙ ЗАДАЧИ О ПРИТОКЕ В ВИДЕ БЕСКОНЕЧНОГО РЯДА ПО СТЕПЕНЯМ $Z$

А. М. Тютюник

*Снежинский Физико-Технический Институт Национальный Исследовательский Ядерный Университет «МИФИ», Снежинск*

В работе рассмотрена одна конкретная характеристическая задача Коши с начальными данными на горизонтальной плоскости  $z = 0$ . При этом полагается равным нулю значение вертикальной составляющей  $w$  вектора скорости газа при  $z = 0$ . Так же описана процедура построения коэффициентов бесконечного ряда по степеням  $z$  с тем, чтобы в дальнейшем конечный отрезок этого ряда применить для приближенного описания течений газа в придонных частях торнадо и тропического циклона.

## Список литературы

1. Баутин С.П., Крутова И.Ю., Обухов А.Г., Баутин К.В. *Разрушительные атмосферные вихри: теоремы, расчеты, эксперименты: монография* Новосибирск: Наука; Екатеринбург: Изд-во УрГУПС, 2013. – 216 с.
2. Баутин С.П., Дерябин С.Л., Крутова И.Ю., Обухов А.Г. *Разрушительные атмосферные вихри и вращение Земли вокруг своей оси: монография* Екатеринбург: Изд-во УрГУПС, 2017. – 335с.
3. Баутин С.П., Крутова И.Ю. *Аналитическое и численное моделирование течений газа при учете действия силы Кориолиса: монография* Екатеринбург: Изд-во УрГУПС, 2019. – 181, [1] с.

# ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ПОГРАНИЧНОГО СЛОЯ В УСЛОВИЯХ СИЛЬНОЙ ТЕРМОХИМИЧЕСКОЙ НЕРАВНОВЕСНОСТИ

Ю. Н. Григорьев<sup>1</sup>, А. Г. Горобчук<sup>1</sup>, И. В. Ершов<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Институт вычислительных технологий СО РАН, Новосибирск

<sup>2</sup>Новосибирский государственный аграрный университет, Новосибирск

При решении задач устойчивости пограничных слоев необходимо знание профилей гидродинамических параметров исходного стационарного течения. В качестве последних часто используются локально автомодельные решения уравнений пограничного слоя [1, 2], зависящие от координаты вдоль потока как от параметра. Однако для их обоснованного применения необходимо предварительно определить характер зависимости профилей от продольной координаты, а также по возможности оценить их отклонение от численных решений, полученных в полной постановке, учитывающей все необходимые физические процессы в реальном газе. Последнее становится особенно актуальным при учете процессов колебательного возбуждения и реакций диссоциации-релаксации.

В докладе представлены результаты численных расчетов течений в плоском пограничном слое в локально автомодельной и полной постановках с учетом колебательной релаксации и диссоциации.

Рассмотрен ряд характерных условий для внешнего потока и теплообмена на границе. В условиях колебательного возбуждения газа и отсутствия диссоциации для локально автомодельных решений имеет место сходимость профилей гидродинамических переменных к некоторым предельным значениям для продольной координаты  $\xi = 8 - 15$ . Для всех режимов максимальное локальное отклонение предельных локально автомодельных профилей от профилей, рассчитанных в полной постановке с использованием конечно-разностной схемы Кранка-Николсон [3], не превышает 5%. Это может служить обоснованием использования локально автомодельных решений в задачах линейной теории устойчивости колебательно возбужденного газа. Вместе с тем в диссоциирующем погранслое имеет место значительное расхождение профилей концентрации.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 20-01-00168а).

## Список литературы

1. Гапонов С. А., Петров Г. В. *Устойчивость пограничного слоя неравновесного диссоциирующего газа*. Новосибирск: Наука, 2013.
2. Blottner F. G. *Similar and nonsimilar solutions for nonequilibrium laminar boundary layer*. AIAA Journal. 1963. V. 1. No. 9. P. 2156–2157.
3. Пасконов В. М. *Стандартная программа для решения задач пограничного слоя. Численные методы в газовой динамике*. М.: МГУ, 1963. С. 110–116.



# ИСПОЛЬЗОВАНИЕ МЕТОДОВ РОЕВОГО ИНТЕЛЛЕКТА ДЛЯ ОПТИМИЗАЦИИ ТРАНСПОРТНЫХ ФУНКЦИЙ СОСУДИСТЫХ АНАСТОМОЗОВ

Ю. О. Куянова<sup>1</sup>, А. В. Бервицкий<sup>2</sup>, А. В. Дубовой<sup>2</sup>, Д. В. Паршин<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Институт гидродинамики им. М. А. Лаврентьева СО РАН, Новосибирск

<sup>2</sup>Федеральный центр нейрохирургии, Новосибирск

Несмотря на широкое применение церебральных анастомозов в современной клинической практике, вопрос об оптимальном соединении сосуда-донора с сосудом-реципиентом остаётся открытым. В нашем исследовании для оптимизации формирования обходных сосудистых анастомозов, в частности, для поиска оптимального места соединения двух сосудов, используются методы роевого интеллекта. Ранее мы уже исследовали вопрос об оптимальном угле формирования обходных анастомоз [1], однако параметры подбирались нами вручную, что существенно сокращало область поиска, а также существенно увеличивало его время.

Роевой интеллект - это коллективное поведение децентрализованной самоорганизующейся системы, характеризующейся тем, что некоторые простые правила взаимодействия её отдельных агентов приводят к возникновению интеллектуального группового поведения. Данные методы оптимизации, несмотря на своё относительно недавнее появление, успели зарекомендовать себя как высокоэффективные по сравнению с такими методами, как, например, метод Гаусса [2]. В текущей работе применяется как метод роя частиц, так и его гибридный вариант, демонстрирующий свою особую эффективность [3].

Работа выполнена при поддержке гранта Правительства Российской Федерации (проект № 14.W03.31.0002).

## Список литературы

1. Yu. O. Kuyanovа., S. S. Presnyakov, A. V. Dubovoy, A. P. Chupakhin, D. V. Parshin. Numerical study of the tee hydrodynamics in the model problem of optimizing the low-flow vascular bypass angle // Journal of Applied Mechanics and Technical Physics, 2019, T. 60, P. 1038-1045.
2. J. Kennedy, R. Eberhart. Particle swarm optimization // In Proceedings of the IEEE international conference on neural networks IV, 1995, P. 1942-1948.
3. J. Ding, Q. Wang, Q. Zhang, Q. Ye, Y. Ma. A Hybrid Particle Swarm Optimization-Cuckoo Search Algorithm and Its Engineering Applications // Mathematical Problems in Engineering, 2019, Article ID 5213759, <https://doi.org/10.1155/2019/5213759>

## НЕЛИНЕЙНАЯ ДИАГНОСТИКА СТРАТИФИЦИРОВАННОГО ПО ВЕРТИКАЛИ МЕЛКОГО МОРЯ СО СЛАБОЙ ДИСПЕРСИЕЙ И НЕЛИНЕЙНОСТЬЮ

*В. В. Новотрясов*

*Тихоокеанский океанологический институт им. В. И. Ильичева, ДВО РАН, Владивосток*

Гидродинамическая модель мелкого моря со слабой дисперсией и нелинейностью широко используется для исследования нелинейных внутренних волн в прибрежных зонах Мирового океана. Гидрофизическим фоном (ГФ) для этой модели служат квадратичная нелинейность  $-\alpha$ , высокочастотная дисперсия  $-\beta$  и скорость  $-c_0$  длинных по сравнению с глубиной моря, внутренних волн. При заданном распределении по вертикали плотности и скорости потока стандартная схема определения параметров ГФ модели сводится к решению краевой задачи на собственные значения с последующим расчётом по известным соотношениям параметров  $\alpha$ ,  $\beta$  и  $c_0$ .

В работе излагается альтернативная схема определения ГФ мелкого моря со слабой нелинейностью и дисперсией. Целью работы является вывод соотношений для расчёта параметров  $\alpha$ ,  $\beta$  и  $c_0$  по данным натурных измерений пакетов нелинейных внутренних волн. Для вывода этих соотношений используется теория волновых/ундулярных боров в средах со слабой нелинейностью и дисперсией. В рамках этой теории показано, что пространственная и временная структура ундулярных боров, её характеристики: амплитуда и скорость лидирующего солитона бора, а также частота и скорость волны, представляющей его задний фронт, связаны с параметрами ГФ однозначными соотношениями.

С использованием предложенной методики выполнены оценки параметров ГФ на морском полигоне ТОИ ДВО РАН, расположенном на шельфе Японского моря по данным измерений пространственно-временной структуры одного из зарегистрированных на полигоне в октябре 2013 года внутреннего солибора. Предложенная схема оценки параметров ГФ в шельфовой зоне Японского моря подтверждена результатами расчётов этих параметров с использованием стандартных соотношений для их определения в указанной шельфовой зоне.

## ДВИЖЕНИЕ ВНЕШНЕЙ НАГРУЗКИ ВДОЛЬ ОДНОЙ ИЗ СТЕНОК В ЗАМОРОЖЕННОМ КАНАЛЕ

*Н. А. Осипов, К. А. Шишмарев*

*Алтайский государственный университет*

Рассматриваются колебания упругого ледового покрова в канале под действием движущейся нагрузки. Канал имеет прямоугольное сечение. Жидкость в канале невязкая, несжимаемая и покрыта льдом. Лед моделируется тонкой упругой пластиной. Течение, вызванное прогибом пластины, считается потенциальным. Задача решается в рамках линейной теории гидроупругости [1]. Нагрузка моделируется локализованным распределением давления и движется вдоль канала с постоянной скоростью. Изучаются случаи несимметричного движения, когда нагрузка движется вблизи одной из стенок канала. Задача с помощью преобразования Фурье вдоль канала сводится к задаче относительно профиля колебаний поперек канала, которая решается методом нормальных мод [2]. В работе приводятся результаты численного

и аналитического исследования рассматриваемой задачи. Задача о движении внешней нагрузки вдоль неограниченного льда изучена в [1], вдоль центральной линии канала в [3]. Задача движения внешней нагрузки вдоль стенки по полубесконечному ледовому покрову исследована в [4].

Работа выполнена при финансовой поддержке проекта "Современные методы гидродинамики для задач природопользования, промышленных систем и полярной механики".

## Список литературы

1. Squire V. *Moving loads on ice plates*. Kluwer Academic Publishers, 1996.
2. Khabakhpasheva T. I. *Impact of a surface wave on an elastic hull*. Fluid Dynamics. V. 41(3). pp 424-433.
3. Shishmarev K. A., Khabakhpasheva T. I., Korobkin A. *The response of ice cover to a load moving along a frozen channel*. Applied Ocean Research, 2016, V. 59. pp 313-326.
4. Brocklehurst P. *Hydroelastic waves and their interaction with fixed structures*. PhD thesis. University of East Anglia, UK. 2012.

# ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ДИНАМИКИ ОБРАЗОВАНИЯ ПРОДУКТОВ ТЕРМИЧЕСКОГО РАЗЛОЖЕНИЯ СЛАНЦЕВ В ТОЛЩЕ ПЛАСТА

А. Г. Князева, А. Л. Маслов

Институт физики прочности и материаловедения СО РАН, Томск

Горючие сланцы – слоистые горные породы осадочного происхождения, содержащие значительное количество органического вещества (ОВ) сапропелитовой природы. При нагреве горючих сланцев ОВ разлагается с образованием смол, близких по составу к нефти, и газов, главным образом, метана. Сланцы могут быть использованы в качестве твердого топлива, но их непосредственное сжигание не экологично и энергетически не эффективно. Более перспективным представляется использование в качестве энергоносителя термического разложения ОВ сланцев [1]. В исследовании предлагается и анализируется математическая модель, описывающая термическое разложение сланцевого пласта при нагреве электродами и вывода образующихся продуктов через добывающую скважину. В модели учтены явления межфазного тепло- и массообмена, влияние концентрационного расширения, движение образующихся продуктов в порах сланцевого пласта, различия в их теплофизических свойствах. Приведены примеры численного исследования процесса термического разложения на основе данной модели. В динамике разложения существенную роль играют явления фильтрации, а также межфазного массообмена.

## Список литературы

1. Lee S., Speight J. G., Loyalka S. K. *Handbook of Alternative Fuel Technologies*. 2nd edn. CRC Press, 2015.

# ТАБЛИЦЫ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ, СКОРОСТНЫХ И ЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК ПРИДОННЫХ ЧАСТЕЙ ТОРНАДО

*И. Ю. Крутова*

*Снежинский физико-технический институт Национального исследовательского ядерного университета «МИФИ», Снежинск*

Природное явление торнадо, известное своей разрушительной силой, является объектом изучения многих ученых. На основе схемы, предложенной Баутиным С.П., и исходя из данных шкалы Фудзиты, где систематизированы данные натуральных наблюдений за этим природным явлением, установлены внешние радиусы притока воздуха в придонных частях торнадо различной интенсивности и рассчитаны значения газодинамических параметров этих потоков. Оказалось, что в случае торнадо самой малой интенсивности из шкалы Фудзиты кинетическая энергия вращательного движения воздуха составляет половину всей кинетической энергии потока в придонной части. В данной работе при заданном в таблице Фудзиты значении ширины полосы разрушений для всех торнадо установлены два внешних радиуса притока воздуха в придонную часть торнадо:  $r_{in1}$  и  $r_{in2}$ . Первый из этих радиусов  $r_{in1}$  такой, что кинетическая энергия вращательного движения построенного потока составляет половину всей кинетической энергии этого потока. Вторым –  $r_{in2}$ , при котором кинетическая энергии всего потока становится равной кинетической энергии самого слабого торнадо, при котором имеют место разрушения. Знание значений этих радиусов позволит более надежно прогнозировать возникновения торнадо.

## Список литературы

1. Баутин С. П., Крутова И. Ю. *Аналитическое и численное моделирование течений газа при учете действия силы Кориолиса*. Екатеринбург : Изд-во УрГУПС, 2019.
2. Баутин С. П., Дерябин С. Л., Крутова И. Ю., Обухов А. Г. *Разрушительные атмосферные вихри и вращение Земли вокруг своей оси*. Екатеринбург : Изд-во УрГУПС, 2017.
3. Баутин С. П., Баутин К. В., Крутова И. Ю., Обухов А. Г. *Разрушительные атмосферные вихри: теоремы, расчеты, эксперименты*. Новосибирск : Наука; Екатеринбург : Изд-во УрГУПС, 2013.
4. Крутова И. Ю. *Таблицы геометрических, скоростных и энергетических характеристик придонных частей торнадо*. Вычислительные технологии. 2018. Т. 23. № 5. С. 17–24.

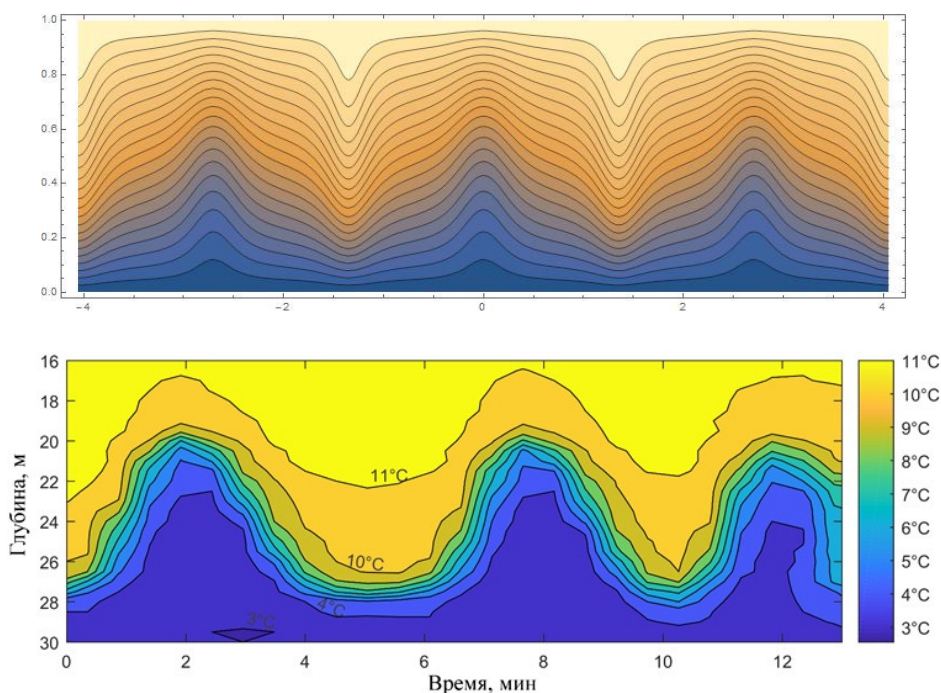
# НЕЛИНЕЙНЫЕ ПЕРИОДИЧЕСКИЕ ВНУТРЕННИЕ ВОЛНЫ В СЛАБОСТРАТИФИЦИРОВАННОЙ ЖИДКОСТИ

Д. Е. Кукушкин<sup>1</sup>, Д. С. Денисенко<sup>1,2</sup>, В. Ю. Ляпидевский<sup>1,2</sup>, Н. И. Макаренко<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup>Новосибирский государственный университет, Новосибирск

<sup>2</sup>Институт гидродинамики им. М. А. Лаврентьева СО РАН, Новосибирск

Исследуются волновые пакеты типа кноидальных волн, рассматриваемые в рамках математической модели непрерывно стратифицированной жидкости. Используется уравнение Дюбрей-Жакотэн-Лонга для функции тока, следующее из полных нелинейных двумерных стационарных уравнений Эйлера. Приближенное уравнение, описывающее волны негармонического типа, выводится с помощью асимптотической процедуры с малым параметром Буссинеска, который характеризует слабую стратификацию в слое жидкости. Тонкая структура стратификации играет при этом важную роль, поскольку она позволяет рассматривать сильно-нелинейные диспергирующие волны большой амплитуды [1].



Построены асимптотические решения, описывающие цуги приповерхностных понижений изопикн, согласованные с придонными цугами волн возвышения. Показано [2], что расчетные волновые профили качественно согласуются с волновыми структурами, наблюдавшимися в натуральных экспериментах на шельфе Японского моря.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект 18-01-00648).

## Список литературы

1. Makarenko N.I., Maltseva J.L., Kazakov A. Yu., *Conjugate flows and amplitude bounds for internal solitary waves*. Nonlin. Processes Geophys. 2009. V. 16. P. 169–178.
2. Макаренко Н.И., Ляпидевский В.Ю., Денисенко Д.С., Кукушкин Д.Е. *Пакеты нелинейных внутренних волн в шельфовой зоне*. Вычислительные технологии. 2019. Т.24, № 2. С. 90-98

## КОЛЕБАНИЯ ПОРИСТОГО ЛЕДОВОГО ПОКРОВА ПОД ДЕЙСТВИЕМ ПЕРИОДИЧЕСКОЙ НАГРУЗКИ

К. Н. Завьялова<sup>1</sup>, К. А. Шишмарев<sup>1</sup>, А. А. Коробкин<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Алтайский государственный университет, Барнаул

<sup>2</sup>Университет Восточной Англии, Норидж, Великобритания

Рассматриваются колебания пороупругого ледового покрова под действием внешней нагрузки. Лед моделируется тонкой пороупругой плавающей пластиной. Пористость льда моделируется учетом проникновения жидкости в пластину в кинематическом условии на границе лед-жидкость. Жидкость под пластиной идеальная и несжимаемая. Течение, вызванное прогибом пластины, считается потенциальным. Рассмотрена трехмерная задача о волнах, вызванных внешней периодической нагрузкой. Нагрузка моделируется гладким локализованным распределением давления с периодической по времени амплитудой. Вычислены профили волн в пороупругой пластине при заданных параметрах внешней нагрузки. Проведено сравнение с аналогичной задачей для упругой пластины и определено влияние пористости на параметры генерируемых волн. Задача о колебаниях упругого ледового покрова в канале изучена в [1]. Модели пороупругих пластин исследованы в [2,3]. Дисперсионные соотношения для изгибно-гравитационных волн исследованы в [4] для одной частной модели пороупругого ледового покрова.

Работа выполнена по проекту МК-204.2020.1 "Начально-краевые задачи для уравнений движения жидкостей в пороупругих средах и их приложения в динамике снежно-ледового покрова" при поддержке гранта Президента РФ.

### Список литературы

1. Shishmarev K. A., Khabakhpasheva T. I., Korobkin A. *The response of ice cover to a load moving along a frozen channel*. Applied Ocean Research, 2016, V. 59. pp 313-326.
2. Taber L. A., Puleo A. M. *Poroelastic Plate and Shell Theories*. Mechanics of Poroelastic Media. Solid Mechanics and Its Applications. 1996. V. 35. pp 323-337.
3. Meylan M. H., Bennetts L. G., Peter M. A. *Water-wave scattering and energy dissipation by a floating porous elastic plate in three dimensions*. Wave Motion. 2017. V. 70. pp 240–250.
4. Chen H., Gilbert R. P., Guyenne P. *Dispersion and attenuation in a porous viscoelastic model for gravity waves on an ice-covered ocean*. European Journal of Mechanics / B Fluids. 2019. V. 78. pp 88–105.

# ДВИЖЕНИЕ ЛОКАЛИЗОВАННОЙ НАГРУЗКИ ПО БИТОМУ ЛЬДУ В ПРЯМОУГОЛЬНОМ КАНАЛЕ

К. Н. Завьялова<sup>1</sup>, К. А. Шишмарев<sup>1</sup>, Т. И. Хабахпашева<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Алтайский государственный университет, Барнаул

<sup>2</sup>Институт гидродинамики им. М. А. Лаврентьева СО РАН, Новосибирск

Рассматриваются нестационарные колебания битого льда в прямоугольном канале, вызванные движением внешней нагрузки. Жидкость в канале невязкая и несжимаемая. Течение, вызванное колебаниями битого льда, считается потенциальным. Система уравнений, описывающая динамику битого льда и жидкости в канале, имеет вид

$$Mw_{tt}(x, y, t) = -P(x, y, t) - \rho_\ell \varphi_t(x, y, 0, t) - \rho_\ell g w \quad (-\infty < x < \infty, -L < y < L),$$

$$\Delta \varphi(x, y, z, t) = 0 \quad (-\infty < x < \infty, -L < y < L, -H < z < 0),$$

здесь  $M$  – масса льда на единицу площади,  $\rho_\ell$  – плотность жидкости,  $g$  – ускорение силы тяжести,  $\varphi(x, y, 0, t)$  – потенциал скорости течения на поверхности жидкости, внешняя нагрузка моделируется в форме гладкого локализованного пятна давления  $P(x, y, t)$  и движется с постоянной скоростью вдоль центральной линии канала. Искомыми являются функция прогибов битого льда  $w(x, y, t)$  и потенциал скорости течения  $\varphi(x, y, z, t)$ . Рассматриваемая система уравнений замыкается начально-краевыми условиями

$$w(x, y, 0) = w_0(x, y), \quad w_t(x, y, 0) = 0, \quad \varphi, w \rightarrow 0, \quad (|x| \rightarrow +\infty),$$

$$\varphi_y = 0 \quad (y = \pm L), \quad \varphi_z = 0 \quad (z = -H), \quad \varphi_z = w_t \quad (z = 0).$$

В докладе приводятся результаты численного и аналитического решения сформулированной задачи. При исследовании задачи использовались методы, развитые в работах [1, 2]. Близкие задачи со сплошным ледовым покровом и при наличии свободной поверхности исследованы в [3, 4].

Работа выполнена при поддержке совместного проекта TUBITAK и РФФИ 20-58-46009 СТ\_а "Нагрузки на инженерные сооружения в морском льду".

## Список литературы

1. Khabakhpasheva T., Shishmarev K., Korobkin A. *Large-time response of ice cover to a load moving along a frozen channel*. Applied Ocean Research. 2019. V. 86. pp 154-165.
2. Shishmarev K. A., Papin A. A. *Uniqueness of a solution of an ice plate oscillation problem in a channel*. Journal of Siberian Federal University. Mathematics and Physics. 2018. V. 11(4). pp 449-458.
3. Squire V. *Moving loads on ice plates*. Kluwer Academic Publishers, 1996.
4. Sturova I. V., Tkacheva L. A. *The motion of pressure distribution over a free surface near the edge of ice sheet*. IOP Conference Series: Earth and Environmental Science electronic resource. 2018. 012065.

# НАКЛОННЫЙ УДАР УПРУГИМ ТЕЛОМ ПО МЕЛКОЙ ВОДЕ

К. А. Шишмарев<sup>1</sup>, Т. И. Хабахпашева<sup>2</sup>, А. А. Коробкин<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Алтайский государственный университет, Барнаул

<sup>2</sup>Институт гидродинамики им. Лаврентьева СО РАН, Новосибирск

<sup>3</sup>Университет Восточной Англии, Норидж, Великобритания

Исследование направлено на выявление возможных механизмов образования пузырьков воздуха в тонком слое жидкости в результате наклонного удара по жидкому слою упругим телом. Показано, что воздух может быть захвачен перед телом вследствие упругих деформаций тела и образования струи на передней кромке смоченной части тела, под телом – из-за упругих колебаний тела и возможной кавитации, а также за телом – вследствие сложного колебательного течения в следе за телом. Рассматривается нелинейная нестационарная двумерная задача о наклонном ударе упругим телом по тонкому слою жидкости. Используется приближение тонкого слоя [1]. Условия согласования течений на границе смоченной части тела учитывают образование струй и отрыв жидкости от поверхности тела. Положение подвижной точки отрыва определяется условием Бриллюэна – Вилла [2]. Исследована эволюция границы тонкого жидкого слоя за телом после удара. Основными входными параметрами являются закон движения точки отрыва жидкости от тела и скорость течения под данной точкой. Выведены аналитические формулы для формы свободной поверхности за телом. Основное внимание обращено на возможность образования струй, возникающих из следа перпендикулярно к слою жидкости. Похожие задачи исследованы в [3, 4]. Изучено влияние параметров удара на образование струй и их характеристики. На основе анализа полученных результатов определены механизмы аэрации тонкого слоя в следе за упругим телом.

Работа поддержана Российским Научным Фондом, грант 19-19-00287.

## Список литературы

1. Korobkin A. *Impact of two bodies one of which is covered by a thin layer of liquid*. Journal of Fluid Mechanics. 1995. V. 300. pp. 43-58.
2. Khabakhpasheva T. I., Korobkin A. A. *Oblique impact of a smooth body on a thin layer of inviscid liquid*. Proceedings of the Royal Society A: Math., Phys. and Eng. Sciences. 2013. V. 469(2151). 20120615.
3. Edwards C. M., Howison S. D., Ockendon H., Ockendon J. R. *Non-classical shallow water flows*. IMA Journal of Applied Mathematics. 2008. V. 73. №1. pp 137–157.
4. Korobkin A. *Shallow-Water Impact Problems*. Journal of Engineering Mathematics. 1999. V. 35. pp. 233–250.



## ОПТИМИЗАЦИЯ ЭНЕРГЕТИЧЕСКОЙ ЭФФЕКТИВНОСТИ УЛЬТРАЗВУКОВОГО КАВИТАЦИОННОГО ВОЗДЕЙСТВИЯ НА СИСТЕМЫ СО СПЛОШНОЙ ЖИДКОЙ ФАЗОЙ

*Р. Н. Голых, В. Н. Хмелёв, А. В. Шалунов*

*Бийский технологический институт (филиал) АлтГТУ им. И. И. Ползунова,  
Бийск*

Проведённые исследования направлены на решение проблемы повышения энергетической эффективности ультразвукового кавитационного воздействия на системы со сплошной жидкой фазой для интенсификации физико-химических процессов. Предложен общий подход к оптимизации энергетической эффективности (КПД), основанный на выявлении фактического отношения затрат энергии на разрыв межатомных и межмолекулярных связей в среде к введённой энергии кавитационного воздействия.

В рамках общего подхода разработаны феноменологические модели, основанные на законах гидродинамики и физической кинетики и рассматривающие каждую стадию преобразования энергии ультразвукового кавитационного воздействия, начиная с излучения колебаний в озвучиваемую среду, заканчивая разрывом межатомных и межмолекулярных связей среды.

Разработанные модели позволяют определить энергетическую эффективность воздействия для реализации процессов ультразвуковой механодеструкции макромолекул в сплошной жидкой фазе и диспергирования частиц в жидкости. Предложенные модели позволили определить оптимальные режимы (интенсивности ультразвуковых колебаний) и условия ультразвукового воздействия (геометрия озвучиваемой области с абсолютно упругими границами), обеспечивающие повышение КПД воздействия вплоть до 2 раз по сравнению с неоптимальными режимами и условиями.

Выявленные режимы и условия подтверждены экспериментальными исследованиями и рекомендуются к использованию при создании ультразвукового технологического оборудования.

Исследования выполнены при финансовой поддержке РФФИ и Министерства образования и науки Алтайского края в рамках научного проекта № 19-48-220014 «Физические основы глубокой очистки жидкостей от нежелательных примесей наложением акустических (ультразвуковых) волновых пакетов».

## АНАЛИЗ МЕХАНИЗМА ОБОГАЩЕНИЯ В ЦЕНТРОБЕЖНОМ КОНЦЕНТРАТОРЕ С ГОРИЗОНТАЛЬНОЙ ОСЬЮ ВРАЩЕНИЯ

*С. И. Афанасенко*

*ЗАО «ИТОМАК», г. Новосибирск*

Развитие технологий гравитационного обогащения золотосодержащего сырья, в последние 30 лет, связано с разработкой и внедрением центробежных концентраторов различных конструкций. Центробежные концентраторы разных производителей отличаются способами разрыхления минеральной постели. Наибольшее распространение получили концентраторы с так называемым «псевдооживленным» слоем, в которых сегрегация происходит под действием центробежных и гидродинамических сил (создаваемых инжекцией воды в канавки рабочего конуса концентраторов). Общим признаком всех концентраторов, за исключением аппаратов фирмы ИТОМАК, является вращение рабочего конуса концентратора вокруг вертикальной оси и разгрузка концентрата через отверстия в днище рабочего конуса. Отличительной особенностью концентраторов ИТОМАК является расположение оси вращения

рабочего конуса в горизонтальной плоскости. Такое расположение оси вращения позволило значительно упростить конструкцию, увеличить надежность работы и улучшить условия эксплуатации основных узлов концентратора. Рассматривая движение минеральных частиц и жидкости в рабочем конусе центробежного концентратора, необходимо учитывать силы, действующие на частицу: силы, обусловленные вращением конуса, сила тяжести; сила Архимеда; гидродинамическая сила. При заданных конструктивных параметрах аппаратов с псевдооживленным слоем при вертикальном расположении оси вращения управляющими параметрами являются центробежная и гидродинамическая силы. При горизонтальном расположении оси вращения активное участие в действии на частицу оказывает сила тяжести, вектор которой вращается с угловой скоростью, совпадающей с частотой вращения рабочего конуса, и оказывает на класс «взвешенных» частиц периодическое силовое воздействие, способствующее дополнительному разрыхлению минеральной постели. Опыт 25 летней эксплуатации центробежных концентраторов ИТОМАК подтвердил их высокую эффективность при улавливании мелкого и тонкого золота. Необходимо отметить, что на сегодняшний день опубликованы десятки статей, в которых делается попытка анализа процессов разделения золотосодержащих продуктов в центробежных концентраторах, но все они имеют оценочный характер. Практически не опубликовано работ с детальной разработкой модели течения двухфазной среды в роторе центробежного концентратора. Можно надеяться, что современные методы механики сплошных сред, и в частности численные методы механики многофазных течений дают возможность получить такие решения, которые позволят, существенно оптимизировать процессы центробежного обогащения.

## STEADY STATES IN DUAL-CASCADE WAVE TURBULENCE

V. N. Grebenev<sup>1</sup>, S. V. Nazarenko<sup>2</sup>, B. V. Semisalov<sup>1</sup>, S. B. Medvedev<sup>1</sup>

<sup>1</sup> *Institute of Computational Technologies SD RAS, Novosibirsk, Russia*

<sup>2</sup> *Institute de Physique de Nice, Universite Côte D'Azur, Nice, France*

We study stationary solutions in the differential kinetic equation, which was introduced in [1] for description of a local dual cascade wave turbulence. We give a full classification of single-cascade states in which there is a finite flux of only one conserved quantity. Analysis of the steady-state spectrum is based on a phase-space analysis of orbits of the underlying dynamical system. The orbits of the dynamical system demonstrate the blow-up behaviour which corresponds to a "sharp front" where the spectrum vanishes at a finite wave number. The roles of the KZ and thermodynamic scaling as intermediate asymptotic, as well as of singular solutions, are discussed.

### Acknowledgements.

Sergey Nazarenko is supported by the Chaire D'Excellence IDEX (Initiative of Excellence) awarded by Université de la Côte d'Azur, France, Simons Foundation Collaboration grant Wave Turbulence (Award ID 651471), the European Unions Horizon 2020 research and innovation programme in the framework of Marie Skłodowska-Curie HALT project (grant agreement No 823937) and the FET Flagships PhoQuS project (grant agreement No 820392). Vladimir Grebenev's, Boris Semisalov's and work on this project was partially supported by the "chercheurs invités" awards of the Fédération Doebelin FR 2800, Université de la Côte d'Azur, France. Sergey Medvedev's and work on this project was partially supported by CNRS "International Visiting Researcher" award.

### Список литературы

1. Dyachenko A., Newell A. C., Pushkarev A. and Zakharov V. E. *Optical Turbulence: Weak Turbulence, Condensates and Collapsing Filaments in the Nonlinear Schrodinger Equation* Physica D. 1992. V. 5734. P. 96–160.

# УПРАВЛЕНИЕ ОБТЕКАНИЕМ СТРУКТУРИРОВАННЫХ ОБЪЕКТОВ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ДРОССЕЛИРУЮЩЕГО ЭФФЕКТА И ВИХРЕВЫХ ЯЧЕЕК. ФИЗИЧЕСКОЕ И ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

С. А. Исаев<sup>1,2</sup>, А. Г. Судаков<sup>1</sup>, В. Н. Зиновьев<sup>3</sup>, В. А. Лебига<sup>3</sup>, Д. В. Никущенко<sup>2</sup>,  
Ц.-Ш. Лей<sup>4</sup>, Дж. Дж. Мяу<sup>4</sup>

<sup>1</sup>Санкт-Петербургский государственный университет гражданской авиации,  
Санкт-Петербург

<sup>2</sup>Санкт-Петербургский государственный морской технический университет,  
Санкт-Петербург

<sup>3</sup>Институт теоретической и прикладной механики им. С. А. Христиановича  
СО РАН, Новосибирск

<sup>4</sup>National Cheng Kung University, Tainan, Taiwan

В рамках актуального научного направления «flow and structure» исследуется обтекание структурированных многомасштабных объектов с управляющими вихревыми и струйными генераторами при наличии ветровых возмущений с целью улучшения их аэродинамических характеристик (АДХ). Рассматриваются объекты, представляющие ансамбли разномасштабных элементов. Улучшение их АДХ достигается 1) взаимным расположением элементов: в тандеме [1]; 2) с помощью поверхностных вихрегенераторов – упорядоченных лунок, траншей и выступов [2]; 3) применением объемных генераторов – выступающих перед телом щитов и дисков [3]; 4) использованием энергетически активных вихревых ячеек внутри толстого профиля с интенсификацией течения [4].

Улучшение аэрогидравлических характеристик структурированных объектов с помощью поверхностных и объемных вихрегенераторов способствует интенсификации теплообменных процессов и, например, добиться значительного роста теплоотдачи от структурированной наклоненными овально-траншейными лунками поверхности. Акцентируется внимание на влиянии сжимаемости при умеренных и высоких числах Маха.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (коды проектов №№ 18-58-52005 и 18-01-00210).

## Список литературы

1. Isaev S. A., Vatin N. I., Lebiga V. A., Zinoviev V. N., Chang Keh-Chin, Miao Jiun-Jih. *Problems and methods of numerical and experimental investigation of aerodynamics for high rise constructions in the coastal region "sea-land"*. Magazine of Civil Engineering. 2013. No. 2. P. 54–61.
2. Леонтьев А. И., Алексеенко С. В., Волчков Э. П. *Вихревые технологии для энергетики*. М.: Издательский дом МЭИ, 2017. 350 с.
3. Белов И. А., Исаев С. А., Коробков В. А. *Задачи и методы расчета отрывных течений несжимаемой жидкости*. Л., Судостроение, 1989. 256 с.
4. Исаев С. А. *Аэродинамика утолщенных тел с вихревыми ячейками. Численное и физическое моделирование*. СПб.: Изд-во Политех. ун-та, 2016. 215 с.

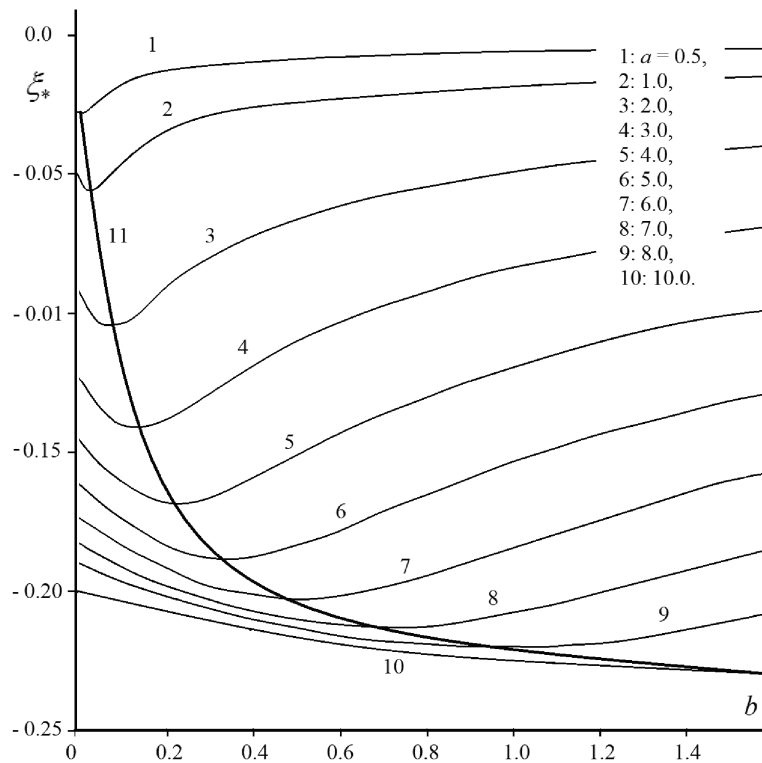
# О ЗАМКНИИ ЗАДАЧИ РУСЛОВОЙ УСТОЙЧИВОСТИ ЭНГЕЛУНДА – ФРЕДСО

А. Г. Петров<sup>1</sup>, И. И. Потапов<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Институт проблем механики РАН, Москва

<sup>2</sup>ХФИЦ Вычислительный центр ДВО РАН, Хабаровск

Для замыкания задачи русловой устойчивости Энгелунда – Фредсо в работе определено условие, позволившее определить значение фазового сдвига между расходом влекомых наносов и максимумом придонных касательных напряжений, возникающих в турбулентном гидродинамическом потоке при обтекании им пологих периодических донных волн малой крутизны. Выполнен анализ зависимости фазового сдвига  $\zeta_*$  для донных волн малой крутизны от геометрических  $a$  и физико-механических  $b$  параметров задачи. Для распределения касательных напряжений на донной поверхности, установлена закономерность, связывающая длину донных волн с глубиной потока. Данная закономерность обобщает ряд полученных ранее феноменологических моделей и согласуется с известными экспериментальными данными.



В частном случае для синусоидального периодического дна показано (см. рис.), что экстремальное значение  $\min(\zeta_*(a, b))$  получаемой функция сдвига  $\zeta_*$  отражает зависимость между длиной развивающейся донной волны  $L$  и глубиной слоя вытеснения потока  $H$ . Данная зависимость качественно и количественно согласуется с известными феноменологическими формулами Клавена А.Б. и Копалиани З.Д.

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта РФФИ № 18-05-00530 А).

# ИЗУЧЕНИЕ ЗАКОНОМЕРНОСТЕЙ ФИЛЬТРАЦИИ ФЛЮИДА В ПОРОВОМ ПРОСТРАНСТВЕ КЕРОГЕН-ГЛИНИСТО-КАРБОНАТНО-КРЕМНИСТЫХ ПОРОД БАЖЕНОВСКОЙ СВИТЫ

*А. С. Григорьев<sup>1</sup>, Е. В. Шилько<sup>1</sup>, А. Э. Конторович<sup>2</sup>*

<sup>1</sup>*Институт физики прочности и материаловедения СО РАН, Томск*

<sup>2</sup>*Институт нефтегазовой геологии и геофизики им. А. А. Трофимука СО РАН,  
Новосибирск*

Кероген-глинисто-карбонатно-кремнистый коллектор углеводородов Баженовской свиты Западно-Сибирского нефтегазоносного бассейна характеризуется комплексной композиционной структурой. Базовым структурным элементом здесь являются микромасштабные слои композиционного состава с неорганической глинистой матрицей, поровое пространство которых заполнено легкими фракциями углеводородов. Авторами разработана связанная упруго-пластическая механическая модель основного структурного элемента кероген-глинисто-карбонатно-кремнистых пород, учитывающая поровое давление флюида и его перераспределение в поровом пространстве твердофазного каркаса. С использованием разработанной модели проведено изучение особенностей динамики перераспределения флюида в поровом пространстве коллекторов. Моделировались испытания на трехосное сжатие флюидонасыщенных образцов представительных образцов основного структурного элемента породы при различных значениях бокового (отпорного) и пластового давлений с использованием проницаемых гидрологических граничных условий. Результаты моделирования показали, что мощность потока порового флюида определяется комплексом параметров, таких как скорость деформирования, проницаемость каркаса, вязкость порового флюида, окружающее (пластовое) давление и размер области его перепада. Анализ результатов позволил выявить безразмерную комбинацию этих параметров, которая однозначно определяет величину мощности потока флюида при заданном значении отпорного давления (аналог числа Дарси). Установлено, что зависимость мощности от величины «числа Дарси» с хорошей точностью аппроксимируется линейной функцией. Полученная зависимость является общей для различных глубин залегания и пластовых давлений, что позволяет применять ее при проведении качественной оценки вкладов различных элементов структуры в продуктивность пласта.

Работа выполнена в рамках государственного задания ИФПМ СО РАН, проект III.23.1.4 и при частичной финансовой поддержке РФФИ № 20-08-00818.

# ГИПЕРБОЛИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ РАСПРОСТРАНЕНИЯ ВНУТРЕННИХ ВОЛН С УЧЕТОМ ДИСПЕРСИИ В СЛОИСТОЙ МЕЛКОЙ ВОДЕ

В. Ю. Ляпидевский<sup>1,2</sup>, А. А. Чесноков<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup>Институт гидродинамики им. М. А. Лаврентьева СО РАН, Новосибирск

<sup>2</sup>Новосибирский государственный университет, Новосибирск

Рассматриваются волновые движения слоистой стратифицированной жидкости над неровным дном в приближении мелкой воды с учетом негидростатичности распределения давления. Для моделирования интрузий и внутренних волн большой амплитуды в придонном и приповерхностном слоях используются уравнения трехслойного течения в приближении Буссинеска. При этом делаются дополнительные предположения о гидростатичности давления в промежуточном слое и плавном изменении рельефа дна. В этом случае система уравнений допускает расщепление на эволюционную составляющую и два ОДУ второго порядка [1]. Построение численного решения нестационарных уравнений движения возможно на основе применения модификаций схемы Годунова с обращением эллиптических операторов методом прогонки на каждом шаге по времени. Основные трудности в реализации этого подхода связаны с высоким порядком уравнений и нелокальностью задачи, что требует применения трудоемких вычислительных процедур и согласования граничных условий.

В работе предложена новая гиперболическая система, аппроксимирующая исходную трехслойную дисперсионную модель. Построение гиперболических уравнений основано на оригинальном подходе [2], состоящем в расширении системы с использованием дополнительных “внутренних” переменных, позволяющих свести исходную дисперсионную модель к эволюционной системе первого порядка. Исследованы свойства полученных уравнений движения. Сформулированы условия гиперболичности, выполнен анализ точных решений в классе бегущих волн. На основе предложенных гиперболических уравнений трехслойной мелкой воды с учетом негидростатичности распределения давления проведены численные расчеты эволюции волн большой амплитуды и дано их сравнение с экспериментальными данными [1, 3]. Построены точные и численные решения, описывающие несимметричные солитонобразные волны, распространяющиеся по границе раздела между однородными слоями различной плотности. Проведены численные расчеты трансформации уединенных волн над препятствием и выполнена их верификация экспериментальными данными [3].

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 19-01-00498).

## Список литературы

1. Liapidevskii V., Gavrilov N. *Large internal solitary waves in shallow waters*. In book: M.G. Velarde et al. *The Ocean in Motion*, Springer Oceanography. 2018. P. 87—108.
2. Ляпидевский В. Ю., Тешуков В. М. *Математические модели распространения длинных волн в неоднородной жидкости*. Новосибирск: Изд-во СО РАН, 2000.
3. Deepwell D., Stastna M., Carr M., Davies P. *Wave generation through the interaction of a mode-2 internal solitary wave and a broad, isolated ridge*. *Phys. Rev. Fluids*. 2019. V. 4. 094802.

# ИСПОЛЬЗОВАНИЕ КАВИТАЦИОННЫХ АВТОКОЛЕБАТЕЛЬНЫХ РЕЖИМОВ ДЛЯ ГЕНЕРАЦИИ ПЕРИОДИЧЕСКИХ ИМПУЛЬСНЫХ СТРУЙ

*В. В. Прокофьев, С. А. Очеретяный, Е. А. Яковлев*

*Институт механики МГУ, Москва*

Экспериментальные исследования струйных течений жидкости в присутствии искусственной каверны с отрицательным числом кавитации, проведенные в Институте механики МГУ показали, что при небольших объемах каверны возникают автоколебательные режимы течения с высокой интенсивностью пульсаций давления как в самой каверне, так и в напорном трубопроводе. В работе изучается вопрос о возможности использования режима автоколебаний для создания на выходе периодических импульсных струй, которые могут быть использованы при гидродинамических способах разрушения, например, пластов угля или горных пород. Известно, что при прерывистом режиме истечения струи значительно повышает производительность струйной установки. В рассматриваемом течении может быть реализован естественный периодический режим прерывистого истечения жидкости при постоянных параметрах, подаваемых в систему воды и газа, без применения каких либо дополнительных механических систем. Исследовались автоколебательные режимы плоского течения в системе, состоящей из сопротивления (кавитатора 1 см. рис..А), за которым образовывалась искусственная газовая каверна и сужающееся сопло 2, через которое жидкость и газ истекают в атмосферу (на рис. А течение снизу вверх, точки измерения давления в форкамере, каверне и в угловой точке на экране обозначены  $p_0$ ,  $p_k$  и  $p_m$ ). Интенсивность ударного воздействия истекающей из сопла жидкости на экран оценивалась по осциллограмме давления в угловой точке (на рис.Б,В жирная линия (1) осциллограмма  $p_k$ , тонкая (2) -  $p_m$ ).

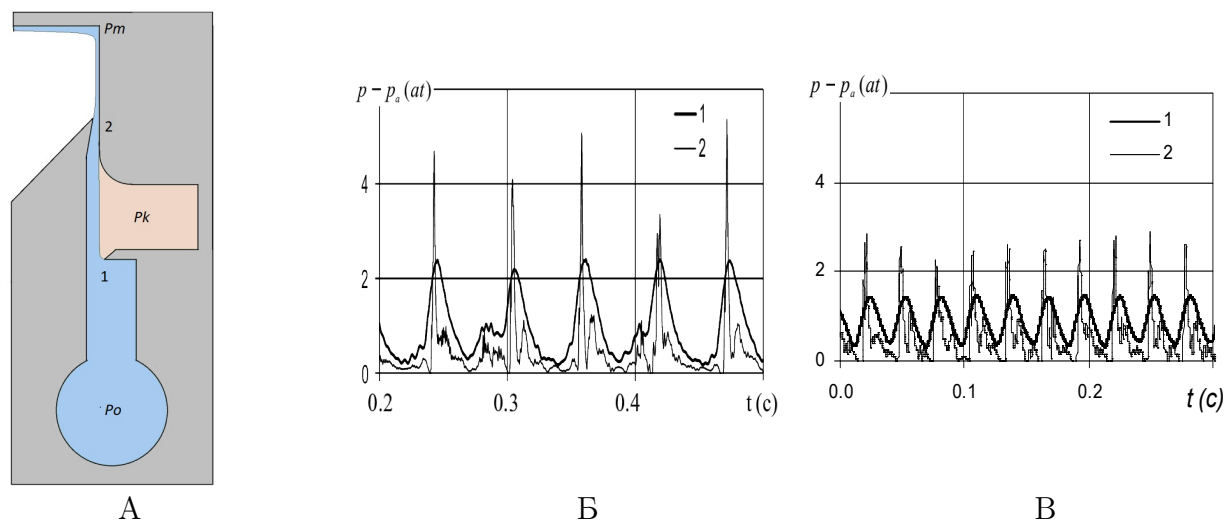


Рис. 1: А - схема течения, Б,В - осциллограммы для 2-й и 1-й частотных мод

Для развитого, помпажного режима, на основании уравнений одномерной нестационарной гидравлики предложена модель, позволяющая оценить скорость истечения порции жидкости из сопла. По величине пульсаций давления в каверне модель дает результаты близкие к экспериментальным. Расчеты и эксперимент показали, что с уменьшением объема каверны растет интенсивность пульсаций давления в каверне и скорость истечения порции жидкости. Показано, что масштабный эффект значителен при величинах давления напора жидкости меньших

3 атм, что позволяет моделировать течения с большими напорами (100 атм) на установке с умеренными напорами. Показано, что применение высокочастотных мод автоколебаний (2-я мода) может существенно повысить производительность установки. Однако, оценка перемешивания жидкости и газа при истечении порций жидкости показали увеличение влияния этого эффекта для более высоких мод автоколебаний (3-я, 4-я моды).

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект № 18-01-00040).

## ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ГЕМО- ЛИКВОРОДИНАМИКИ НА ПРИМЕРЕ ГИДРОЦЕФАЛИИ

Г. С. Янькова<sup>1,2</sup>, А. А. Черевко<sup>1,2</sup>, А. К. Хе<sup>1,2</sup>, О. Б. Богомякова<sup>3</sup>, А. А. Тулунов<sup>2,3</sup>

<sup>1</sup>Институт гидродинамики им. М. А. Лаврентьева СО РАН, Новосибирск

<sup>2</sup>Новосибирский государственный университет, Новосибирск

<sup>3</sup>Международный томографический центр СО РАН, Новосибирск

Одним из специфических для мозга явлений является течение цереброспинальной жидкости (ЦСЖ, ликвор). Некоторые заболевания центральной нервной системы изменяют характер течения ЦСЖ, что, в свою очередь, может привести к изменениям в головном мозге. Важным примером является гидроцефалия, при которой желудочки головного мозга увеличиваются, что приводит к смещению и сдавливанию мозговой ткани. Это состояние хорошо описано с точки зрения клинических проявлений, но его причины и развитие плохо изучены.

Одним из основных методов прижизненного изучения ликворной системы человека является магнитно-резонансная томография (МРТ). На основе МРТ данных (МТЦ СО РАН) о потоках ликвора и крови, с использованием аналогичной [1] многофазной модели порупругости для вещества мозга предложена комплексная модель церебральной ликворо- и гемодинамики человека.

Данная модель описывает градиенты внутричерепного давления, динамику крови и ЦСЖ и смещения стенок желудочков мозга в нормальных и патологических состояниях, таких как гидроцефалия. Рассматриваемая модель позволяет описать как здоровое состояние организма и состояние организма при данном заболевании, так и переход между ними, осуществляющийся при изменении параметров модели. Поведение модели коррелирует с поведением реальных механизмов гемоликвородинамики.

Работа выполнена при частичной поддержке:

гранта Правительства Российской Федерации (номер гранта 14.W03.31.0002).

грант РФФИ 19-48-540010.

### Список литературы

1. Tully B., Ventikos Y. *Cerebral water transport using multiple-network poroelastic theory: application to normal pressure hydrocephalus*. J. Fluid Mech. 2011. V. 667. P. 188–215.



# ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ОПТИМАЛЬНОГО РЕЖИМА ЭМБОЛИЗАЦИИ АРТЕРИОВЕНОЗНОЙ МАЛЬФОРМАЦИИ

Т. С. Гологуш<sup>1</sup>, А. А. Черевко<sup>1,2</sup>, В. В. Остапенко<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup>Институт гидродинамики им. М. А. Лаврентьева СО РАН, Новосибирск

<sup>2</sup>Новосибирский государственный университет, Новосибирск

Артериовенозная церебральная мальформация (АВМ) является врожденной патологией развития сосудов головного мозга, при которой артериальное и венозное кровеносные русла соединены клубком беспорядочно переплетенных вырожденных сосудов. Наиболее предпочтительным методом лечения данных патологий является эмболизация - малоинвазивное хирургическое вмешательство, представляющее собой внутрисосудистое заполнение клубка патологических сосудов АВМ специальной эмболизирующей композицией. Цель данной работы состоит в том, чтобы математически смоделировать данный процесс и построить оптимизационный алгоритм эмболизации АВМ.

В данной работе процесс эмболизации описывается уравнением Баклея-Левретта, которое решается численно с помощью новой модификации схемы Кабаре, обеспечивающей правильное описание распадов разрывов для уравнения с невыпуклой функцией потока [1]. Поток крови, поступающий в АВМ, меняется во время операции за счет перераспределения крови в соседние здоровые сосуды, этот эффект в модели учитывается путем введения дополнительных соотношений. Сформулирована и для специального закона подачи эмболизирующего вещества решена задача оптимального управления эмболизацией с ограничениями, возникающими из медицинских показаний.

При изучении задачи оптимальной эмболизации использовались функции Баклея-Левретта, построенные с помощью приближения клинических данных, полученных во время мониторинга гемодинамических параметров во время нейрохирургических операций в НМИЦ им. Мешалкина [2].

Работа выполнена при частичной поддержке гранта Правительства РФ (№ 14.W03.31.0002) и гранта РФФИ 19-48-540010.

## Список литературы

1. Ostapenko V. V., Cherevko A. A. *Application of the CABARET scheme for calculation of discontinuous solutions of the scalar conservation law with nonconvex flux*. Dokl. Phys., Pleiades Publishing Ltd. 2017. Vol. 62. P. 470–474.
2. Khe A. K. et al. *Monitoring of hemodynamics of brain vessels*. J. App. Mech. Tech. Phys. 2017. Vol. 58. P. 763–770.

# ВЫЧИСЛЕНИЕ ТЕНЗОРА АБСОЛЮТНОЙ ПРОНИЦАЕМОСТИ ПРОППАНТОВОЙ ПАЧКИ В ЗАДАЧЕ О ГИДРОРАЗРЫВЕ ПЛАСТА

*С. И. Марков<sup>1,2</sup>, Э. П. Шурина<sup>1,2</sup>, Н. Б. Иткина<sup>1,3</sup>*

<sup>1</sup>Новосибирский государственный технический университет, Новосибирск

<sup>2</sup>Институт нефтегазовой геологии и геофизики им. А. А. Трофимука СО РАН

<sup>3</sup>Институт вычислительных технологий СО РАН, Новосибирск

Рассматриваются задачи о моделировании процесса течения жидкости в трещине с проппантом и о вычислении эффективного тензора абсолютной проницаемости в зависимости от размера микровключений.

Предполагается, что микровключения проппанта имеют сферическую форму, обладают априорно известной проницаемостью, и многомасштабный процесс течения жидкости в проппантовой пачке описывается системой уравнений Навье-Стокса-Дарси с интерфейсными условиями сопряжения Бивера-Джозефа-Саффмана.

Для дискретизации математической модели авторами предложена вычислительная схема разрывного метода Галёркина в пространствах  $L_2$  и  $\mathbf{H}(div)$ . Свойство локальной консервативности и гибкость вычислительных схем разрывного метода Галёркина позволяют успешно применять их для решения широкого класса сингулярно-возмущённых задач, а также естественным образом учитывать условия сопряжения физических полей при моделировании многомасштабных и многофизичных процессов.

Алгоритм вычисления эффективного тензора абсолютной проницаемости базируется на решении обратной коэффициентной задачи. Решение обратной коэффициентной задачи реализуется как решение задачи о минимизации регуляризованного функционала А.Н. Тихонова при использовании градиентного метода Флетчера-Ривса и локального метода Ньютона. Показаны допустимые возмущения оцениваемых параметров и зашумлённость модели наблюдения, при которых возможно вычисление компонент тензора абсолютной проницаемости второго ранга.

По результатам вычислительных экспериментов сделаны выводы о влиянии размера микровключений проппанта на структуру тензора абсолютной проницаемости проппантовой пачки и скорость просачивания жидкости в трещине.

Работа выполнена при финансовой поддержке Программы ФНИ (проект 0266-2019-0007), Комплексной программы СО РАН (проект П.1.32).

# ГИДРОДИНАМИКА НОВЫХ БЫСТРОХОДНЫХ НАДВОДНЫХ СИСТЕМ

*А. В. Бойко, А. П. Голуб, В. А. Ерошин, В. А. Самсонов*

*НИИ Механики МГУ им. М.В. Ломоносова, Москва*

До недавнего времени в число быстроходных надводных судов входили, в основном, глиссеры, экранопланы, суда на подводных крыльях и воздушной подушке. Однако в последние годы произошло некоторое расширение этой системы за счет быстроходных аппаратов, катящихся по свободной поверхности воды на колесах (багги) и гусеницах (снегоходы), а также их комбинаций. И хотя об их практическом использовании речь пока не идет, многочисленные случаи качения по воде на багги, снегоходах и мотоциклах заставляют нас отнестись серьезно к изучению явления качения, тем более, что обнаружались некоторые преимущества этих аппаратов. Прежде всего это высокая скорость качения. Скорость глиссеров и судов на подводных крыльях составляет примерно 60-70 км/час, судов на воздушной подушке – 100-110 км/ч. А на колесах по спокойной воде можно катиться со скоростью 100-200 км/час и, возможно, быстрее. Правда при малых скоростях они будут двигаться как водоизмещающие суда, но это отдельный вопрос выхода на «скоростной режим». Еще один аргумент «за» - большое количество естественных дорог (реки, озера и т.п.). Кроме того, подобные транспортные средства могут «ходить» по мелководью и двигаться по обычным дорогам, т.к. это – амфибии. По-видимому, они будут востребованы при чрезвычайных ситуациях (например, наводнениях), при проведении розыскных и спасательных работ. Остается, конечно, открытым вопрос об их мореходности, но оставим его обсуждение на будущее. Таким образом имеются многочисленные случаи качения по воде на колесах, а общей теории этого вопроса пока нет, хотя первые шаги были сделаны еще в 1965 г. [1] и 1973гг. [2].

В докладе обсуждаются условия качения по воде колесных и гусеничных систем (с грунтозацепами, проведено моделирование этого явления, получены зависимости их осадки и несущей способности от числа Фруда для ряда значений безразмерной массы систем. Приведены зависимости безразмерного коэффициента тяги от безразмерного параметра, равного отношению абсолютных скоростей грунтозацепов колес (гусениц) и надводной части моделей. Дана оценка положения границы области устойчивого качения [3].

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ 18-01-00040 и 18-01-00538.

## Список литературы

1. Егоров И.Т. *Гидродинамические особенности процесса качения тел по поверхности воды.* Докл. XV научно-техн.конф. по теории корабля и гидромех.судна. Апрель 1965. Крыловские чтения. Вып.64. с. 170-176.
2. Константинов К.С. *Снова по воде на колесах.* Катера и яхты №45. Сент.-окт.1973г. с. 54-56.
3. Ерошин В.А., Бойко А.В. *Новые тенденции в гидродинамике скоростных надводных систем.* В журнале Физико-химическая кинетика в газовой динамике, издательство Институт механики МГУ (Москва), том 20, № 1.

## ТЕЧЕНИЕ НЕИДЕАЛЬНЫХ ДВУХФАЗНЫХ БИОЛОГИЧЕСКИХ ЖИДКОСТЕЙ В ПЛОСКОМ И ЦИЛИНДРИЧЕСКОМ СЛОЯХ

*Н. Н. Назаренко*

*Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт физики прочности и материаловедения СО РАН, г.Томск*

Течение жидкости в пористых средах часто встречается во многих природных и промышленных системах. Широкое распространение получили явления тепломассообмена в пористых средах во многих инженерных приложениях, таких как сушка пищевых продуктов, синтез строительных материалов, создание различных лекарственных форм и теплозащитных материалов. Им сопутствуют адсорбция жидкостей на поверхностях и в порах различных продуктов, а также распространение влаги в строительных материалах, порошке, таблетках, биомедицинских материалах, текстиле, пеноматериалах и покрытиях, приводящая к изменению функциональных свойств. В реальности в пористых средах одновременно могут находиться несколько жидкостей с различными физическими и химическими свойствами (например, нефть и вода; эмульсионные формы лекарственных средств). В этом случае говорят о двухфазной фильтрации несмешивающихся жидкостей в пористой среде. Этот процесс имеет типичный конвекционно-диффузионный характер; в области течения можно наблюдать участки, где диффузионные потоки преобладают над конвективными (там, где капиллярные силы доминируют над силами, приложенными извне), и наоборот, — где конвекция преобладает над диффузией.

В настоящей работе предложена и исследована связанная модель фильтрации двухфазной жидкости в плоском и цилиндрических слоях. Математическая модель включает уравнение неразрывности и движения для каждой из фаз с граничными условиями. Каждая фаза в задаче о двухфазном потоке имеет свои собственные свойства, характеризуется насыщенностью и скоростью фильтрации. Задача решена численно. При численном анализе исследовали перераспределение фаз в пористом теле в зависимости от параметров модели. Продемонстрировано различие в распределение скорости и насыщенности фаз для случая плоского и цилиндрического пористых слоев. Проницаемость пористой среды оказывает значительное влияние на перераспределение двух жидких фаз. В дальнейшем в модели предполагается учесть влияние сужения цилиндрического слоя.

Работа выполнена в рамках Программы фундаментальных научных исследований государственных академий наук на 2013-2020 годы, направление III.23.2.5.

## МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕЧЕНИЙ В ПОРИСТОЙ СРЕДЕ С УЧЁТОМ ЗАКУПОРКИ

*Б. С. Марышев<sup>1,2</sup>, Л. С. Клименко<sup>1,2</sup>*

<sup>1</sup>*Институт Механики сплошных сред УрО РАН, Пермь*

<sup>2</sup>*Пермский государственный национальный исследовательский университет, Пермь*

Транспорт примеси через пористую среду осложнен взаимодействием примеси и потока с твердым скелетом среды. Экспериментальные данные показывают, что в пористой среде наблюдается аномальная диффузия примеси, чаще всего субдиффузия. Эти эксперименты привели к созданию фрактальной модели мобильно-немобильной среды (fMIM) – основанной на предположении о специфическом распределении случайных времен задержки частиц средой. Эта модель имеет хорошее согласие с большинством экспериментальных работ, однако природа такого распределения остается не ясна. Все попытки получить это распределение основываясь на фундаментальных взаимодействиях частиц со стенкой поры и между собой не дали результата.

В данной работе рассматривается возможность описания наблюдаемых эффектов аномального транспорта за счет вязкого взаимодействия потока со структурой среды. Так при обтекании множества препятствий частица примеси вдоль стенок движется существенно медленнее, чем в центре поры, что приводит к задержке частицы. Так же в потоке могут возникать вихри, движение около которых задерживает частицы примеси. Как было показано ранее для бесконечного периодического массива препятствий это может приводить к аномальному транспорту примеси. Рассмотрено двумерное течение через конечный массив препятствий или содержащее конечное число вихрей. Показано, что транспорт через пассивных частиц в таком потоке носит аномальный характер, однако коллективные свойства проявляются лишь для достаточно протяженных массивов содержащих более 1000 элементов. Рассмотрено влияние дисперсии размера и формы как препятствий так и вихрей на характеристики транспорта, показано, что дисперсия качественно не влияет на характер транспортного процесса, а вносит лишь количественные поправки, выражающиеся в том, что аномальный транспорт может быть зарегистрирован для меньших массивов. Так же рассмотрено влияние молекулярной диффузии, которая приводит к появлению двух временных масштабов, так для времен, соответствующих единицам характерного диффузионного времени проявляется аномальный транспорт, а для существенно больших наблюдается классическая диффузия.

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда (проект № 20-11-20125).

## МОДЕЛИРОВАНИЕ ТРАНСПОРТА В ПОРИСТОЙ СРЕДЕ: МАКРОСКОПИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ ПЕРЕНОСА ЧАСТИЦ ПОТОКОМ ЧЕРЕЗ СИСТЕМУ ВИХРЕЙ

*М. Р. Хабин<sup>1,2</sup>, Б. С. Марышев<sup>1,2</sup>, Л. С. Клименко<sup>1,2</sup>*

<sup>1</sup>*Институт Механики сплошных сред УрО РАН, Пермь*

<sup>2</sup>*Пермский государственный национальный исследовательский университет,  
Пермь*

Транспорт примеси через массив пористой среды осложнен как взаимодействием частиц примеси с твердым скелетом среды, так и взаимодействием потока насыщающей жидкости со структурой скелета. В результате транспортный процесс замедляется по сравнению с классической моделью адвекции-диффузии. Учет этого взаимодействия наиболее часто производится на макроскопическом уровне в рамках МИМ (mobile/immobile media) модели.

В данной работе производится учет только взаимодействия потока жидкости насыщающей пористую среду со сложной структурой твердого скелета среды, в результате взаимодействия течение становится завихренным. Частицы проходящие по линиям тока вблизи вихря замедляются, поскольку наличие вихря как такового предполагает наличие точки стагнации. Движение по линии тока входящей в точку стагнации бесконечно долгое, поскольку такая линия тока представляет собой сепаратрису. Нами ранее показано, что подобные эффекты наблюдаются при течении жидкости через периодический массив препятствий, а также разработан метод расчета статистических характеристик подобного течения. Основной целью работы является сопоставление результатов, полученных для транспорта пассивных частиц через завихренный поток с учетом дисперсии размера и формы вихрей, с хорошо известными макроскопическими моделями (в частности стандартной МИМ моделью [2]).

Сопоставление производится с помощью решения обратной задачи. При моделировании транспорта через завихренный поток находится поле концентрации с помощью статистических методов. По полю концентрации, определяются макроскопические параметры системы в рамках стандартной МИМ модели (эффективный коэффициент диффузии, коэффициенты адсорбции и десорбции). Обратная задача решается путем минимизации функционала ошибки с помощью решения задачи для присоединенной функции, оптимизация осуществляется методом BFGS (Алгоритм Бroyдена — Флетчера — Гольдфарба — Шанно). Получены зависимости макроскопических параметров от типа, формы и дисперсии размера и формы вихрей, проанализированы границы применимости стандартной МИМ модели к транспорту пассивных частиц в завихренном потоке.

Работа выполнена при поддержке гранта Президента РФ (№ МК-22.2019.1).

# СТРУКТУРА И УСТОЙЧИВОСТЬ УДАРНЫХ ВОЛН, ОПИСЫВАЕМЫХ ОБОБЩЕННЫМ УРАВНЕНИЕМ КОРТЕВЕГА-ДЕ ВРИЗА-БЮРГЕРСА

А. П. Чугайнова<sup>1</sup>, В. А. Шаргатов<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Математический институт им. В. А. Стеклова РАН, Москва

<sup>2</sup>Национальный исследовательский ядерный университет "МИФИ Москва

Целью данной работы является развитие методов построения разрывных решений уравнений механики сплошных сред, основанное на изучении структуры разрывов и их устойчивости, на примере гиперболической модели, дополненной членами, учитывающими мелкомасштабные процессы дисперсии и диссипации. Систематически и детально исследованы условия существования, свойства, структура, линейная устойчивость и устойчивость по отношению к конечным локализованным возмущениям решений в виде бегущих волн, представляющих собой структуру классических и особых разрывов, для обобщенного уравнения Кортевега-де Вриза-Бюргерса

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial \Phi(u)}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} \left( \mu \frac{\partial u}{\partial x} \right) - m \frac{\partial^3 u}{\partial x^3}, \quad m, \mu = \text{const} > 0, \quad (1)$$

Здесь  $m$  – коэффициент дисперсии,  $\mu$  – коэффициент вязкости, функция  $\Phi(u)$  – нелинейность.

В [1] впервые получены аналитические решения уравнения (1) для структур особых разрывов в случае, когда особых разрывов больше одного, что позволило в представленной работе детально исследовать сценарии возникновения и исчезновения особых разрывов при увеличении параметра дисперсии. Это пороговое значение может быть как нулем, так и отличаться от нуля. С использованием функции Эванса исследована линейная устойчивость особых и неособых разрывов, стационарные структуры которых описываются уравнением (1). Определены параметры задачи, при которых неособые разрывы устойчивы. Показано, что, если особых разрывов два или более, то устойчив только один особый разрыв, скорость распространения которого минимальна. Согласно расчетам, линейно устойчивые особые разрывы устойчивы по отношению к конечным локализованным возмущениям, а особые разрывы с линейно неустойчивой структурой обладают так называемой распадной неустойчивостью. Для этих разрывов переход из начального в конечное состояние может быть осуществлен с помощью последовательности из простых волн и устойчивых разрывов, обязательно включающих в себя устойчивый особый разрыв. Введение требования устойчивости структуры в понятие допустимости разрывов привело к существенному сокращению множества допустимых разрывов и ликвидировало неединственность решения задачи о распаде произвольного разрыва, обнаруженную в предыдущих исследованиях.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 20-01-00071).

## Список литературы

1. Chugainova A., P.Shargatov V.A. *Analytical description of the structure of special discontinuities described by a generalized KdV–Burgers equation*. Commun. Nonlinear Sci. Numer. Simul. 2019. V. 66. С.129–146.

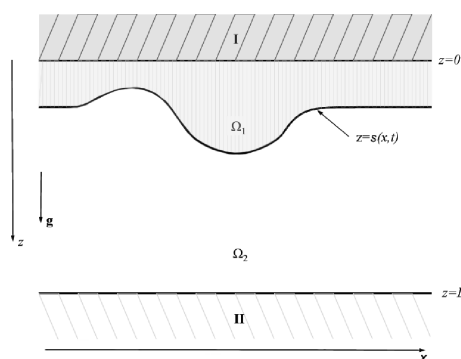
# ДИНАМИКА ФРОНТА ИСПАРЕНИЯ В ПОРИСТОЙ СРЕДЕ

В. А. Шаргатов

Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН, Москва

Национальный исследовательский ядерный университет "МИФИ", Москва

Исследуется динамика фронта фазового перехода вода-пар в малопроницаемом слое пористой среды. Этот слой ограничен сверху и снизу двумя горизонтальными высокопроницаемыми слоями. Верхний высокопроницаемый слой заполнен жидкостью (область I на рисунке), а нижний - воздухом (область II на рисунке) и в нем поддерживается постоянное значение влажности воздуха.



Система уравнений, описывающих изучаемый процесс, совместно с граничными условиями получены в [1] и [2], там же приводится и практическая интерпретация. Фильтрация жидкости в пористой среде моделируется в соответствии с законом Дарси и уравнением неразрывности, а диффузия пара – в соответствии с законом Фика. Положение поверхности фазового перехода изменяется вследствие процессов фильтрации и испарения жидкости. Нормальная компонента скорости фазового перехода вычисляется из условия сохранения массы. Сформулировано и доказано достаточное условие того, что положение фронта фазового перехода асимптотически приближается к аттрактору – плоской линейно устойчивой поверхности, а также достаточное условие того, что произойдет катастрофическая перестройка течения, когда пар проникает в область занятую водой, и доходит (в виде пробок) до водоносного горизонта. Для достижения поставленной цели в слабонелинейном приближении получено уравнение для эволюции фронта, которое может быть сведено к форме уравнения Колмогорова-Петровского-Пискунова (КПП), найдены стационарные решения и решения в виде бегущих волн, а также исследована их устойчивость. Показано, что эволюция фронта испарения зависит от его положения по отношению к решениям модельного уравнения типа стоячих волн и бегущих фронтов в модельном описании, когда справедливо уравнение КПП.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда (код проекта 16-11-10195).

## Список литературы

1. Ильичев А. Т., Цыпкин Г. Г. *Неустойчивости однородных фильтрационных течений с фазовым переходом*. ЖЭТФ. 2008. Т. 134. С. 815–830.
2. Shargatov V. A., Il'ichev A. T., Tsyppkin G. G. *Dynamics and stability of moving fronts of water evaporation in a porous medium*. Int. J. Heat and Mass Transfer. 2014. V. 83. P. 552–561.

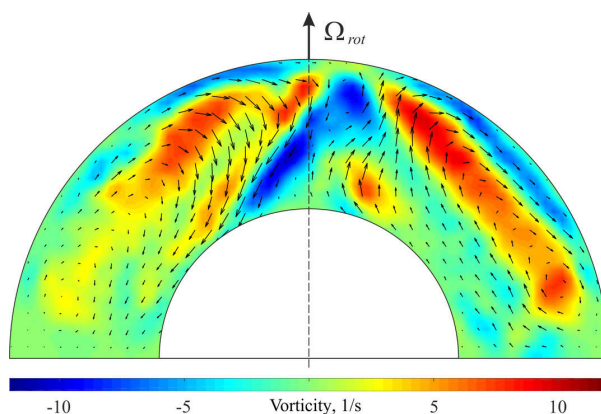


# ВЛИЯНИЕ ИНЕРЦИОННЫХ ВОЛН НА СТРУКТУРУ ТЕЧЕНИЯ ВО ВРАЩАЮЩЕЙСЯ СФЕРИЧЕСКОЙ ПОЛОСТИ С КОЛЕБЛЮЩИМСЯ ЯДРОМ

С. В. Субботин, В. Г. Козлов

Пермский государственный гуманитарно-педагогический университет, Пермь

Экспериментально исследуется движение жидкости, возбуждаемое колеблющимся ядром во вращающейся сферической полости. Ядро, расположенное вблизи оси вращения, совершает поляризованные по кругу колебания с одной из собственных частот под действием внешнего переменного инерционного поля. Колебания ядра приводят к возникновению осредненного азимутального течения, профиль которого изменяется с расстоянием от оси вращения немонотонным образом [1]. Показано, что сложная форма профиля скорости объясняется возбуждением в жидкости инерционных волн, направление распространения которых определяется безразмерной частотой колебаний  $n = \Omega_{osc}/\Omega_{rot}$ . Так, в отсутствие волн ( $n > 2$ ) азимутальное течение имеет вид классического столба Тейлора с равномерным распределением угловой скорости жидкости внутри него [2]. Обнаружено, что при определенной частоте колебаний инерционные волны фокусируются в так называемый волновой аттрактор [3], что сопровождается интенсификацией азимутального течения.



Работа выполнена при финансовой поддержке Российского Научного Фонда (код проекта 18-71-10053).

## Список литературы

1. Kozlov V. G., Kozlov N. V., Subbotin S. V. *Steady flows in rotating spherical cavity excited by multi-frequency oscillations of free inner core*. Acta Astr. 2017. V. 130. P. 43–51.
2. Taylor G. I. *Experiments on the motion of solid bodies in rotating fluids*. Proc. R. Soc. London, Ser. A 1923. V. 104. P. 213–218.
3. Сибгатуллин И. Н., Ерманюк Е. В. *Аттракторы внутренних и инерционных волн (обзор)*. ПМТФ. 2019. Т. 60. №2. С. 113–136.

## ВЛИЯНИЕ ВНУТРЕННЕЙ ПРИСОЕДИНЕННОЙ МАССЫ НА НЕЛИНЕЙНЫЕ КОЛЕБАНИЯ ТРУБОПРОВОДА

*М. М. Шакирьянов, А. А. Юлмухаметов, И. М. Утяшев*

*Институт механики им. Р. Р. Мавлютова УФИЦ РАН, Уфа*

Рассматриваются нелинейные колебания участка двухпорного трубопровода с заключенной в нем газожидкостной средой, имеющей кольцевую структурную форму течения. Крепления трубопровода к опорам — шарнирные. Одна из опор неподвижна относительно основания, другая — может скользить по нему. При этом скользящая опора прикреплена к основанию с помощью линейно упругих элементов. В статическом состоянии труба изогнута внутренним постоянным давлением, собственным весом и весом транспортируемого продукта. В момент времени  $t$  давление в газожидкостной среде становится переменным и трубопровод начинает совершать изгибные колебания в вертикальной плоскости. Учитывается взаимодействие внутреннего давления и изменения кривизны осевой линии трубы. Транспортируемая среда в трубопроводе состоит из идеально несжимаемых жидкой и газовой фаз. Предполагается, что течение газа в осевом направлении происходит внутри жидкой круговой цилиндрической области с внутренним и наружным радиусами. При равномерном поступательном движении, направленном перпендикулярно оси вращения трубы, размер внутреннего радиуса и форма жидкой области сохраняются. С ускорением движения из-за течения жидкости в поперечных сечениях трубы указанные характеристики изменяются. Вследствие этого происходит изменение давления на внутренней поверхности трубы, обуславливающее эффект ее присоединенной массы.

Эффективная присоединенная масса определяется из решения плоской задачи. Эффект этой массы учитывается в дифференциальном уравнении в частных производных, описывающем колебания трубы. Функция прогиба трубопровода принимается по первой основной форме. Процедура Бубнова-Галеркина сводит проблему к нелинейной задаче Коши, которая решается численно методом Рунге-Кутты. Далее к этому решению применяются дискретное преобразование Фурье и отображение Пуанкаре. Для анализа динамики установившихся колебаний трубопровода получено также приближенное аналитическое решение.

Получены следующие выводы: 1. Эффективная внутренняя присоединенная масса определяется делением массы покоящейся жидкости на единицу, сложенной с квадратом отношения внутреннего и наружного радиусов кольцевой области жидкой фазы. 2. Отношение частот собственных колебаний трубопровода с учетом и без учета эффективной присоединенной массы растет с увеличением плотности жидкой фазы. 3. Увеличение амплитуды и частоты переменного давления в трубе приводят к увеличению амплитуд динамической части прогиба. 4. При определенных соотношениях между входными параметрами возможен переход к хаотическому режиму нелинейных колебаний трубопровода. 5. Результаты численного и приближенного аналитического моделирования находятся в качественном согласии.

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке гранта РФФИ (код проекта 18-01-00150\_a), гранта республики Башкортостан молодым ученым 2020 года (код проекта 20 ГР) и средствами государственного бюджета по госзаданию (код проекта 0246-2019-0088).

# ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ЖИДКОСТИ С ВЫСОКОТЕМПЕРАТУРНЫМ РАСПЛАВОМ ПРИ СТРАТИФИЦИРОВАННОМ ТЕЧЕНИИ

С. Е. Якуш<sup>1</sup>, Н. С. Сиваков<sup>1,2</sup>, В. И. Мелихов<sup>1,3</sup>, О. И. Мелихов<sup>1,3</sup>

<sup>1</sup>Институт проблем механики им. А. Ю. Ишлинского РАН, Москва

<sup>2</sup>МГТУ им. Н. Э. Баумана, Москва

<sup>3</sup>Национальный исследовательский университет МЭИ, Москва

Явление парового взрыва состоит в резком вскипании более летучей жидкости (воды) при прямом контакте с другой жидкостью, находящейся при высокой температуре (расплавом металла или ядерного топлива). Паровые взрывы представляют опасность при тяжелых авариях на ядерных реакторах вследствие возникновения волн давления и ударных нагрузок [1]. Ключевую роль в механизме самоускорения и распространения взрывной волны играет фрагментация высокотемпературной жидкости, приводящая к увеличению поверхности теплообмена, тогда как лимитирующим фактором является наличие паровой пленки, разделяющей жидкости.

Для реализации взрывного взаимодействия необходимо предварительное перемешивание расплава с парожидкостной смесью. Как показано экспериментально [2], при растекании расплава по дну бассейна, заполненного водой, несмотря на устойчивую стратификацию возможны высокоэнергетические взаимодействия (стратифицированный паровой взрыв), причем растекание расплава сопровождается его интенсивными всплесками. В качестве гипотезы физических причин неустойчивости поверхности расплава в [2] предложен захват и схлопывание пузырей пара в воде с образованием кумулятивной струйки [3], достигающей поверхности расплава. В настоящей работе проанализирован этот механизм предварительного перемешивания. Проведено численное моделирование коллапса пузырька горячего пара в недогретой до температуры насыщения воде, отличающееся от кавитации существенным влиянием тепловых процессов в возникновении перепада давления между жидкостью и паром в пузырьке, даны оценки кинетической энергии жидкости при схлопывании пузырька. На основе численных расчетов методом VOF для системы расплав-паровая пленка-вода продемонстрировано тепловое и гидродинамическое взаимодействие струйки воды с расплавом, даны оценки высоты всплеска расплава.

Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда (код проекта 18-19-00289).

## Список литературы

1. Meignen R., Raverdy B., Buck M., Pohlner G., Kudinov P., Ma W., Brayer C., Piluso P., Hong S. W., Leskovar M., Uršič M., Albrecht G., Lindholm I., Ivanov I. *Status of steam explosion understanding and modelling*. Ann. Nucl. En. 2014. V. 74, P. 125–133.
2. Kudinov P., Grishchenko D., Konovalenko A., Karbojian A. *Premixing and steam explosion phenomena in the tests with stratified melt-coolant configuration and binary oxidic melt simulant materials*. Nucl. Eng. Design. 2017. V. 314. P. 182–197.
3. Лаврентьев М. А., Шабат Б. В. *Проблемы гидродинамики и их математические модели*. М.: Наука, 1973.

# ДИНАМИКА ЭЛЕКТРОПРОВОДЯЩЕЙ ВРАЩАЮЩЕЙСЯ СТРАТИФИЦИРОВАННОЙ ЖИДКОСТИ ПРИ ПРОИЗВОЛЬНЫХ ЗНАЧЕНИЯХ МАГНИТНОГО ЧИСЛА РЕЙНОЛЬДСА

С. И. Перегудин<sup>1</sup>, Э. С. Перегудина<sup>2</sup>, С. Е. Холодова<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Санкт-Петербургский государственный университет, Санкт-Петербург

<sup>2</sup>Санкт-Петербургский горный университет, Санкт-Петербург

<sup>3</sup>Университет ИТМО, Санкт-Петербург

Интерес к исследованию земного ядра не только не иссякает, но и постоянно растет. Это обусловлено тем, что ядро оказывает существенное влияние на различные геофизические явления и процессы глобального характера, происходящие и происходившие в Земле, которые могут проявляться и на ее поверхности. Кроме того, известно, что в целом ряде случаев существование ядра и его динамика являются определяющими факторами эволюции планеты.

Целью статьи является редукция нелинейной системы уравнений в частных производных, моделирующей возмущения в идеальной электропроводной вращающейся жидкости, с учетом инерционных сил, сил тяжести, Кориолиса, Лоренца, а также имеющихся неоднородностей плотности.

Представленные результаты могут быть использованы в астрофизике и геофизике, в частности, при изучении процессов, происходящих в жидком ядре Земли и недрах звезд.

В представленном исследовании изучаются динамические процессы во вращающейся электропроводящей несжимаемой жидкости с учетом эффектов неоднородности плотности и диссипативных эффектов, а именно, диффузии магнитного поля. Для соответствующей математической реализации исследуемого динамического процесса проведена редукция уравнений динамики пространственных волновых возмущений в неоднородной электропроводящей вращающейся жидкости с учетом диффузии магнитного поля.

С помощью введения вспомогательных функций систему уравнений в частных производных удается редуцировать к одному уравнению, что позволяет сделать вывод об аналитической структуре магнитогидродинамических характеристик.

В результате соответствующих преобразований проведена редукция векторной трехмерной системы уравнений динамики несжимаемой электропроводящей вращающейся жидкости с учетом неоднородности плотности и диффузии магнитного поля к скалярному уравнению, исследование которого позволяет установить разрешимость всех возникающих начально-краевых задач теории волн в стратифицированных вращающихся жидкостях, находящихся в магнитном поле и характеризующихся любыми значениями электропроводности [1].

## Список литературы

1. Перегудин С. И., Холодова С. Е. *Волновые движения, вызванные колебаниями плоской стенки*. Записки горного института. 2010. Т. 187. С. 113–116.

## ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ ГРАНИЦ ПРИМЕНИМОСТИ МОДЕЛЕЙ ТУРБУЛЕНТНОСТИ ПРИ УПРАВЛЕНИИ ПОВОРОТНО-ДИВЕРГЕНТНЫМ ПОТОКОМ

*И. К. Кабардин<sup>1</sup>, Н. И. Яворский<sup>1</sup>, В. Г. Меледин<sup>1</sup>, М. Х. Правдина<sup>1</sup>, М. Р. Гордиенко<sup>1</sup>,  
Д. П. Езендеева<sup>1</sup>, С. В. Какаулин<sup>1</sup>, Э. В. Усов<sup>2</sup>, И. А. Климонов<sup>2</sup>*

<sup>1</sup>*Институт теплофизики им. С. С. Кутателадзе СО РАН, Новосибирск*

<sup>2</sup>*Институт проблем безопасного развития атомной энергетики РАН, Москва*

Фундаментальная научная проблема такого рода возникает в механике, в химии и катализе при оптимизации массопереноса за счет управления потоком. Эффективность массопереноса обусловлена равномерностью полей скорости и мелкомасштабной турбулентности в реагирующем потоке. Потоки реагентов в реальных установках и реакторах работают в условиях сложной геометрии с поворачивающимися и расширяющимися участками, в которых формируются пристенные струи, происходят отрывы и присоединения потока, формируются зоны возвратного течения. Подобные эффекты увеличивают гидродинамическое сопротивление потока и ухудшают равномерность турбулентного массопереноса. При численном моделировании таких явлений требуется верификация и модернизация моделей турбулентности для адекватного описания массопереноса.

В работе проведен анализ характеристик турбулентного массопереноса в поворотно-дивергентном течении при управлении потоком с возможностью формирования различной интенсивности турбулентности набегающего потока. При диагностике характеристик турбулентного массопереноса применены методы лазерной доплеровской анемометрии и цифровой трассерной визуализации. Проведена верификация численных расчетов методами вычислительной гидродинамики по результатам экспериментальных исследований. При численном моделировании поворотно-дивергентного течения использованы различные модели турбулентности с рекомендованными диапазонами параметров, лежащими в границах применимости для данного типа течения. Моделирование основано на применении полуэмпирических моделей турбулентности на основе уравнений Навье-Стокса осредненных по Рейнольдсу и метода моделирования крупных вихрей. Верификация численного моделирования выполнена на основе измерений кинетических параметров методом лазерной доплеровской анемометрии. Она показала, что в отсутствии управляющих лопаток все модели турбулентности адекватно моделируют поворотно-дивергентное течение только до формирования отрывов потока и образования зон возвратного течения. При управлении потоком с привлечением поворачивающихся лопаток уменьшается образование зоны возвратного течения на повороте и профиль скорости в месте после поворота становится более равномерным.

Экспериментальное исследование кинематических свойств потока выполнено в рамках государственно-го задания ИТ СО РАН (АААА-А18-118051690120-2), исследование границ применимости моделей турбулентности выполнено за счет гранта РФФИ (проект № 18-31-20036).

# ВЛИЯНИЕ УГЛА АТАКИ НА ПРОЦЕСС ВОЗБУЖДЕНИЯ АЭРОУПРУГИХ КОЛЕБАНИЙ СТЕРЖНЯ ПРЯМОУГОЛЬНОГО СЕЧЕНИЯ

*С. В. Погудалина, Н. Н. Федорова*

*Институт теоретической и прикладной механики им. С. А. Христиановича СО  
РАН, Новосибирск*

В работе представлены результаты моделирования Эоловых колебаний упругого стержня прямоугольного сечения, установленного по нормали к внешнему воздушному потоку и жестко закрепленного на подложке. Моделирование проведено в расчетном комплексе ANSYS с использованием технологии двунаправленного сопряжения (2FSI). Движение воздушной среды описывается на основе 3D нестационарных осредненных по Рейнольдсу уравнений Навье-Стокса, дополненных  $k - \omega$  SST моделью турбулентности, а движение стержня – нестационарными уравнениями теории упругости с учетом геометрической нелинейности. Для связывания гидродинамического и деформационного расчетов использован итерационный алгоритм сопряжения. На каждом шаге по времени отдельно решаются уравнения гидродинамики и механики деформируемого твердого тела, затем через интерфейс между воздушной средой и стержнем происходит обмен данными. При решении аэродинамической задачи на стержне задается кинематическое граничное условие, обеспечивающее равенство скоростей внешней среды и подвижной стенки. Движение границы определяется перемещениями стержня, передаваемыми из деформационного решателя. Для уравнений теории упругости в качестве граничных условий на стенках стержня задается полученное в аэродинамическом расчете распределение давления. В данной работе, в отличие [1], изменена форма поперечного сечения модели и направление набегающего потока. В работе рассматривается два случая обтекания стержня с короткой и длинной стороны. Расчеты выполнены для стержня высотой  $h = 0.28$  м и прямоугольного сечения ( $0.06 \times 0.03$  м). В работе представлены результаты модального и сопряженного расчета. Получены собственные частоты и формы колебаний стержня. В отличие от стержня квадратного сечения, где некоторые собственные частоты были кратны и имели по две формы колебаний, для стержня прямоугольного сечения частоты и формы колебания в направлениях  $x$  и  $z$  различаются. Проанализирована структура и описаны особенности течения воздуха в окрестности стержня. Численно исследован процесс возбуждения поперечных колебаний упругой модели под действием стационарного набегающего потока воздуха.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 19-38-90163).

## Список литературы

1. Погудалина С. В., Федорова Н. Н., Вальгер С. А. *Сопряженный расчет взаимодействия воздушного потока с упругим стержнем квадратного сечения, закрепленного на подложке*. Известия высших учебных заведений. Строительство. 2016. № 5 (689). С. 11–20.

# АКУСТИЧЕСКИЕ ВОЛНЫ В МОНОДИСПЕРСНЫХ И ПОЛИДИСПЕРСНЫХ ГАЗОПЫЛЕВЫХ СРЕДАХ С ИНТЕНСИВНЫМ МЕЖФАЗНЫМ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕМ

О. П. Стояновская<sup>1,2</sup>, Т. В. Маркелова<sup>1,2</sup>, Е. А. Исаенко<sup>2</sup>, М. С. Арндаренко<sup>1,2</sup>,  
В. Н. Снытников<sup>1,2</sup>, Т. А. Глушко<sup>1,2</sup>, М. Н. Давыдов<sup>1,2</sup>, Ф. А. Окладников<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup>Институт гидродинамики им. М. А. Лаврентьева СО РАН, Новосибирск

<sup>2</sup>Новосибирский государственный университет, Новосибирск

В настоящее время активно развивается имитационное компьютерное моделирование динамики и теплопереноса в газопылевых средах на основе уравнений механики сплошной среды [1]. Численное решение задач механики многофазной сплошной среды сталкивается с рядом проблем, которые в некоторых случаях требуют разработки новых расчетных методов. В частности, при моделировании мелкодисперсных включений нужно описывать кратковременные процессы, связанные с интенсивным обменом импульсом и энергией между газом и частицами, на фоне длительных характерных процессов [2]. Для изучения свойств новых расчетных методов, определения требуемого численного разрешения для решения практически важных задач, необходимо иметь систему показательных тестовых задач с известными эталонными решениями.

В докладе представлены тестовые задачи динамики газопылевых сред: распространение акустических волн в полидисперсной среде с нулевой объемной долей пыли, распространение акустических волн в монодисперсной среде с учетом объема дисперсной фазы. Для обеих задач выписаны дисперсионные соотношения и построены эталонные решения. Программы, генерирующие эталонные решения, выложены в свободном доступе [3].

Путем анализа дисперсионного соотношения для среды с нулевой объемной долей пыли показано, что в случае интенсивного обмена импульсом эффективная скорость звука в газопылевой среде  $c_s^*$  связана со скоростью звука в чистом газе  $c_s$  соотношением

$$c_s^* = c_s / \sqrt{1 + \sum_{j=1}^N \rho_j / \rho_g},$$

где  $N$ -количество фракций пыли,  $\rho_j$ -плотность  $j$  фракции пыли,  $\rho_g$  - плотность газа.

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда 19-71-10026.

## Список литературы

1. Arastoopour H., Gidaspow D., Abbasi E. *Computational Transport Phenomena of Fluid-Particle Systems*. Springer Nature, 2017.
2. Stoyanovskaya O.P., Davydov M.N., Arndarenko M.S., Isaenko E.A., Markelova T.V., Snytnikov V.N. *Fast method to simulate dynamics of two-phase medium with intense interaction between phases by smoothed particle hydrodynamics*. Journal of Computational Physics. 2020, submitted.
3. [https://github.com/MultiGrainSPH/1D\\_Dust\\_DS/tree/master/DustyWave](https://github.com/MultiGrainSPH/1D_Dust_DS/tree/master/DustyWave)

## УПРАВЛЕНИЕ ОТРЫВНЫМ ТЕЧЕНИЕМ ЗА ОБРАТНЫМ УСТУПОМ С ПОМОЩЬЮ ТАБОВ

А. В. Барсуков<sup>1</sup>, В. В. Терехов<sup>1,2</sup>, В. И. Терехов<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Новосибирский государственный университет, Новосибирск

<sup>2</sup>Институт теплофизики им. С.С. Кутателадзе СО РАН, Новосибирск

Созданию новых методов управления характеристиками течения в отрывных потоках в последнее время уделяется пристальное внимание. Интенсификация теплообмена, снижение гидравлических потерь в теплообменниках могут быть достигнуты с использованием простых, надежных и технологичных пассивных методов. К последним относятся сплошные ребра, зубцы, генераторы вихрей различной формы [1]. Использование табов [2] в качестве вихрегенераторов, позволяют не только интенсифицировать теплообмен, но и снизить потери давления в канале, по сравнению со сплошными ребрами [3].

В настоящей работе представлены результаты численного моделирования отрывного потока в плоском канале с обратной ступенькой и степенью расширения  $ER = h_1/h_0 = 1.43$ . Число Рейнольдса равнялось  $Re = 5000$ . Перед уступом были установлены табы в виде кубиков с размером  $\Delta / H = 1/6$  от высоты уступа. Все стенки, кроме нижней стенки канала за уступом, на которой был задан тепловой поток, предполагались теплоизолированными. На входе в расчетную область был задан полностью развитой профиль скорости и постоянная температура среды. В расчетную область входила лишь половина одного таба, а на боковые стенки расчетной области было задано условие симметрии. Для математического моделирования был использован солвер simpleFoam из пакета OpenFOAM.

Полученные данные о распределении поля скорости позволили проанализировать динамику взаимодействия отрывного течения за табом и области основного отрыва за уступом. Результаты моделирования распределения температуры на стенке канала (рис. 1) подтверждают возможность использования табов для управления теплообменом, как с точки зрения интенсификации, так и для изменения его распределения по поверхности.

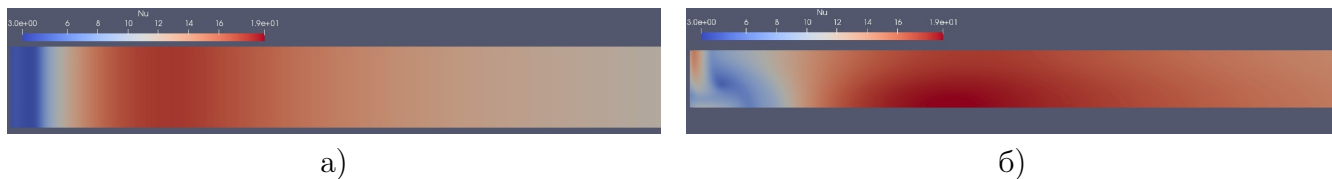


Рис. 1: Распределение числа Нуссельта на стенке за уступом: а) без табов, б) при наличии табов на краю уступа

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 18-19-00161).

### Список литературы

1. Терехов В. И., Богатко Т. В., Дьяченко А. Ю. и др. *Теплообмен в дозвуковых отрывных потоках*. Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2016.
2. Дьяченко А. Ю., Жданов В. Л., Смульский Я. И., Терехов В. И. *Экспериментальное исследование теплообмена в отрывной области за обратным уступом при наличии табов*. Т и А. 2019. Т. 26. № 4. С. 549-560.



3. Miao J. J., Lee J. J., Chen M. H., Chou J. H. *Control of separated flow by a two-dimensional oscillating fence*. AIAA J. 1991. V. 29. P. 1140.

## О СТАБИЛЬНОСТИ ТРЕЩИНЫ ГИДРОРАЗРЫВА ПЛАСТА, ЗАПОЛНЕННОЙ ПРОППАНТОМ

В. В. Шелухин<sup>1,2</sup>, А. С. Санникова<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Институт гидродинамики им. М. А. Лаврентьева СО РАН, Новосибирск

<sup>2</sup>Новосибирский государственный университет, Новосибирск

Некоторые кероген-содержащие породы характеризуются вязко-пластичностью и могут обладать текучестью при определенных условиях. В таких породах трещина гидроразрыва пласта, заполненная проппантом, может быть со временем поглощена подвижной породой. В связи с этим, в частности, возникает вопрос об эффективности технологии гидроразрыва пласта (ГРП) в кероген-содержащих нефтеносных породах. В работе рассматривается математическая модель для описания процесса поглощения.

Проппантная прослойка рассматривается как пористая среда, а окружающая влагонасыщенная порода трактуется как двухфазная гранулированная жидкость [1]. При этом скелет породы описывается в рамках вязко-пластической жидкости Коссера, когда каждый материальный инфинитезимальный объем рассматривается как твердое тело. Хорошо известно, что главные особенности фильтрационных течений какой-либо неньютоновской жидкости можно описать, рассматривая течение такой жидкости в узкой щели. Основное содержание данной работы - анализ течения жвухфазной гранулированной жидкости Бингама в плоском канале. Получен критерий неподвижности твердой гранулированной фазы (скелет породы) в терминах толщины канала, предельного напряжения сдвига гранулированной фазы и градиента давления. Для иллюстрации критерия на рисунке показаны безразмерные расходы фаз поровой жидкости (верхняя кривая) и гранулированной твердой фазы (нижняя кривая) в зависимости от безразмерного предельного напряжения твердой фазы.

Работа выполнена при финансовой поддержке гранта РФФИ № 16-01-00610.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда (№ проекта 20-19-00058).

### Список литературы

1. Shelukhin V. V. *Thermodynamics of two-phase granular fluids*. Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics. 2018. V. 262. P. 25–37.

# ЭЙЛЕРОВО И ЛАГРАНЖЕВО МОДЕЛИРОВАНИЕ ГАЗОКАПЕЛЬНОГО ОГРАНИЧЕННОГО ЗАКРУЧЕННОГО ПОТОКА

М. А. Пахомов, В. И. Терехов

Институт теплофизики им. С. С. Кутателадзе СО РАН, Новосибирск

Закрученные двухфазные течения с твердыми или жидкими частицами при наличии внезапного расширения трубы или канала широко используются в различных практических приложениях, например, при стабилизации процесса горения в промышленных горелочных устройствах и в сепараторах. Взаимодействие между мелкими распыленными каплями и турбулентностью несущей фазы – сложный и не до конца изученный процесс. Внезапное расширение трубы приводит к возникновению отрывных рециркуляционных областей и оказывает заметное влияние на процессы переноса импульса, теплоты и распространение дисперсной фазы. Поэтому, несмотря на широкое применение двухфазных закрученных течений при наличии испарения частиц в различных практических приложениях, процессы турбулентного переноса в таких потоках остаются недостаточно изученными.

При решении используется система трехмерных осредненных по Рейнольдсу уравнений Навье-Стокса (Reynolds Averaged Navier-Stokes – RANS) уравнений с учетом обратного влияния частиц на процессы переноса в газе [1]. Турбулентность газовой фазы рассчитывалась с использованием эллиптической модели переноса рейнольдсовых напряжений с учетом влияния наличия дисперсной фазы. Для описания двухфазного потока используются два основных метода расчета: эйлеров континуальный (так называемые двухжидкостные модели) и лагранжев (траекторный) подходы. Оба эти метода имеют свои плюсы и минусы и дополняют друг друга. Эйлерово и лагранжево описания при расчетах поля концентрации в двухфазном закрученном потоке за внезапным расширением трубы дают качественно близкие результаты для небольших размеров капель (до 30 мкм) и только для самых крупных исследованных в данной работе частиц начальным диаметром (100 мкм) отличие в результатах расчетов превышает 15%. Для мелких частиц (10–30 мкм) наблюдается увеличение концентрации дисперсной фазы в начальных сечениях на оси трубы из-за ее накопления в зоне рециркуляции под действием обратного течения. Неравномерность профиля турбулентной кинетической энергии газовой и дисперсной фаз по радиусу трубы приводит к турбулентной миграции капель (сила турбофореза) к оси трубы. Это также вызывает наличие максимальной объемной доли твердых частиц на оси трубы в случае малых частиц (30 мкм). Для наиболее инерционных капель (100 мкм) характерным является быстрое рассеяние по сечению трубы под действием центробежных сил, турбулентной диффузии и турбулентной миграции. Показано, что добавление капель приводит к существенному росту теплообмена (более 75%) в сравнении с однофазным закрученным течением при параметре закрутки  $S = 0.75$ .

Работа выполнена при финансовой поддержке гранта Российского научного фонда (проект РНФ 18-19-00161).

## Список литературы

1. Pakhomov M. A., Terekhov V. I. *The effect of droplets thermophysical properties on turbulent heat transfer in a swirling separated mist flow*. Int. J. Thermal Sci. 2020. V. 149. Paper 106180. 15 pages.

# МОДЕЛИРОВАНИЕ ДВИЖЕНИЯ ЖИДКОСТИ ВСЛЕД ЗА ТЕЛОМ, ПОДНИМАЕМОМ ИЗ МЕЛКОЙ ВОДЫ

О. А. Ковыркина, В. В. Остапенко

Институт гидродинамики им. М. А. Лаврентьева СО РАН, Новосибирск  
Новосибирский государственный университет, Новосибирск

Изучены плоскопараллельные течения, возникающие при вертикальном подъеме пологого симметричного выпуклого тела, частично погруженного в мелкую воду, заполняющую бесконечный прямоугольный призматический канал с горизонтальным дном (случай подъема прямоугольного бруса рассмотрен в [1]). Моделирование таких течений выполнено в рамках первого приближения теории мелкой воды без учета влияния трения, вязкости жидкости и ее поверхностного натяжения [2]. Течение жидкости в области, примыкающей к нижней поверхности тела, получено аналитически, а вне этой области — путем численного расчета уравнений мелкой воды по монотонной модификации [3] схемы CABARET второго порядка [4]. Получены уравнения, задающие движение границы области контакта жидкости с нижней поверхностью тела. Показано, что вид этих уравнений определяется знаком пространственной производной давления на этой границе.

Основное внимание уделяется изучению возможности подъема жидкости, примыкающей к телу, на достаточно большую высоту. Показано, что если тело, частично погруженное в мелкую воду, поднимается с постоянной скоростью или с достаточно малым ускорением, то уровень жидкости, при котором происходит ее отрыв от тела, совпадает начальным уровнем свободной поверхности жидкости вне тела. Получены условия на ускорение и скорость подъема тела, при которых жидкость, двигающаяся вслед за телом, поднимается выше своего начального уровня вне тела. Путем проведения серии численных расчетов изучено влияние формы нижней поверхности тела на высоту подъема примыкающей к ней жидкости. Показано, что высота такого подъема возрастает с увеличением пологости тела и становится максимальной при подъеме из воды прямоугольного бруса, нижняя поверхность которого является плоской.

Вычислительная часть работы выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда (грант № 16-11-10033).

## Список литературы

1. Ostapenko V. V., Kovyrkina O. A. *Wave flows induced by lifting of a rectangular beam partly immersed in shallow water*. J. Fluid Mech. 2017. V. 816. P. 442–467.
2. Kovyrkina O. A., Ostapenko V. V. *The problem of lifting a symmetric convex body from shallow water*. Europ. J. Mech. / B Fluids. 2020. V. 79. P. 297–314.
3. Ковыркина О. А., Остапенко В. В. *О монотонности схемы КАБАРЕ, аппроксимирующей гиперболическую систему законов сохранения*. ЖВМиМФ. 2018. Т. 58. № 9. С. 1488–1504.
4. Karabasov S. A., Goloviznin V. M. *Compact accurately boundary-adjusting high resolution technique for fluid dynamics*. J. Comput. Phys. 2009. V. 228. P. 7426–7451.

## ОБ ОДНОЙ ЗАДАЧЕ БЕНДЖАМИНА

В. В. Остапенко

*Институт гидродинамики им. М. А. Лаврентьева СО РАН, Новосибирск  
Новосибирский государственный университет, Новосибирск*

Показано, что классическое решение Бенджамина [1], моделирующее вытекание идеальной жидкости из прямоугольного контейнера, входит в однопараметрическое семейство аналогичных решений [2], которые оно делит на два класса: решения, описывающие потенциальные течения, где свободная поверхность жидкости отходит от крышки контейнера под нулевым углом, и решения, допускающие формирование области вихревого течения в окрестности точки отрыва жидкости от крышки контейнера. Это однопараметрическое семейство решений, описывающее вытекание идеальной жидкости, является предельным для двухпараметрического семейства решений, в которых часть энергии однородного потока преобразуется во внутреннюю энергию мелкомасштабного движения жидкости. Для анализа точности, с которой эти решения моделируют двумерные течения жидкости, применяется локальное гидростатическое приближение, обобщающее длинноволновое приближение [3] и позволяющее обосновать [4] применимость теории мелкой воды для моделирования волновых течений жидкости с гидравлическими борами. Для уточнения построенных кусочно-постоянных решений используется второе приближение теории мелкой воды [5], приводящее в рамках локального гидростатического приближения к интегральным законам сохранения модели Грина-Нагди [6]. На основе этого приближения получено непрерывное решение рассматриваемой задачи, применяемое для определения границ области гидростатического приближения, внутри которой аппроксимируется двумерное течение идеальной жидкости.

### Список литературы

1. Benjamin T. V. *Gravity currents and related phenomena*. J. Fluid Mech. 1968. V. 31. P. 209–248.
2. Ostapenko V. V. *Generalised solutions to the Benjamin problem*. J. Fluid Mech. 2020. V. 893. R1.
3. Friedrichs K. O. *On the derivation of shallow water theory*. Comm. Pure Appl. Math. 1948. V. 1. P. 109–134.
4. Остапенко В. В. *К обоснованию теории мелкой воды*. ДАН. 2018. Т. 478. № 2. С. 158–163.
5. Green A. E., Laws N., Nagdi P. M. *On the theory of water waves*. Proc. R. Soc. Lond. 1974. A. 338. P. 43–55.
6. Остапенко В. В. *О применении уравнений Грина-Нагди для моделирования волновых течений с ондулярными борами*. ДАН. 2019. Т. 484. № 4. С. 426–430.

# ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ГИДРОРАЗРЫВА ПЛАСТА ПРИ ОДНОРОДНОМ И НЕОДНОРОДНОМ РАСПРЕДЕЛЕНИИ ГОРИЗОНТАЛЬНЫХ СЖИМАЮЩИХ НАПРЯЖЕНИЙ В ГОРНЫХ ПОРОДАХ

В. А. Блинов, С. В. Головин, А. Ю. Ларичкин, М. А. Леган, А. Н. Новоселов

Институт гидродинамики им. М. А. Лаврентьева СО РАН, Новосибирск

В докладе представлены результаты экспериментов по созданию круговой области гидроразрыва между плоскими блоками оргстекла, прижатыми друг к другу, а также результаты экспериментального моделирования гидроразрыва при неоднородном (ступенчатом) распределении горизонтальных сжимающих напряжений в горных породах. Для создания такого распределения профиль верхней поверхности нижнего блока, изготовленного из полиметилметакрилата (ПММА), был выполнен соответствующим перемещению поверхности полупространства от действия ступенчатой нагрузки (давления 4 МПа) на полосе шириной 100 мм. При различных значениях сжимающего усилия контактное давление между блоками в средней зоне шириной 100 мм было на 4 МПа меньше давления на боковых участках. Поэтому первоначально круговая область гидроразрыва дойдя до зоны высокого контактного давления, далее распространялась, в основном, в пределах средней зоны, приобретая вытянутую форму.

В качестве жидкости гидроразрыва использовался глицерин с вязкостью  $\mu = 1,11$  Па·с при 20 °С. Контактная поверхность блоков имела форму квадрата со стороной 580 мм. Толщина блоков достигала 190 мм. Эксперименты по созданию круговой трещины проведены при контактном давлении 7,07 МПа. Эксперименты по созданию неравномерного распределения контактного напряжения проведены при различных значениях скорости нагнетания жидкости гидроразрыва и среднего контактного давления между плоским и профилированным блоками ПММА. Блоки прижимались друг к другу средними напряжениями 5,67 и 7,56 МПа. Установка спроектирована по принципам, изложенным в [1, 2]. Существенным отличием от описанной установки является замена верхней прозрачной несущей плиты из оргстекла на стальную плиту с центральным отверстием для видеокамеры. Это позволило примерно в 1,5 раза увеличить размеры блоков из ПММА и в 2,5 раза увеличить усилие прижатия блоков. Блоки прижимались с помощью стальной подвижной плиты и 6-ти домкратов, установленных на нижней стальной несущей плите. Общее усилие прижатия 260 тонн.

Эксперименты показали, что максимальное давление жидкости гидроразрыва равно сумме давления прижатия в средней зоне блоков и характерного давления  $P_{net}$ , зависящего только от скорости нагнетания жидкости гидроразрыва и её вязкости. Величина  $P_{net}$  линейно возрастает с увеличением скорости нагнетания жидкости.

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке гранта Правительства РФ № 14.W03.31.0002.

## Список литературы

1. Jeffrey R. G. and Bunger A.P. *A Detailed Comparison of Experimental and Numerical Data on Hydraulic Fracture Height Growth through Stress Contrasts*. SPE - Hydraulic Fracturing Technology Conference, SPE 106030. 2007.
2. Wu R. and A.P. Bunger A. P. and Jeffrey R. G. and Siebrits E. *A comparison of numerical and*

*experimental results of hydraulic fracture growth into a zone of lower confining stress. The 42nd U.S. Rock Mechanics Symposium (USRMS), 29 June-2 July, San Francisco, California. 2008.*

## ВЛИЯНИЕ ВНЕШНИХ ВОЗМУЩЕНИЙ НА ОБТЕКАНИЕ ПРЯМЫХ И СТРЕЛОВИДНЫХ КРЫЛЬЕВ

*А. М. Павленко, А. В. Быков, Б. Ю. Занин*

*Институт теоретической и прикладной механики им. С. А. Христиановича СО РАН, Новосибирск*

Улучшение обтекания крыла – это одна из задач, решаемых при проектировании современного летательных аппаратов (ЛА). Под улучшением обтекания понимается увеличение зоны ламинарного обтекания и устранение отрывных течений при больших углах атаки, что увеличивает подъёмную силу и уменьшает индуктивное сопротивление. Также решение выше упомянутой задачи позволит сделать полет более экономичным и устойчивым (безопасным), а также позволит улучшить маневренность и дальность полета ЛА. Таким образом, на сегодняшний день данная задача активно изучается учеными во всем мире.

Представленная работа является частью большого экспериментального цикла работ по изучению отрывных течений и возможностями управления обтеканием на моделях крыльев с учетом таких факторов, как скорость набегающего потока, углы атаки и скольжения, форма профиля крыла, степень турбулентности [1, 2]. Основной задачей в данной работе было изучение влияния набегающих внешних возмущений на обтекания моделей со стреловидной и прямой передней кромкой.

В работе представлены результаты экспериментальных исследований влияния набегающих внешних возмущений на обтекание моделей прямого крыла и БПЛА с трапецевидной формой крыла при различных углах атаки и скольжения. С помощью метода термоанемометрии были получены количественные данные о структуре течения вблизи поверхности модели при обтекании свободным потоком и при наличии набегающих внешних возмущений. Получены картины визуализации обтекания моделей при срывных режимах. Было установлено, что набегающие внешние возмущения при определенных условиях могут существенно изменять структуру обтекания. Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ № 18-79-00189.

### Список литературы

1. Павленко А. М., Занин Б. Ю., Катасонов М. М. *Исследования обтекания модели летящего крыла при натурных числах Рейнольдса*. Вестн. Новосиб. гос. ун-та. Серия: Физика. 2015. Т. 10, вып. 3. С. 19–25.
2. Pavlenko A M, Zanin B Y, Bykov A.V. and Katasonov M.M. *Flow around the wing models with straight and swept leading edge in case of contact with turbulent wake*. Journal of Physics: Conference Series, 1382 (2019), 012030; doi:10.1088/1742-6596/1382/1/012030.

# ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ НАЧАЛЬНОЙ СТАДИИ ВЗРЫВНОГО ИЗВЕРЖЕНИЯ ОТКРЫТЫХ ВУЛКАНИЧЕСКИХ СИСТЕМ

*В. К. Кедринский*

*Институт гидродинамики им. М. А. Лаврентьева СО РАН, Новосибирск*

Начальный процесс формирования взрывного выброса открытого вулкана моделировался во взрывной прозрачной камере с проводящей мембраной – соосной частью плоского дна кратера вулкана. Эксперименты проводились на электромагнитной гидродинамической ударной трубке с УВ-ым импульсным нагружением слоя дистиллированной воды на накопительной батарее с энергией до 5 кДж. Как было показано [1, 2], дистиллированная вода является многокомпонентной системой, содержащей микропузырьки свободного газа и твердые микрочастицы размером порядка 1.5 мкм при их общей плотности около  $10^6$  в  $см^3$ .

Батарея конденсаторов, при мгновенной ионизации высоковольтным импульсом открытого промежутка в цепи, разряжается на плоскую спираль, расположенную непосредственно под проводящей мембраной. В результате скин-эффекта удар мембраны по слою жидкости генерирует в ней УВ и, в силу апериодичности процесса, примерно через 10-20 мкс, мембрана возвращается в исходное положение.

Жидкость в силу инерции продолжает движение вверх, формируя на поверхности мембраны квазипустой разрыв в виде сферического сегмента [3]. Следует отметить принципиально новый динамический эффект – на поверхности квазипустого разрыва наблюдается зарождение и развитие до видимого размера пузырькового кавитационного слоя.

Наибольший интерес представляют процессы, сопровождающие схлопывание квазипустого разрыва, при котором происходит излучение УВ, изменяется динамика состояния слоя пузырьков, окружающего разрыв, а сам разрыв по мере приближения к моменту схлопывания трансформируется в дискообразную форму с практически постоянной высотой. Таким образом, замыкание на конечной стадии принимает близкий к одномерному цилиндрический характер. Исследуются процессы в интервале толщин слоя жидкости во взрывной камере от 1.5 до 6 см, начиная с максимального диаметра квазипустого разрыва около 12 см (диаметр камеры 25 см), при изменении энергии в накопителе в диапазоне 0.8-1.2 кДж и частотах съемки до 200 тыс. кадров в сек.

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ 15-05-03336.

## Список литературы

1. Kedrinskii V. K. *Development of bubble cavitation and wave structure in real liquid*. Proceedings of 11th Intern. Congress on Acoustics 1983. France. V.2. p. 203-206.
2. Бесов А. С., Кедринский В. К., Пальчиков Е. И. *Изучение начальной стадии кавитации с помощью дифракционной оптической методики*. Письма в Журнал технической физики. 1984. Т. 10 № 4. С. 240-244.
3. Большакова Е. С., Кедринский В. К. *Динамика разрыва в кавитирующем слое жидкости при ударно-волновом нагружении* ПМТФ. 2017. Т. 57. № 5. С. 93-104.

# О РОЛИ КАСАТЕЛЬНЫХ НАПРЯЖЕНИЙ В ПРОЦЕССЕ ЭНДОТЕЛИЗАЦИИ ХИРУРГИЧЕСКИХ ПОТОК-ПЕРЕНАПРАВЛЯЮЩИХ УСТРОЙСТВ

Д. В. Тихвинский<sup>1</sup>, К. Ю. Орлов<sup>2</sup>, Д. В. Паршин<sup>1,3</sup>

<sup>1</sup>Новосибирский государственный университет, Новосибирск

<sup>2</sup>НМИЦ им. ак. Е. Н. Мешалкина, Новосибирск

<sup>3</sup>Институт гидродинамики им. М. А. Лаврентьева СО РАН, Новосибирск

Церебральные аневризмы являются широко распространенным заболеванием церебральных сосудов [2]. Основными задачами современной нейрохирургии церебральных аневризм являются определение риска их разрыва и минимизации постоперационных рисков, в том числе минимизация рисков повторного возникновения кровотока в аневризме (их реканализации). Целью данной работы является изучение влияния такого гемодинамического фактора, как величина касательных напряжений на качество эндотелизации поток-перенаправляющих устройств реальных пациентов.

Вычислительная гемодинамика является мощным современным методом предоперационного моделирования [1, 2]. Было рассмотрено три подхода виртуальной установки стента в пациент-специфичную конфигурацию сосудистой сети, которая была получена в результате реконструкции DICOM-изображений реальных пациентов, проходивших лечение в НМИЦ им. ак. Е.Н. Мешалкина. Согласно локального комитета по этике, данные пациентов предоставляются анонимно. В нашей работе мы проводим численное моделирование в ANSYS 17.2 (Лицензия ИГИЛ СО РАН).

В нашей работе мы предполагаем, что чрезмерно большое изменение значений WSS для постоперационной конфигурации по сравнению с дооперационной соответствует исходу с так называемым in-stent стенозом (повышенной эндотелизацией), т.е. когда эндотелизация стента происходит не штатно и, напротив, чрезмерно малые изменения WSS в области стента после операции по сравнению с дооперационной картиной свидетельствуют о плохой эндотелизации стента. Штатный вариант эндотелизации располагается между двумя вышеописанными. Полученный результат обнаруживает сходство с влиянием изменения значений WSS для других внутрисосудистых устройств [3].

Работа выполнена при частичной поддержке  
юджетного проекта АААА-А17-117021650052-2.  
грант РФФИ 17-08-01736.

## Список литературы

1. Паршин Д.В., Куянова Ю.О., Кислицин Д.С., Виндбергер У., Чупахин А.П. *О влиянии потокперенаправляющего стента на гемодинамику церебральных аневризм*. Прикладная механика и техническая физика, 59(6):963–970, 2018.
2. D.M. Sforza, C.M. Putman and J.R. *Cebral Computational fluid dynamics in brain aneurysms*. International Journal for Numerical Methods in Biomedical Engineering 2011.
3. Q. Zhang, L. Jing, J. Liu, K. Wang, Y. Zhang, N. Paliwal, H. Meng, Y. Wang, Sh. Wang, and X. Yang. *Predisposing factors for recanalization of cerebral aneurysms after endovascular embolization: a multivariate study*. Journal of NeuroInterventional Surgery, 10(3):252–257, 2018.



## НАПОРНАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА ГИДРОДИОДА

А. Б. Семёнов, А. А. Кураев

Новосибирский Государственный университет Экономики и Управления, Новосибирск

Под гидродиодом понимается сосуд с двумя мембранами, перфорированными коноидальными отверстиями, установленными внутри сосуда. Для обеспечения необходимого расхода жидкости через отверстие в мембране над мембраной и под ней устанавливаются упруго – объёмные элементы (сильфоны), жёсткость которых подбирается в соответствии с действующим инерционным напором, возникающим в жидкости, подверженной осцилляциям.

Схема мембраны, перфорированной коноидальными отверстиями, приводится ниже на рис.1. Разнорасходность наблюдается вследствие того, что слева на права втекает жидкости больше, чем справа на лева, это происходит вследствие зависимости коэффициента расхода от направления входа (рис. 1) и имеет место при  $Re \geq 1 * 10^5$  [1].

При движении замкнутого сосуда вверх нижний сильфон сжимается и в область под мембраной затекает вода, затем при движении сосуда вниз сильфон расширяется, вытесняя жидкость, благодаря чему жидкость затекает в область над мембраной, таким образом, деформация сильфонов вызывает проток жидкости через отверстие перфорации (Рис. 2).

Ранее в [1–3] были подробно изложены результаты параметрических экспериментальных исследований эффекта гидродиода.

Цель данной работы - оценить напор на выходе гидродиода при варьировании жёсткости упруго – объёмного элемента и длины кромок мембраны в направлении втекания потока.

В настоящей статье приводятся результаты численной оценки напора на выходе гидродиода при изменении коэффициента жёсткости упруго – объёмного элемента гидродиода и длины кромок мембраны в направлении втекания потока ( $L$  на рисунке 1).

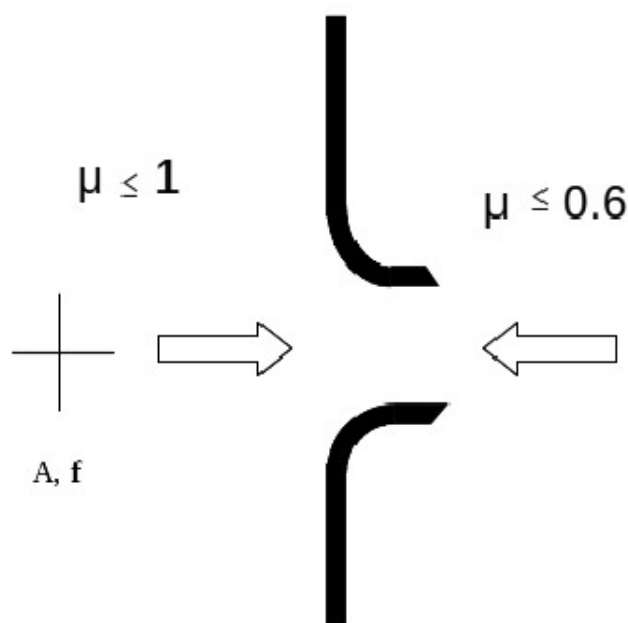


Рис. 1: Направление втекания жидкости в коноидальные отверстия перфорации в мембране.

Здесь  $A$  – амплитуда вибрации мембраны,  $f$  – частота вибрации мембраны.

В докладе приводится методика и результаты численной оценки напора на выходе гидродиода при варьировании жёсткости сильфона, длины кромки мембраны в направлении втекания, а так же ускорения осциллирующего движения жидкости.

Из результатов, приведённых в докладе, следует, что при определённой величине деформации сифона и при определённой частоте осцилляций, а так же длине  $L$ , напор на выходе перестаёт изменяться, наступает его насыщение.

## Список литературы

1. Кураев А.А., Семёнов А.Б. *Исследование напорных характеристик перфорированной мембраны в осциллирующем потоке жидкости*. Теплофизика и Аэромеханика. - 2013.- Т.20, № 3.- С.335-339.
2. Кураев А.А. Семёнов А.Б. *Расходно - напорные характеристики гидродиода*. Теплофизика и Аэромеханика. - 2014.- Т.21, № 2.- С. 273-275.
3. Кураев А.А., Семенов А.Б. *Численные исследования эффекта гидродиода*. Теплофизика и Аэромеханика. - 2015.- Т.22, № 1.-С.43-48.
4. Альтшуль А.Д. *Гидравлические сопротивления*. М.: Наука,1970.-216 с.

## ОБ ЭНЕРГИИ ГИДРОУПРУГОЙ СИСТЕМЫ, МОДЕЛИРУЮЩЕЙ ЦЕРЕБРАЛЬНУЮ АНЕВРИЗМУ

М. Ю. Маматюков<sup>1</sup>, А. К. Хе<sup>1,2</sup>, Д. В. Паршин<sup>1,2</sup>, А. П. Чупахин<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup>Институт гидродинамики им. М. А. Лаврентьева СО РАН, Новосибирск

<sup>2</sup>Новосибирский государственный университет, Новосибирск

Описание энергии гидроупругой системы при больших деформациях интерфейса на сегодняшний день не имеет однозначного представления. В данной работе рассматривается представление энергии упругой оболочки  $E_t$  состоящей из трех слагаемых: энергия упругой деформации  $E_e$ , энергия волн изгиба этой оболочки  $E_b$  и кинетическая энергия потока  $E_k$ , так что

$$E_t = E_e + E_b + E_k$$

При этом  $E_e$  пропорциональна площади упругой оболочки, а  $E_b$  задается интегралом по поверхности, представляющей оболочку, от квадрата средней кривизны этой поверхности, который носит название энергия Уиллмора.

В работе рассматривается гидроупругая система в виде трубы со сферическим утолщением (балджем) на изгибе трубы и выдвигающейся из этой сферы меньшей сферы (дивертикула). Такая система моделирует церебральную аневризму на изгибе сосуда при наличии выроста — дивертикула. В качестве начальных параметров были использованы данные нейрохирургического мониторинга о скорости потока для реального пациента. Исследовано влияние на параметры потока угла поворота сосуда и размера дивертикула. Впервые при компьютерном моделировании гидроупругой системы, описывающей артериальную аневризму, получена диаграмма связи давления и скорости потока жидкости, совпадающая с реальными диаграммами, полученными авторами ранее в ходе мониторинга кровотока во время нейрохирургических операций в клинике им. ак. Е. Н. Мешалкина. Также проведен анализ изменения полученных диаграмм вдоль потока, который показал, что наибольшее влияние проявляется вниз по потоку.

# ГАЗОДИНАМИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ ВОСХОДЯЩИХ ЗАКРУЧЕННЫХ ПОТОКОВ И ЕЕ ИСПОЛЬЗОВАНИЕ

С. П. Баутин<sup>1</sup>, И. Ю. Крутова<sup>1</sup>, А. Г. Обухов<sup>2</sup>

<sup>1</sup>СФТИ НИЯУ МИФИ, г. Снежинск

<sup>2</sup>Тюменский индустриальный университет, г. Тюмень

Данная газодинамическая теория [1–3] основана на предложенной С. П. Баутиным схеме возникновения и устойчивого функционирования восходящих закрученных потоков, встречающихся в природе в виде торнадо, тропических циклонов и огненных вихрей. В докладе приведены результаты полученных теоретических и экспериментальных исследований. Впервые даны научно обоснованные ответы на самые главные вопросы, связанные с природными восходящими закрученными потоками: «Что является причиной возникновения закрутки в этих потоках? Откуда берется гигантская кинетическая энергия вращающегося в них воздуха?». В аналитическом виде и численно (включая трехмерные нестационарные расчеты) построены решения системы уравнений газовой динамики и полной системы уравнений Навье-Стокса при учете действия сил тяжести и Кориолиса, моделирующие течения воздуха в восходящих закрученных потоках. Все эти решения согласуются с данными натурных наблюдений за указанными природными воздушными течениями, а также с результатами соответствующих физических экспериментов. Доказаны математические теоремы о возникновении закрутки газа и направлении этой закрутки в исследуемых потоках и ее отсутствие при не учете вращения Земли вокруг своей оси. С использованием построенных решений установлено, что часть кинетической энергии вращения Земли вокруг своей оси переходит в кинетическую энергию окружного движения воздуха в исследуемых течениях. И нет другого источника энергии для создания и поддержания окружного движения в этих природных потоках. Анализ геометрических, скоростных и энергетических характеристик рассматриваемых течений показал следующее: разрушительный характер имеют те, наблюдаемые в природе торнадо, у которых кинетическая энергия окружного движения в придонной части больше кинетической энергии радиального движения воздуха в этой части потока.

Высказаны рекомендации по практическому использованию полученных результатов: 1) по раннему обнаружению торнадо и по уничтожению торнадо и тропических циклонов с разумными энергетическими затратами; 2) по созданию вихревого энергогенератора, вырабатывающего электрическую энергию за счет кинетической энергии вращения Земли вокруг своей оси; 3) по принудительному проветриванию открытых горных выработок и мегаполисов; 4) по искусственному вызыванию дождя над заданной территорией.

## Список литературы

1. Баутин С.П. *Торнадо и сила Кориолиса*. Новосибирск: Наука, 2008.
2. Баутин С.П., Крутова И.Ю., Обухов А.Г., Баутин К.В. *Разрушительные атмосферные вихри: теоремы, расчеты, эксперименты*. Новосибирск: Наука; Екатеринбург: УрГУПС, 2013.
3. Баутин С.П., Дерябин С.Л., Крутова И.Ю., Обухов А.Г. *Разрушительные атмосферные вихри и вращение Земли вокруг своей оси*. Екатеринбург: УрГУПС, 2017.

### 3 МЕХАНИКА И ФИЗИКА ИМПУЛЬСНЫХ ПРОЦЕССОВ

#### НЕРАВНОВЕСНОСТЬ ФИЗИЧЕСКОГО СОСТОЯНИЯ МЕДИ ПРИ УДАРНОМ СЖАТИИ

*С. Д. Гилев*

*Институт гидродинамики им. М. А. Лаврентьева СО РАН, Новосибирск*

Разрешенные во времени измерения электросопротивления и построенная модель равновесного электросопротивления используются в настоящей работе для определения концентрации дефектов кристаллической структуры в ударно-сжимаемой меди. Впервые найдена зависимость концентрации точечных дефектов в меди от давления ударной волны. Показано, что количество дефектов монотонно возрастает при увеличении давления ударной волны. При давлении 20 ГПа найденная концентрация вакансий ( ) превышает на восемь (!) порядков величины соответствующее равновесное значение. Таким образом, состояние меди при ударном сжатии оказывается сильно неравновесным. Этот результат является новым и нуждается в осмыслении. (Обычно, термодинамическое состояние ударно-сжатого вещества полагается равновесным, что позволяет использовать весь арсенал соответствующих подходов.)

Сравнение концентрации дефектов для меди (настоящая работа) и серебра (Dick, 1975) показывает общие особенности состояния этих металлов. Сопоставление данных, полученных непосредственно после прохождения ударной волны по образцу (*in situ*), с известными результатами для сохраненных после эксперимента образцов (Kressel, 1967; Brillhart, 1970; Могилевский, 1970) демонстрирует, что в первом случае регистрируются заметно большие (до двух порядков величины) концентрации дефектов. Это означает, что техника сохраненных образцов не обеспечивает достоверными данными о состоянии вещества за ударным фронтом. Измерения электросопротивления *in situ* дают недоступную ранее экспериментальную информацию о состоянии ударно-сжатого вещества. Концентрация возникающих дефектов является объективным параметром состояния и, по-видимому, характеризует сам механизм ударного сжатия.

#### МАЛОПАРАМЕТРИЧЕСКОЕ УРАВНЕНИЕ СОСТОЯНИЯ ОЛОВА

*С. Д. Гилев*

*Институт гидродинамики им. М. А. Лаврентьева СО РАН, Новосибирск*

Построено малопараметрическое уравнение состояния олова, основанное на предложенной зависимости коэффициента Грюнайзена от удельного объема и температуры. С использованием настоящей модели определены характеристики состояния вещества в области высоких давлений и температур: нулевая и нормальная изотермы, теплоемкость, изоэнтропический модуль объемного сжатия, семейство ударных адиабат, соответствующих различной начальной плотности, кривые разгрузки, скорость звука. Найденные величины оказываются близки к имеющимся экспериментальным данным. Это указывает на адекватность настоящего подхода к построению термодинамически согласованного уравнения состояния олова до сжатия в несколько раз.

# НОВАЯ ФАЗОВАЯ ДИАГРАММА УГЛЕРОДА В ОБЛАСТИ ВЫСОКИХ ДАВЛЕНИЙ И ТЕМПЕРАТУР ДО 130 ГПА И 2400 К, ВКЛЮЧАЮЩАЯ ОБЛАСТЬ НЕСТАБИЛЬНОСТИ АЛМАЗА В ДИАПАЗОНЕ ДАВЛЕНИЙ ОТ 55 ДО 115 ГПАИ

*М. Ю. Попов<sup>1</sup>, В. Д. Чуркин<sup>1</sup>, Б. А. Кульницкий<sup>1</sup>, С. В. Ерохин<sup>1</sup>, П. Б. Сорокин<sup>1</sup>,  
П. В. Зинин<sup>2</sup>, В. Д. Бланк<sup>1</sup>*

<sup>1</sup>ФГБНУ ТИСНУМ, Троицк, Москва

<sup>2</sup>НТЦ УП РАН, Москва

## ФГБНУ ТИСНУМ

В настоящей работе проведен ряд экспериментов по превращениям графита и алмаза в условиях высоких давлений и температур 25-130 ГПа и 300-2400 К, показывающих нестабильность алмаза в диапазоне давлений 55-115 ГПа. Полученные результаты опровергают распространенное представление о возможности образования алмаза при любых давлениях от 2,2 до 1000 ГПа. Экспериментально доказано, что в диапазоне давлений от 55 до 115 ГПа формирование алмаза (из фазы графита) прекращается, а уже сформировавшиеся алмазы переходят в углеродные луковичные структуры фуллеренового типа при температурах 300-2400 К. При температуре 300 К наблюдался прямой фотоиндуцированный переход, а при 2400 К обнаружен как прямой, так и каталитический фазовый переход алмаза в луковичные структуры. Каталитический переход включает в себя следующие этапы. Плавление Ni при лазерном нагреве под давлением 70 ГПа, “растворение алмаза” в жидком Ni (перенос атомов углерода из алмаза в Ni) и образование равновесной углеродной фазы из пересыщенного раствора при охлаждении. Каталитический процесс является обратным по отношению к каталитическому синтезу алмаза в зоне стабильности алмаза при давлении около 6 ГПа. Основным результатом наших исследований является наличие углеродных луковичных структур фуллеренового типа на фазовой диаграмме углерода в области неустойчивости алмаза при высоком суб-мегабарном давлении и широком диапазоне температур. Согласно нашим модельным данным, эти структуры имеют плотность выше, чем у алмаза.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 18-29-19019).

## УРАВНЕНИЕ СОСТОЯНИЯ ПЛОТНЫХ РЕАГИРУЮЩИХ ГАЗОВ ДЛЯ ОПИСАНИЯ УДАРНЫХ И ДЕТОНАЦИОННЫХ ВОЛН

Э. Р. Прууэл

Институт гидродинамики им. М. А. Лаврентьева СО РАН, Новосибирск

Реализована модель уравнения состояния позволяющая проводить расчеты равновесных термодинамических параметров плотных газов и флюидов с учетом межмолекулярных взаимодействий. Протестированный диапазон параметров составляет по температуре – от 100 до 10 000 К и до давлений 100 ГПа. Базовыми параметрами для задания условий являются плотность, температура и химический элементный состав исследуемой смеси. Для этих условий вычисляется равновесный химический состав, внутренняя энергия, теплоемкости, показатель адиабаты и скорость звука. В расчетах учтена возможность образования следующих химических компонент:  $Ar$ ,  $Ne$ ,  $He$ ,  $Kr$ ,  $N_2$ ,  $N$ ,  $O_2$ ,  $O$ ,  $H_2$ ,  $H$ ,  $H_2O$ ,  $OH$ ,  $NH_3$ ,  $CO$ ,  $CO_2$ ,  $CH_4$ ,  $NH_3$ ,  $NO$  и конденсированной фазы углерода.

Для построения уравнения состояния используются методы молекулярной динамики и статистической физики. При этом, вещество рассматривается как набор точечных объектов (молекул) взаимодействующих с центральным парным потенциалом в форме  $\exp(-r/r_0)$ . Дополнительно молекулы обладают внутренними степенями свободы, энергия которых зависит только от температуры. Для определения давления и полной энергии системы численно решается задача движения небольшого ансамбля частиц ( $NVT$  ансамбль из 50-100 молекул), при этом внутренняя энергия системы вычисляется как суммы кинетических энергий молекул и потенциальной энергии взаимодействия, давление вычисляется по Теореме о вириале. Подбор параметров парных потенциалов взаимодействия осуществляется из условий наилучшего соответствия экспериментальным данным: таблицам термодинамическим величин Американского института стандартов, ударным адиабатам сжиженных газов и параметрам детонационным конденсированных взрывчатых материалов.

Разработанный на базе модели программный комплекс (<http://ancient.hydro.nsc.ru/chem>) позволяет определять равновесные термодинамические параметры смесей газов при заданной плотности и температуре, рассчитывать ударные адиабаты сжиженных газов и определять параметры детонации конденсированных взрывчатых веществ. Для построения ударной адиабаты, численно решается нелинейное уравнение Гюгоню в переменных плотность и температура, при этом, все необходимые параметры (давление и удельная внутренняя энергия) вычисляются описанным выше методом. Параметры детонации определяются из условий Чепмена-Жуге - на ударной адиабате с энерговыделением находится точка с условиями  $D = u + c$ , где  $D$  - скорость фронта,  $u$  - массовая скорость,  $c$  - равновесная скорость звука.

## УРАВНЕНИЕ СОСТОЯНИЯ ВОДЫ ДЛЯ ОПИСАНИЯ ОДНОКРАТНОЙ И ДВУКРАТНОЙ УДАРНЫХ АДИАБАТ В ДИАПАЗОНЕ ДАВЛЕНИЙ ДО 80 ГПА

*Э. Р. Прууэл, С. А. Бордзиловский, С. М. Караханов*

*Институт гидродинамики им. М. А. Лаврентьева СО РАН, Новосибирск*

В работе реализована модель уравнения состояния воды для описания ударно-волновых явлений. Для построения уравнения состояния используются методы молекулярной динамики и статистической физики. При этом, вещество рассматривается как набор точечных объектов (молекул) взаимодействующих с центральным парным потенциалом в форме ехрб. Дополнительно молекулы обладают внутренними степенями свободы, энергия которых зависит только от температуры. Для определения давления и полной энергии системы численно решается задача движения небольшого ансамбля частиц (NVT ансамбль из 50–100 молекул), при этом внутренняя энергия системы вычисляется как суммы кинетических энергий молекул и потенциальной энергии взаимодействия, давление вычисляется по Теореме о вириале. Разработанный программный комплекс позволяет проводить вычисления, используя Web-интерфейс по адресу <http://ancient.hydro.nsc.ru/chem>.

Проведено тестирование модели на доступных экспериментальных данных по ударной адиабате воды. Показано хорошее количественное соответствие газодинамических параметров течения: давление, плотность, массовая скорость и скорость фронта в диапазоне интенсивностей ударной волны до 80 ГПа. При сравнении экспериментальных и рассчитанных температур за фронтом ударной волны удается добиться только удовлетворительного согласия.

Для проверки тепловых характеристик при ударном сжатии проведены измерения температуры при однократном и двукратном ударном сжатии. Для этого регистрировалось тепловое излучение от слоя воды, сжатого падающей ударной волной, и ударной волной, отраженной от окна из фторида лития (плотность  $2.65 \text{ г/см}^3$ ) или сапфира (плотность  $4 \text{ г/см}^3$ ), в диапазоне интенсивности падающей волны 28–36 ГПа. Максимальное давление, достигаемое в отраженной волне, составляло 79 ГПа. Температура, измеренная при этом давлении, составляла 2 750 К, что намного ниже, чем температура при однократном сжатии при этом давлении – 5 270 К. Были оценены потери лучистого потока на границах раздела.

По этим данным определялась яркостная температура. Полученные новые данные использовались для верификации уравнения состояния воды в области температур более низких, чем на ударной адиабате при тех же давлениях.

# РАСЧЕТНЫЙ АНАЛИЗ ПРОБИВНОГО ДЕЙСТВИЯ КУМУЛЯТИВНЫХ ЗАРЯДОВ С ПОЛУСФЕРИЧЕСКОЙ И ПОЛУЭЛЛИпсоИДНОЙ ОБЛИЦОВКАМИ ДЕГРЕССИВНОЙ ТОЛЩИНЫ

С. В. Федоров<sup>1</sup>, С. В. Ладов<sup>1</sup>, О. В. Свирский<sup>2</sup>, М. А. Власова<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Московский государственный технический университет им. Н. Э. Баумана,  
Москва

<sup>2</sup>РФЯЦ, ВНИИ экспериментальной физики, Саров

В кумулятивных зарядах, формирующих при взрыве высокоскоростные металлические струи и применяемых для пробития различных преград, в основном используются облицовки конической или полусферической формы. Конические облицовки часто имеют прогрессивную (увеличивающуюся от вершины к основанию) толщину, а применяемые на практике полусферические – постоянную. Кумулятивные заряды с коническими облицовками имеют преимущество по скорости формируемой ими кумулятивной струи и по глубине пробития ею преграды, уступая по диаметру пробиваемого в преграде отверстия.

Исследования последних лет [1] показывают, что переход от постоянной к дегрессивной (уменьшающейся от вершины к основанию) толщине полусферических кумулятивных облицовок позволяет поднять скорость формируемых ими струй в отсутствие их диспергирования не только до уровня, обеспечиваемого коническими облицовками, но и превышающего его. Увеличение скорости кумулятивной струи достигается за счет того, что взрывное обжатие полусферической облицовки дегрессивной толщины происходит в режиме, более близком к сферически симметричному, что усиливает проявление эффекта сферической кумуляции. Однако одновременно происходит существенное снижение массы головных участков струй, что должно отрицательно сказываться на пробивном действии кумулятивного заряда [2], так как ведет к уменьшению диаметра входного участка пробойны со снижением вероятности беспрепятственного движения по нему последующих участков струи, которые из-за погрешностей изготовления заряда всегда в той или иной степени отклоняются от строго соосного следования друг за другом.

Проведенное численное моделирование показало, что проблема малой массы головных участков кумулятивной струи из полусферы дегрессивной толщины может быть решена при сохранении их скорости на уровне, обеспечиваемом коническими облицовками, если полусферу трансформировать в полуэллипсоид вращения, у которого полярная полуось несколько превышает экваториальную. Сравнительный анализ пробивного действия кумулятивных зарядов с различными облицовками, выполненный с использованием расчетной методики [3], учитывающей влияние технологических погрешностей, свидетельствует, что полуэллипсоид дегрессивной толщины в определенных условиях может иметь преимущество по глубине пробития над конусом, так как существенно менее чувствителен к влиянию скорости бокового дрейфа элементов струи.

## Список литературы

1. Федоров С. В. Численное моделирование формирования кумулятивных струй полусферическими облицовками дегрессивной толщины. ФГВ. 2016. Т. 52. № 5. С. 116–130.
2. Свирский О. В., Власова М. А. О пробивной способности кумулятивных зарядов с конической и полусферической облицовками. ФГВ. 2019. Т. 55. № 6. С. 115–119.



3. Svirsky O. V., Vlasova M. A., Korotkov M. I., Krutyakov V. A., Toropova T. A. *The analytical model ATOS-M for computing of shaped charge jets penetration parameters*. Int. J. Impact Eng. 2003. V. 29. N 1-10. P. 683–690.

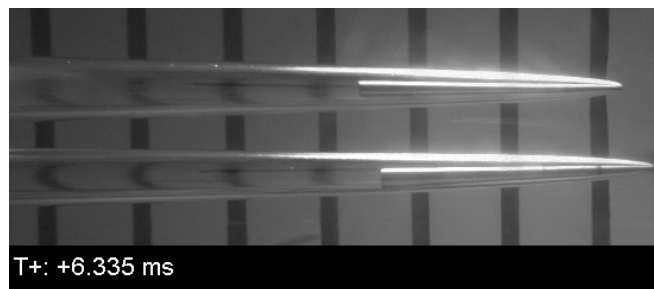
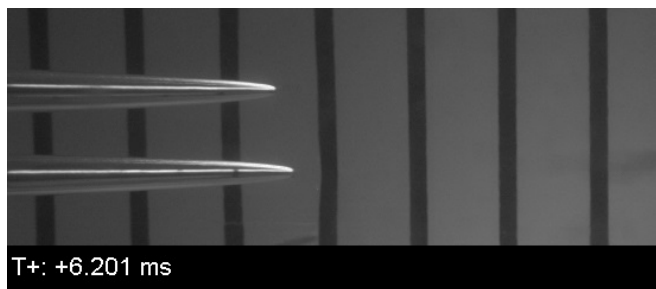
## ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ФОРМЫ ГОЛОВНЫХ ЧАСТЕЙ БЛИЗКОРАСПОЛОЖЕННЫХ СУПЕРКАВЕРН

А. Н. Ищенко, С. А. Афанасьева, В. В. Буркин, А. С. Дьячковский, Е. Ю. Степанов,  
А. В. Чупашев

Научно - исследовательский институт прикладной математики и механики ТГУ,  
Томск

Форма головной части образующейся в воде суперкаверны диктует специфику конструкции ударника, корпус которого не должен выступать за границы ее внутреннего контура. Ранее проводились экспериментальные и теоретические исследования [1, 2] по установлению формы образующейся за кавитатором ударника полости в зависимости от различных факторов, например, скорости, диаметра кавитатора, его формы и т.д. В работе [3] была показана возможность движения группы близкорасположенных ударников в воде.

Данная работа направлена на установление особенностей в геометрии головной части суперкаверны в условиях парного движения близкорасположенных ударников в воде.



По полученным средствами высокоскоростной видеорегистрации изображениям контуров суперкаверн производилось построение их профилей, что позволило более детально исследовать их геометрические особенности в условиях близкого расположения двух каверн. Полученные результаты могут быть использованы для целей вычислительного моделирования движения группы близкорасположенных ударников и прогнозирования их возможного взаимодействия по мере движения по траектории.

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда (проект № 19-19-00233).

### Список литературы

1. Логвинович Г. В. *Некоторые вопросы глиссирования и кавитации*. Труды ЦАГИ. 1980. Вып. 2052, С. 271.
2. Федоров С. В., Велданов В. А. *К определению размеров кавитационной полости в воде за движущимся с высокой скоростью цилиндрическим телом*. ЖТФ. 2013. Т. 83, № 2. С. 15–20.

3. Ищенко А. Н., Афанасьева С. А., Буркин В. В., Дьячковский А. С., Чупашев А. В. *Исследование взаимного влияния группы ударников при высокоскоростном одновременном входе в воду*. ПЖТФ. 2019. Т. 34. № 10. С. 1059–1062.

## ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ТОРМОЖЕНИЯ СВЕРХЗВУКОВОГО ПОТОКА С ПОМОЩЬЮ ГАЗОДИНАМИЧЕСКИХ ИМПУЛЬСОВ ПРИ ГОРЕНИИ УГЛЕВОДОРОДНЫХ ТОПЛИВ

*В. П. Замураев, А. П. Калинина*

*Институт теоретической и прикладной механики им. С. А. Христиановича СО  
РАН, Новосибирск  
Новосибирский государственный университет, Новосибирск*

Численное моделирование запуска прямоточного воздушно-реактивного двигателя при полетных числах Маха  $M = 5-6$  – альтернатива дорогостоящему эксперименту. Расчет проводится для первой стадии двухстадийного способа интенсификации горения [1] с использованием в качестве топлива керосина и этилена. В секцию постоянного сечения камеры сгорания (число Маха  $M = 2$ ) с помощью осевого инжектора подается малое количество топлива, горение которого инициируется дросселирующей струей, подаваемой в импульсно-периодическом режиме (газодинамические импульсы). Эксперименты [1] показали, что картина процесса одинакова для обоих сортов топлива: в результате взаимодействия ударной волны от дросселирующей струи с частично перемешанной смесью возникает очаг горения, который распространяется вверх по потоку, сжимая его, поскольку является областью повышенного давления. В экспериментах давление в газогенераторе дросселирующей струи в 3 раза больше в случае керосина, чем этилена, однако суммарная энергия, вводимая газодинамическими импульсами в поток, согласно оценке (произведение площади отверстия струи на давление в газогенераторе и на длительность импульса) практически одинаковые. Несмотря на равенство суммарного импульса, режим поджига разный. При численном моделировании используются нестационарные осредненные по Рейнольдсу уравнения Навье – Стокса, замыкаемые  $k-\epsilon$  моделью турбулентности. Показано, что при истечении из осевого инжектора струя этилена достаточно хорошо перемешивается с основным потоком, а смешение керосина инициируется дросселирующей струей. Скорость потока уменьшается до околозвуковых значений в обоих случаях, однако числа Маха в одни и те же моменты времени в случае керосина выше, чем этилена примерно на 0.2. Таким образом, показано, что с применением в качестве топлива керосина, как и в случае этилена, возможно торможение потока до околозвуковых скоростей. Однако, вследствие более высокого молекулярного веса керосина, необходимо использовать более высокие давления в газогенераторе дросселирующей струи.

Работа выполнена в рамках Программы фундаментальных научных исследований государственных академий наук на 2013-2020 годы (проект АААА-А17-117030610135-6) и при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 20-08-00245).

### Список литературы

1. Tretyakov P. K. *Инициирование горения керосина в сверхзвуковом потоке воздуха пакетом газодинамических импульсов*. ДАН. 201. Т 489. № 3. с. 250–253.

# ЧИСЛЕННЫЙ АНАЛИЗ ВЛИЯНИЯ НА РАЗМЕРЫ ФОРМИРУЕМОГО В СТАЛЬНОЙ ПРЕГРАДЕ КРАТЕРА СКОРОСТИ КОМПАКТНЫХ МЕТАЛЛИЧЕСКИХ УДАРНИКОВ ПРИ НЕИЗМЕННОЙ КИНЕТИЧЕСКОЙ ЭНЕРГИИ

*С. В. Федоров, В. И. Колпаков, С. В. Ладов*

*Московский государственный технический университет им. Н. Э. Баумана*

На основе численного моделирования в рамках двумерной осесимметричной задачи механики сплошных сред исследовано влияние на размеры (глубину и объем) кратера, формирующегося в полубесконечной стальной преграде, скорости компактных медных ударников в диапазоне от 2 до 10 км/с при неизменном значении их кинетической энергии. Для описания поведения материалов ударника и преграды использовалась модель сжимаемой упругопластической среды с условием пластичности Мизеса при постоянном значении предела текучести. В расчетах были рассмотрены стальные преграды с различными прочностными свойствами, характеризуемыми пределами текучести 0,5; 1,0 и 1,5 ГПа. Ударники имели либо сферическую форму, либо форму цилиндра с высотой, равной диаметру.

Расчеты были проведены с использованием двух различных вычислительных комплексов – программного комплекса ANSYS/AUTODYN и программы моделирования взрывных и ударных процессов ЭРУДИТ [1], разработанной в МГТУ им. Н. Э. Баумана и реализующей вычислительный алгоритм свободных лагранжевых точек. Обе вычислительные методики дали хорошо согласующиеся между собой результаты. Установленные расчетным путем зависимости глубины кратера от скорости ударников с постоянным значением кинетической энергии (то есть, с массой, уменьшающейся обратно пропорционально квадрату их скорости) имеют экстремальную точку максимума глубины, положение которой зависит от прочностных свойств преграды. С их повышением значение скорости, соответствующее максимуму глубины кратера, увеличивается примерно от 3 км/с при пределе текучести материала преграды 0,5 ГПа до примерно 6...7 км/с при пределе текучести 1,5 ГПа. Одновременно с повышением прочностных свойств преграды максимум глубины образующегося кратера становится менее выраженным, распространяясь на некоторый диапазон скоростей. Ударники сферической формы при прочих равных условиях давали кратер с глубиной, несколько превышающей глубину кратеров от ударников цилиндрической формы (на 5...10 %).

Что касается результатов численного моделирования по объему кратеров, то анализ полученных для него зависимостей от скорости ударника не выявил существования экстремума. С увеличением скорости ударника происходило монотонное уменьшение объема кратера. Для ударников сферической и цилиндрической формы объемы формируемых ими кратеров принимали примерно одинаковые значения. Обсуждаются вопросы определяющего влияния на объем кратера при высокоскоростном соударении кинетической энергии и импульса ударников [2].

## Список литературы

1. Федоров С. В. Численное моделирование формирования кумулятивных струй полусферическими облицовками дегрессивной толщины. ФГВ. 2016. Т. 52. № 5. С. 116–130.
2. Мержиевский Л. А., Титов В. М. Высокоскоростной удар. ФГВ. 1987. Т. 23. № 5. С. 92–108.

## ДЕТОНАЦИЯ УЛЬТРАДИСПЕРСНЫХ ВЗРЫВЧАТЫХ ВЕЩЕСТВ

А. П. Ершов<sup>1</sup>, А. О. Кашкаров<sup>1</sup>, Э. Р. Прууэл<sup>1</sup>, И. А. Рубцов<sup>1</sup>, Н. П. Сатонкина<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup>Институт гидродинамики им. М. А. Лаврентьева СО РАН, Новосибирск

<sup>2</sup>Новосибирский государственный университет, Новосибирск

В последние годы отмечается интерес к нанодисперсным взрывчатым веществам (НВВ). Для них характерны малые критический диаметр и критическая толщина слоя. Эти особенности предполагают резкое ускорение реакции во фронте волны по сравнению с веществами штатной дисперсности, благодаря повышенной плотности горячих точек.

До сих пор структура детонационной волны в НВВ оставалась не изученной современными методами. Нами исследовались нанодисперсные тэн и октоген, приготовленные методом распыления раствора. Частицы ВВ представляют собой конгломераты микронных размеров, состоящие из зерен с типичным размером в десятки нанометров.

Применялась электромагнитная методика [1], позволяющая резко уменьшить габариты зарядов (диаметр около 20 мм, при массе порядка 10 граммов). Магнитное поле создавалось импульсной одноразовой катушкой Гельмгольца. Для инициирования применен специальный малогабаритный генератор плоской волны. Метод измерения профиля электропроводности за фронтом детонации подробно описан в [2].

Электромагнитные опыты продемонстрировали, что химпик в нанодисперсных тэне и октогене если и присутствует, то слабо выражен. Измерения электропроводности показали существование узких пиков электропроводности в НВВ, причем ширина пиков была того же порядка (0.2 мм), как в порошках с размером частиц в десятки мкм [2]. Амплитуды пиков оказались на порядок ниже, чем в тех же веществах при дисперсности в сотни и десятки мкм. По-видимому, неоднородность материала приводит к небольшому перекосу фронта волны на угол порядка одного градуса. При диаметре заряда 8 мм перекося на 1.3 градуса увеличит ширину пика на 0.18 мм и соответственно уменьшит измеряемую амплитуду электропроводности.

Проведены также эксперименты по высокоэнтальпийному инициированию тэна потоком горячего газа, который создавался взрывом небольшой навески ВВ. Динамика процесса наблюдалась с помощью просвечивания пучком синхротронного излучения (СИ). В отличие от штатного тэна, детонация нанодисперсного материала развивалась практически мгновенно, без заметного разгонного участка.

Таким образом, реакция в НВВ проходит весьма быстро, так что время реакции порядка или меньше разрешения использованных методик (5 – 10 нс).

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 18-03-00441).

### Список литературы

1. Ершов А. П., Рубцов И. А. *О детонации низкочастотных взрывчатых веществ*. Физика горения и взрыва. 2019. Т. 56, № 1. С. 128–135.
2. Ershov A. P., Satonkina N. P. *Electrical conductivity distributions in detonating low-density explosives – Grain size effect*. Combustion and Flame. 2010. V. 157. N. 5. P. 1022–1026.

# АНАЛИЗ ПОЛЕЙ ТЕЧЕНИЙ МАТЕРИАЛОВ ПРИ ВЗРЫВНОМ ОБЖАТИИ ДВУХСЛОЙНЫХ МЕТАЛЛ/КЕРАМИКА ТРУБОК

И. А. Балаганский<sup>1</sup>, И. С. Батраев<sup>2</sup>, В. Ю. Ульяницкий<sup>1,2</sup>, А. В. Пластинин<sup>2</sup>,  
А. А. Штерцер<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Новосибирский государственный технический университет, Новосибирск

<sup>2</sup>Институт гидродинамики им. М. А. Лаврентьева СО РАН, Новосибирск

В статье [1] было высказано и численно обосновано предположение о возможности получения гиперскоростных сплошных кумулятивных струй при взрывном обжати двухслойных корунд / медь трубок.

В работах [2,3] были проведены эксперименты и численное моделирование процесса взрывного обжатия двухслойных корунд / медь трубок. При этом было выявлено, что нарушения процесса струеобразования происходят на начальной нестационарной стадии взрывного обжатия и связаны с высокими значениями давления и температуры, которые приводят к плавлению и испарению меди, что в дальнейшем приводит к образованию полостей внутри медной трубки.

В данной работе было проведено численное моделирование и выполнен подробный анализ полей течений материалов при взрывном обжати двухслойных металл/керамика трубок. При этом особое внимание было уделено выбору определяющих соотношений и их параметров для всех участвующих в расчётах материалов при сверхвысоких давлениях в точке контакта по материалам справочника [4]. Результаты моделирования качественно соответствуют экспериментальным данным.

Показано, что при использовании двухслойных ниобий/корунд трубок обеспечиваются условия струеобразования.

## Список литературы

1. Balagansky I. A., Vinogradov A. V., Merzhievsky L. A. *Modelling of fast jet formation under explosion collision of two-layer alumina/copper tubes*. The International Journal of Multiphysics. 2017. V. 11. № 3. Pp. 265–375.
2. Балаганский И. А., Ульяницкий В. Ю., Зимоглядова О. А., Батраев И. С., Пластинин А. В., Штерцер А. А. *Анализ процесса взрывного обжатия двухслойных корунд/медь трубок*. Физика взрыва: теория, эксперимент, приложения : тез. док. Всерос. конф., Новосибирск, 18–21 сент. 2018 г. С. 125–126.
3. Балаганский И. А., Ульяницкий В. Ю., Зимоглядова О. А., Батраев И. С., Пластинин А. В., Штерцер А. А. *Оценка условий в зоне контакта при взрывном обжати двухслойных корунд/медь трубок*. Экстремальные состояния вещества. Детонация. Ударные волны = Extreme states of substance. Detonation. Shock waves: сб. тез. докл. междунар. конф. «21 Харитон. темат. науч. чтения», 15–19 апр. 2019 г. С. 147–149.
4. Trunin R. F., Gudarenko L. F., Zhernokletov M. V., Simakov G. V. *Experimental Data on Shock Compression and Adiabatic Expansion of Condensed Matter*. Sarov: RFNC-VNIIEF, 2001.

## НАГРУЗКИ, ДЕЙСТВУЮЩИЕ НА ЖЁСТКУЮ СТЕНКУ, ПРИ УДАРЕ ВЫСОКОПОРИСТОГО ЦИЛИНДРА

Ю. В. Попов, Г. В. Белов, В. А. Марков, В. И. Пусев, В. В. Селиванов, В. В. Фролов

МГТУ им. Н. Э. Баумана, Москва

В современной проектной практике расчет конструкции защитных оболочек атомных электростанций проводят с учетом возможности падения самолета (в том числе военного назначения). При этом принято проводить декомпозицию задачи, то есть сначала определять внешнюю ударную нагрузку, а затем исследовать динамический отклик конструкции под действием заданной нагрузки. Внешняя нагрузка при ударе самолета обычно определяется по подходу Дж. Риеры [1], который рассматривал взаимодействие с жесткой стенкой жестко-пластического стержня, эквивалентного самолету.

В [2] показано, что у реактивных истребителей носовой отсек содержит бортовую радиолокационную станцию и другую радиоэлектронную аппаратуру, которая относится к бортовой аппаратуре (БА). Блоки БА определяют механические свойства носовых отсеков самолетов [2].

Механическим эквивалентом (МЭ) блоков БА являются высокопористые алюминиевые сплавы и могут использоваться как в расчетной, так и в экспериментальной областях [2].

В работе на основе численного моделирования в LS-DYNA рассмотрена динамика изменения нагрузки на жесткую стенку при ударе объемно-перфорированного стержня (МЭ БА). Полученные результаты верифицировались с экспериментами (по остаточной длине ударника [3]) и сравнивались с результатами расчета нагрузки по методу Дж. Риеры [1].

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 19-08-00701-а).

### Список литературы

1. Riera J. D. *A critical reappraisal of nuclear power plant safety against accidental aircraft impact*. Nucl. Engng. and Des. 1980. V. 57. № 1. P. 193–206.
2. Марков В. А., Овчинников А. Ф., Пусев В. И. *Модельная среда для внутреннего оборудования носовых отсеков летательных аппаратов*. Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Серия «Машиностроение». 2010. С. 196–206. URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/modelnaya-sreda-dlya-vnutrennego-oborudovaniya-nosovyh-otsekov-letatelnyh-apparatov/pdf> (дата обращения 13.03.2020).
3. Белов Г. В., Гусаров А. П., Марков В. А., Пусев В. И., Овчинников А. Ф., Селиванов В. В., Сотский М. Ю. *Применение теста Тейлора для исследования динамических механических свойств высокопористого алюминиевого сплава*. Наука и образование: научное издание МГТУ им. Н.Э. Баумана. 2012. №9. URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/primenenie-testa-teylora-dlya-issledovaniya-dinamicheskikh-mehanicheskikh-svoystv-vysokoporistogo-aluminievogo-splava/pdf> (дата обращения 13.03.2020).

# ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕЧЕНИЙ ВОДОРОДО-ВОЗДУШНЫХ ГАЗОВЫХ СМЕСЕЙ

С. Н. Мартюшов

Московский авиационный институт, Москва

Для моделирования детонации и горения в смесях водород-воздух использовалась система уравнений газовой динамики дополненная полной системой уравнений кинетики Газ предполагался невязким.

Система уравнений для полной модели может быть представлена в следующей интегральной форме:

$$d/dt \int_V \vec{Q} dV + \oint_S \vec{n} F dS + \Phi = 0 \quad (1)$$

где  $\vec{Q} = (\rho, \vec{m}, \rho e, \rho c_i)$ ,  $i = 1, \dots, n$  – вектор консервативных переменных длины  $i + 4$ ,  $c_i = \rho_i/\rho$  – удельные плотности компонент газовой смеси,  $\Phi = (0, 0, 0, 0, \rho f_i)$  – источник член, вектор потоков в нормальном к грани контрольного объема направлении может быть представлен в виде  $F = (\vec{m}, \vec{m} \cdot \vec{m}/\rho + PI, \vec{m}(e + p)/\rho, \vec{m}\vec{B})$ , где  $P = \rho R_B T \sum_i \frac{c_i}{\mu_i}$ ,  $e = R_B T \sum_i \frac{c_i}{\mu_i} / (\gamma - 1) + \vec{V}^2/2 + \sum_i c_i h_i$ , давление и энергия конечного объема,  $\sum_i c_i h_i$  – внутренняя энергия химических реакций [1].

Уравнения, описывающие химические реакции, можно представить в виде:

$$\sum_i^n \alpha_{ij} A_i = \sum_i^n \beta_{ij} B_i, \quad j = 1, \dots, M$$

где  $M, N$  – число реакций и компонент смеси, соответственно,  $\alpha_{ij}, \beta_{ij}$  стехиометрические коэффициенты прямой и обратной реакций. Скорости изменения концентраций компонент смеси определяются в соответствии с гипотезой Аррениуса:

$$f_i = \frac{dc_i}{dt} = \sum_{j=1}^M (\beta_{ij} - \alpha_{ij}) w_j(\vec{c}, T), \quad w_j(\vec{c}, T) = k_f(T) \prod_{i=1}^n c_i^{\alpha_{ij}} - k_b(T) \prod_{i=1}^n c_i^{\beta_{ij}} \quad (2)$$

$$k_{f,b} = A_{f,b} T^{l_{f,b}} \exp(-E_{f,b}/RT)$$

Использовалась схема окисления водорода из 9 и 21 химических реакций с различными наборами значений коэффициентов.

Для моделирования течений с детонацией использовалась математическая модель ветвящейся цепной реакции, предложенная в [1], позволяющая правильно описать период накопления радикалов.

Проведены двумерные тестовые расчеты инициации горения и возникновения детонации от теплового пятна и сильной ударной волны в плоском канале и цилиндрическом канале с сужениями. Расчеты проводились на основе численного алгоритма [2], основанного на схеме Хартена [3]. Целью численного моделирования являлось получение в расчетах долговременного процесса детонации.

## Список литературы

1. Семенов Н. Н. *Самовоспламенение и цепные реакции* Успехи химии Т. 36 № 1 с.3-22, 1967.

2. Мартюшов С. Н. *Расчет двух нестационарных задач дифракции на основе явной TVD схемы Хартена*. Вычислительные технологии Том 1, № 2 Новосибирск, 1996, стр. 82-89.
3. Harten A. *A high resolution scheme for the computation of weak solutions of hyperbolic conservation laws*. J. of Comp. Phys., 1983, v.49, p.357-393.

## НЕСТАЦИОНАРНОЕ ВОСПЛАМЕНЕНИЕ ВОДОРОДНОЙ СТРУИ В НАГРЕТОМ СПУТНОМ ВОЗДУШНОМ ПОТОКЕ

*В. Н. Зудов, О. А. Шмагунов*

*Институт теоретической и прикладной механики им. С. А. Христиановича СО  
РАН, Новосибирск*

Работа посвящена прямому численному моделированию горения топливной смеси (смесь  $H_2$ ,  $N_2$ ) в спутном дозвуковом потоке нагретого окислителя (воздух), используя двумерное численное моделирование в сочетании с подробной химической кинетикой. Численно рассмотрен процесс нестационарного истечения топливной струи и ее самовоспламенения. В начальный момент времени в струе наблюдается некоторый период индукции, когда воспламенение еще не произошло. Самовоспламенение наблюдается в местах с низкими скалярными скоростями рассеяния и высокими скоростями уменьшения радикала  $HO_2$ . Обнаружено, что на стадии индукции до самовоспламенения преобладают химическая кинетика и диффузия, в то время как улучшенное скалярное перемешивание, создаваемое крупномасштабными структурами потока, контролирует процесс воспламенения на более поздних стадиях. Исследована кратковременность воспламенения и его связь со смещением, изменяя начальные условия следа и соотношения скоростей струи топлива и окислителя. Эти исследования показывают, что время задержки самовоспламенения не зависит от начальных условий потока в следе. Однако при увеличении соотношения скоростей струй более поздние стадии воспламенения ускоряются, главным образом, из-за улучшенного перемешивания. Исследована чувствительность воспламенения при малых добавках водорода в окислителе.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 19-08-00304).



# МОДЕЛИРОВАНИЕ НЕСТАЦИОНАРНОГО ГОРЕНИЯ МЕТАЛЛИЗИРОВАННОГО ТВЕРДОГО ТОПЛИВА ПРИ ГАРМОНИЧЕСКОМ ИЗМЕНЕНИИ ДАВЛЕНИЯ

А. Ю. Крайнов, В. А. Порязов, Д. А. Крайнов

Томский государственный университет, Томск

Одной из задач теории горения является определение нестационарной скорости горения твердых ракетных топлив при изменении давления в камере сгорания. Феноменологическая теория нестационарного горения [1] позволяет предсказать зависимость скорости горения от скорости изменения давления при относительно небольших скоростях изменения давления. Однако частота изменения давления в камере сгорания может изменяться от 100 до 1000 1/с, и выше. Целью работы является проведение расчетно-теоретического анализа нестационарного горения металлизированного смесового твердого топлива (МСТТ) при гармоническом изменении давления над поверхностью топлива. Задача решена с использованием сопряженной модели горения твердого топлива [2, 3].

Физико-математическая модель построена при следующих предположениях: металлизированное смесовое твердое топливо состоит из смеси перхлората аммония (ПХА), бутилкаучука (БК) и порошка алюминия. При его горении под поверхностью топлива имеется прогретый слой, в котором происходит экзотермическая химическая реакция разложения ПХА. После достижения определенной глубины превращения ПХА появляются газообразные полупродукты его разложения, которые оттекают от поверхности твердого топлива. С поверхности твердого топлива происходит испарение горючей связки (БК). Частицы алюминия выходят на поверхность топлива в расплавленном состоянии, частично агломерируют друг с другом. Получившиеся капли расплавленного алюминия подхватываются потоком газов, и выносятся в газовую фазу. Над поверхностью топлива происходит диффузионно-конвективное перемешивание паров связки и полупродуктов разложения ПХА и химическое реагирование. Экзотермическая химическая реакция в газовой фазе повышает температуру газа. От горячего газа прогреваются агломераты алюминия, и начинают реагировать с окислителем газовой фазы. Проведены расчеты нестационарной скорости горения МСТТ при гармоническом изменении давления над поверхностью твердого топлива. Получены зависимости амплитуды колебаний скорости горения от частоты колебаний давления. Амплитуда скорости горения зависит от частоты немонотонно. С увеличением частоты амплитуда сначала растет, а затем уменьшается.

Работа выполнена при поддержке Минобрнауки в рамках ГЗ № 0721-2020-0036.

## Список литературы

1. Новожилов Б. В. *Нестационарное горение твердых ракетных топлив*. М.: Наука. 1973.
2. Krainov A. Yu., Poryazov V. A., Krainov D. A. *Unsteady Combustion Modeling of Metallized Composite Solid Propellant*. IREMOS. 2019. V. 11. № 5. P. 297–305.
3. Krainov A. Yu., Poryazov V. A., Krainov D. A. *Numerical simulation of the unsteady combustion of solid rocket propellants at a harmonic pressure change*. JMST. 2020. V. 34. № 1. P. 489–497.

# ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ УДАРНЫХ ВОЛН АВАРИЙНОГО ВЗРЫВА МЕТАНА В ШАХТЕ С ВОДЯНЫМИ ЗАСЛОНАМИ

*Е. Е. Мазепа, П. И. Кусаинов, О. Ю. Лукашев, А. Ю. Крайнов*

*Томский государственный университет, Томск*

В [1] перечислены виды аварий, характерных для шахт, из которых взрывы метана и угольной пыли являются наиболее тяжелыми. Опасными факторами взрыва являются избыточное давление, высокая температура, высокая концентрация токсичных продуктов взрыва и высокая скорость воздушных потоков, увлекающая за собой тяжелые предметы. Для гашения ударных волн возможного аварийного взрыва метана в действующих выработках шахты устанавливаются водяные заслоны. Ударные волны взаимодействуя с водяным заслоном уменьшают интенсивность за счет частичного отражения и обмена импульсом с облаком диспергированной воды.

Определение границ взрывобезопасных расстояний осуществляется с помощью методики [2], основанной на газодинамическом подходе, и реализованной в виде компьютерной программы с удобным пользовательским интерфейсом. Однако в ней не учитываются инженерные взрывозащитные сооружения. Очевидно, что взрывозащитные сооружения могут существенно изменить границы взрывобезопасных расстояний, так как при взаимодействии ударной волны с ними происходит перераспределение энергии ударной волны. Поэтому в методике [2] требуется учет штатных взрывозащитных сооружений, используемых в угольных шахтах. Одним из эффективных способов понижения интенсивности ударной волны в шахте является расстановка на их пути водяных или сланцевых заслонов.

Для моделирования взаимодействия ударных волн с водяными или сланцевыми заслонами используется математическая модель, изложенная в [3]. Модель дополнена учетом осаждения диспергированной воды (сланцевой пыли) на стенки выработки. Разработан подход к реализации метода решения задач о распространении ударных волн в разветвленной сети горных выработок с учетом взаимодействия ударных волн с водяными (сланцевыми) заслонами. Подход базируется на использовании метода С.К. Годунова. Метод реализован в виде компьютерной программы с распараллеливанием по ядрам процессора. Приведены примеры решения задачи о распространении ударных волн от взрыва метана в модельных сетях выработок угольной шахты с расставленными в них водяными заслонами.

Работа выполнена при поддержке Минобрнауки в рамках ГЗ № 0721-2020-0036.

## Список литературы

1. *Устав военизированной горноспасательной части (ВГСЧ) по организации и ведению горноспасательных работ на предприятиях угольной и сланцевой промышленности.* М., 1997.
2. *О введении в действие Методики газодинамического расчета параметров воздушных ударных волн при взрывах газа и пыли: 27 апреля 2004 г.* 2004.
3. Васенин И. М., Шрагер Э. Р., Крайнов А. Ю. и др. *Математическое моделирование горения и взрыва высокоэнергетических систем.* Томск: Изд. Том.ун-та., 2006.

# МЕТОД ЧИСЛЕННОГО РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ О РАСПРОСТРАНЕНИИ УДАРНЫХ ВОЛН В РАЗВЕТВЛЕННОЙ СЕТИ ВЫРАБОТОК УГОЛЬНОЙ ШАХТЫ

*Е. Е. Мазепа, П. И. Кусаинов, О. Ю. Лукашев, А. Ю. Крайнов*

*Томский государственный университет, Томск*

В соответствии с «Правилами безопасности в угольных шахтах...» [1] угольные шахты являются опасными производственными объектами. В [2] перечислены виды аварий, характерных для шахт, из которых взрывы метана и угольной пыли являются наиболее тяжелыми. Опасными факторами взрыва являются избыточное давление, высокая температура, высокая концентрация токсичных продуктов взрыва и высокая скорость воздушных потоков, увлекающая за собой тяжелые предметы. Вследствие этих факторов взрывы часто приводят к человеческим жертвам и почти всегда к многомиллионным убыткам.

Практическое определение границ зон поражения по разным факторам осуществляется с помощью специальных отраслевых методик. В России применяется методика [3], основанная на газодинамическом подходе, и реализованная в виде программного пакета с удобным пользовательским интерфейсом. Методика и программный пакет используется для составления планов ликвидации аварий (ПЛА), которые обновляются с периодичностью 1 месяц. Время расчета одного варианта, моделирующего распространение ударных волн от вероятного взрыва метана в какой-либо области угольной шахты, не всегда удовлетворяет службы, составляющие ПЛА. С появлением многоядерных и многопроцессорных компьютеров появилась возможность уменьшить время расчета одного варианта, используя параллельные алгоритмы.

Разработан подход к реализации метода решения задач о распространении ВУВ в разветвленной сети горных выработок с учетом произвольных углов их сопряжения. Подход базируется на использовании метода С.К. Годунова и выделении элементов алгоритма «ячейка», «грань» и «граница». Каждый из указанных элементов алгоритма отвечает за этап вычислений: «граница» – за решение задачи о распаде произвольного разрыва в параметрах газа, «грань» – за определение нормальных и касательных к «границе» компонентов векторов скоростей в ячейках, «ячейка» – за численное решение уравнений, составляющих математическую модель распространения ударных волн. Метод реализован в виде программы ЭВМ с распараллеливанием по ядрам процессора. Приведены примеры решения задачи о распространении ударных волн от взрыва метана в модельных сетях выработок угольной шахты.

Работа выполнена при поддержке Минобрнауки в рамках ГЗ № 0721-2020-0036.

## Список литературы

1. *Правила безопасности в угольных шахтах (ПБ 05-618-03)*. М.: Научно-технический центр по безопасности в промышленности Госгортехнадзора России, 2003.
2. *Устав военизированной горноспасательной части (ВГСЧ) по организации и ведению горноспасательных работ на предприятиях угольной и сланцевой промышленности*. М., 1997.
3. *О введении в действие Методики газодинамического расчета параметров воздушных ударных волн при взрывах газа и пыли: 27 апреля 2004 г.* 2004.

# ИСКРОВОЕ ЗАЖИГАНИЕ СМЕСИ ПОРОШКОВ АЛЮМИНИЯ И БОРА

К. М. Моисеева, А. Ю. Крайнов

Томский государственный университет, Томск

В докладе представлены результаты численного исследования задачи искрового зажигания аэровзвеси порошков алюминия и бора. Постановка задачи основана на работах [1, 2]. Целью исследования являлось определение минимальной энергии искрового зажигания аэровзвеси смеси порошков бора и алюминия в зависимости от состава смеси.

Механизм горения частиц бора основывался на [2]. Методика расчета задачи искрового зажигания, а также механизм горения частиц алюминия представлены в [1]. При постановке задачи использованы подходы механики многофазных реагирующих сред Р. И. Нигматулина. В численном решении использованы алгоритмы распада произвольного разрыва С. К. Годунова и А. Н. Крайко.

Минимальная энергия искрового зажигания порошков алюминия и бора существенным образом зависит от содержания частиц бора в смеси. Из расчетов минимальной энергии искрового зажигания аэровзвеси монодисперсного порошка бора и аэровзвеси монодисперсного порошка алюминия с радиусом частиц 1 мкм было получено, что минимальная энергия искрового зажигания аэровзвеси порошка бора на порядок меньше минимальной энергии искрового зажигания аэровзвеси порошка алюминия. С другой стороны, скорость горения по аэровзвеси порошка алюминия выше скорости горения аэровзвеси порошка бора. Процесс искрового зажигания зависит от скорости нагрева и окисления частиц алюминия и бора, а также от скорости распространения пламени по аэровзвеси смеси порошков алюминия и бора. Скорость распространения пламени по аэровзвеси смеси порошков определяется процентным соотношением между массовыми концентрациями бора и алюминия в смеси. Так, в работе [3] показана существенное влияние состава смеси порошков на скорость распространения пламени по аэровзвеси. В [3] показано, что для одной и той же массовой концентрации порошка скорость распространения пламени может изменять в 2 - 3 раза при переходе от аэровзвеси порошка алюминия к аэровзвеси смеси порошков алюминия и бора, взятых в равных долях.

Из расчетов были получены области зависимости минимальной энергии искрового зажигания аэровзвеси смеси порошков алюминия и бора от массового процентного соотношения между алюминием и бором в смеси, а также от массовой концентрации и радиуса частиц смеси порошков.

Работа выполнена при финансовой поддержке гранта Президента МК-421.2020.8.

## Список литературы

1. Моисеева К. М., Крайнов А. Ю., Дементьев А. А. *Определение критических условий искрового зажигания бидисперсного порошка алюминия в воздухе*. ФГВ. 2019. Т. 55. № 4. С. 26–33.
2. Moiseeva K. M., Krainov A. Yu. *Combustion model of boron-air suspension*. J. Phys. Conf. Ser. 2019. V. 1382. No 012062.
3. Бойчук Л. В., Шевчук В. Г., Швец А. И. *Распространение пламени в двухкомпонентных составах газозвесей алюминия и бора*. ФГВ. 2002. Т. 38. № 6. С. 51–54.

# ОБ УПРАВЛЕНИИ ИНТЕНСИВНОСТЬЮ КОНВЕКТИВНЫХ ПРОЦЕССОВ В ХИМИЧЕСКИ РЕАГИРУЮЩЕМ РАВНОВЕСНОМ ГАЗЕ ДОБАВЛЕНИЕМ ХИМИЧЕСКИ ИНЕРТНЫХ МИКРОЧАСТИЦ

И. Б. Палымский<sup>1</sup>, В. И. Палымский<sup>2</sup>, П. А. Фомин<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Сибирский государственный университет телекоммуникаций и информатики, Новосибирск

<sup>2</sup>Институт теплофизики им. С. С. Кутателадзе СО РАН, Новосибирск

<sup>3</sup>Институт гидродинамики им. М. А. Лаврентьева СО РАН, Новосибирск

В течение последних десятилетий интенсивно изучались различные режимы конвекции химически инертной среды [1]. Но для технологических устройств более типична конвекция химически реагирующего равновесного газа, в который для повышения устойчивости течения вносятся химически инертные частицы микронного размера [2].

В работе используется модель химического равновесия [3], где плотность химически равновесного идеального газа есть функция только абсолютной температуры, так как внешнее давление считается заданным и постоянным, а конвекция газовой смеси рассматривается в приближении Буссинеска. Все численные значения констант соответствуют в стехиометрической водородо-кислородной смеси с добавленными микрочастицами  $Al_2O_3$ .

В линейной теории устойчивости отмечено сосуществование двух противоречивых тенденций. Показано, что протекающие химические реакции обуславливают фактическое повышение значения числа Рэлея (надкритичности), понижение его критического значения и увеличение конвективной неустойчивости. С другой стороны, добавление в реагирующую смесь инертных микрочастиц уменьшает удельную теплоемкость и как следствие, увеличивает критическое значение числа Рэлея, повышая тем самым конвективную устойчивость течения [4].

Цель настоящей работы есть исследование нелинейных режимов такой конвекции.

Численными расчетами показано, что увеличение массовой концентрации микрочастиц обуславливает подавление конвективного движения. Однако, в нелинейном случае результат этого подавления не однозначен, так как уменьшение числа Нуссельта сосуществует с увеличением кинетической энергии при высоком значении надкритичности. Увеличение массовой концентрации микрочастиц приводит к существенному (до 4 раз) снижению теплопередачи (число Нуссельта) и соответствующему снижению среднеквадратичных значений температуры. Однако, среднее волновое число показывает при этом немонотонное поведение, уменьшаясь при низком значении концентрации микрочастиц и увеличиваясь при большом.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 20-08-00903).

## Список литературы

1. Гершуни Г. З., Жуховицкий Е. М. *Конвективная устойчивость несжимаемой жидкости*. М.: Наука, 1972.
2. Федоров А. В., Фомин П. А., Фомин В. М., Тропин Д. А., Чен Дж.-Р. *Физико-математическое моделирование подавления детонации облаками мелких частиц*. Новосибирск: Институт теоретической и прикладной механики СО РАН, Новосибирский государственный архитектурно-строительный университет (Сибстрин), 2011. 156 с.

3. Николаев Ю. А., Фомин П. А. *О расчете равновесных течений химически реагирующих газов*. ФГВ. 1982. Т. 18. № 1. С. 66–72.
4. Палымский И. Б., Фомин П. А. *Конвекция Рэлея-Бенара в химически равновесном газе при наличии химически инертных микрочастиц*. ФГВ. 2018. Т. 54. № 4. С. 38–44.

## РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЯ ДИНАМИЧЕСКОГО СЖАТИЯ БЕРИЛЛИЯ МЕТОДОМ СОСТАВНОГО СТЕРЖНЯ ГОПКИНСОНА

Ф. Ф. Галиев<sup>1</sup>, А. В. Кальманов<sup>1</sup>, Е. В. Кошатова<sup>1</sup>, Д. В. Крючков<sup>1</sup>, В. А. Пушков<sup>2</sup>,  
В. И. Скоков<sup>1</sup>, А. В. Юрлов<sup>1</sup>

<sup>1</sup>ФГУП "РФЯЦ – ВНИИЭФ Саров

<sup>2</sup>ФГБОУ ВО "НИЯУ МИФИСарФТИ Саров

Бериллий, обладая рядом уникальных свойств, является весьма востребованным материалом. Одновременно он имеет малую плотность, высокие модули упругости и прочности, высокую теплопроводность, в связи с чем бериллий находит широкое применение в космической технике, авиа- и ракетостроении. Он является одним из лучших материалов для отражателей и замедлителей в ядерной технике благодаря малой атомной массе, малому сечению захвата и радиационной стойкости. Исследование механических свойств бериллия при статическом и динамическом нагружениях является актуальной задачей. Знание его динамических характеристик важно, например, при оценке поведения конструкций в аварийных ситуациях на АЭС.

В работе представлены результаты исследований динамического сжатия образцов бериллия методом составных стержней Гопкинсона при скоростях деформации  $\dot{\epsilon} \sim 1000 - 3500 \text{ с}^{-1}$ . Получены зависимости напряжений от деформации ( $\sigma - \epsilon$ ), которые указывают на высокое деформационное упрочнение бериллия, степень упрочнения составляет 7,0 ГПа/отн.ед. В реализованном диапазоне скоростей деформаций условный предел текучести слабо зависит от скорости деформации, среднее значение  $\sigma_{0,2} = (450 \pm 27) \text{ МПа}$ . Образцы деформировались без разрушения, остаточная деформация составила 15,5%. Также в работе приведены результаты исследований микроструктуры бериллиевых образцов на сканирующем электронном микроскопе с функцией микроанализатора и рентгеновском дифрактометре. Проведено сравнение полученных диаграмм динамического сжатия с диаграммами бериллия марки S200F производства США.

# О МОДЕЛИРОВАНИИ ТЕПЛОВОЙ КОНВЕКЦИИ НА ОСНОВЕ УРАВНЕНИЙ ГАЗОВОЙ ДИНАМИКИ

И. Б. Палымский<sup>1</sup>, В. И. Палымский<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Сибирский государственный университет телекоммуникаций и информатики, Новосибирск

<sup>2</sup>Институт теплофизики им. С. С. Кутателадзе СО РАН, Новосибирск

В течение последних десятилетий интенсивно изучалась конвекция химически инертной среды, при этом, в подавляюще числе работ использовалось приближение Буссинеска [1]. В качестве недостатков такого подхода следует отметить полное игнорирование сжимаемости среды и своеобразную трактовку давления. При рассмотрении конвекции в газовой смеси используется урезанное уравнение состояния, так как давление в уравнении состояния считается заданным и постоянным, а плотность при этом зависит только от температуры [2].

Отмечено [3], что расчет конвективных течений на основе уравнений газовой динамики связан с преодолением больших технических трудностей, которые обусловлены в первую очередь маленькими значениями числа Маха (порядка  $10^{-3}$  и меньше). Указанное обстоятельство приводит к необходимости использования несоразмерно малого шага по времени и практически к невозможности проведения детальных расчетов.

Однако, использование эффективного графического ускорителя (NVIDIA GeForce GTS780 TI с 2880 вычислительных CUDA ядер) и массивно-параллельная обработка данных делает возможным проведение таких расчетов [4].

В настоящей работе на основе явной схемы по времени и схемы второго порядка аппроксимации по пространству написана вычислительная программа, которая проходит детальное тестирование в расчетах с разными шагами по пространству и времени и различными типами граничных условий.

Можно сделать некоторые выводы об эффективности технологии CUDA для решения задачи о конвекции газа. В качестве примера укажем, что использование графического ускорителя позволяет проводить расчеты двумерной конвекции на сетке насчитывающей (960x320) узлов, выполняя примерно  $10^6$  шагов по времени за час.

Результаты расчетов конвекции на основе уравнений газовой динамики сравниваются с данными по конвекции газа в приближении Буссинеска. Устанавливаются границы применимости используемых моделей.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 20-08-00903).

## Список литературы

1. Палымский И. Б. *Турбулентная конвекция Рэлея-Бенара. Численный метод и результаты расчетов*. Германия: LAP, 2011.
2. Palymskiy I. B., Fomin P. A., Hieronymus H. *Rayleigh-Benard convection in a chemical equilibrium gas (simulation of surface detonation wave initiation)*. Applied Mathematical Modelling. 2008. V. 32. Is. 5. pp. 660–676.
3. Лапин Ю. В., Стрелец М. Х. *Внутренние течения газовых смесей*. М.: Наука, 1989.
4. Боресков А. В., Харламов А. А. *Основы работы с технологией CUDA*. М.: ДМК, 2010.

# ИНТЕНСИФИКАЦИЯ РАБОЧЕГО ПРОЦЕССА В ВЫСОКОСКОРОСТНОЙ ПРЯМОТОЧНОЙ КАМЕРЕ СГОРАНИЯ НА ЖИДКОМ УГЛЕВОДОРОДНОМ ТОПЛИВЕ

*А. В. Тупикин, П. К. Третьяков*

*Институт теоретической и прикладной механики им. С. А. Христиановича СО  
РАН, Новосибирск*

Изучение физических принципов интенсификации рабочего процесса в прямооточных камерах сгорания (КС) достаточно актуально, и в настоящее время работы в этом направлении активно ведутся во многих странах. Прежде всего, это относится к странам, имеющим действующие космические программы и развитую аэрокосмическую промышленность (США, Россия, Китай, страны Европейского Союза). Основная задача при организации эффективного рабочего процесса в высокоскоростной КС – это реализация высокой полноты сгорания при минимальных гидравлических потерях по тракту двигателя. Для этого применяются различные схемы и методы: вихревые генераторы и двухструйные течения; двухкамерные КС с параллельным и последовательным расположением; детонационный и преддетонационный режимы горения, а также различные способы предварительной подготовки топлива, окислителя или смеси.

В работе представлен результат анализа существующих способов интенсификация рабочего процесса в высокоскоростной прямооточной камере сгорания на жидком углеводородном топливе. А также на основе экспериментального изучения горения керосина в псевдоскачке при импульсно-периодическом газодинамическом воздействии на течение продемонстрирована эффективность метода, описанного в [1]. Модельная КС состояла из двух секций постоянного сечения (диаметрами 50 и 90 мм), в конце первой подавались газодинамические импульсы. Был реализован контролируемый переход от диффузионного к псевдоскачковому режиму горения. При этом наблюдалась высокая полнота сгорания в псевдоскачке ( $\sim 0.9$ ). Оценка полноты сгорания топлива проводилась по квазиодномерной методике, основанной на распределении статического давления по тракту [2]. Были получены данные о динамике движения фронта возмущения от газодинамического импульса.

Работа частично выполнена в рамках Программы фундаментальных научных исследований государственных академий наук на 2013-2020 годы (проект АААА-А17-117030610135-6) и частично при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 20-08-00245).

## Список литературы

1. Третьяков П. К., Прохоров А. Н. *Сверхзвуковой прямооточный воздушно-реактивный двигатель с пульсирующим режимом запуска (СПВРД С ПРЗ) и способ его работы*. Патент на изобретение РФ (Заявка № 2016113653. Приоритет 08.04.2016). №.2651016. М., 2018. С. 8. (Бюллетень “Изобретения. Полезные модели”, № 11)
2. Третьяков П. К. *Определение теплоподвода к потоку в канале с псевдоскачком*. ФГВ. 1993. № 3. С. 71–77.



# ПОСТРОЕНИЕ ИМИТАЦИОННЫХ МОДЕЛЕЙ ДЛЯ АНАЛИЗА КОСМИЧЕСКИХ АППАРАТОВ НА УДАРНЫЕ ВОЗДЕЙСТВИЯ ВЫСОКОЙ ИНТЕНСИВНОСТИ

С. А. Орлов<sup>1</sup>, К. А. Матвеев<sup>2</sup>, Г. И. Расторгуев<sup>2</sup>

<sup>1</sup>АО ИСС имени М.Ф. Решетнева, Железногорск

<sup>2</sup>Новосибирский государственный технический университет, Новосибирск

В конструкции современных космических аппаратов (КА) используются различные композиционные материалы, металлы, металлические и неметаллические сотовые панели, и т.д. При этом корпуса приборов выполняются преимущественно из алюминиевых и магниевых сплавов. И становится достаточно сложно определить демпфирующие свойства конструкций при распространении по ним высокоинтенсивных ударных воздействий, т.к. приходится учитывать конструкционное демпфирование, демпфирующие свойств самих материалов, а также существенные отличия акустических импедансов элементов конструкций. Следует отметить, что на этапе эскизного проектирования, когда нет достоверных данных о конструкции КА, и расположении приборов, использование технологии конечно-элементного моделирования малоэффективно. В этом случае можно воспользоваться технологией имитационного моделирования [1, 2]. В работе рассматриваются стохастические модели исследуемой системы и рабочей нагрузки. Нагрузка задается в виде ударного спектра ускорений, показывающего максимальный отклик системы на внешнее воздействие [3].

За основу рабочей нагрузки принята модель, предложенная в [4], показывающая изменение ударного спектра ускорений в зависимости от расстояния от точечного источника ударного воздействия. В рассматриваемой работе модель модифицирована с учетом резкого изменения ударного спектра ускорений при переходе через стыки элементов конструкции КА, а также через специальные устройства (амортизаторы, фермы крепления оборудования и т.д.). Модель рабочей нагрузки состоит из различных стохастических моделей для трех частотных поддиапазонов. В общем случае модели рабочей нагрузки и исследуемой системы состоят из 14 случайных параметров, учитываемых при определении нагружения КА. В докладе приводятся сравнение расчетов с результатами экспериментов при срабатывании пиротехнических устройств КА.

## Список литературы

1. Гультаев А.К. *MatLab 5.3. Имитационное моделирование в среде Windows*. С-Петербург: КОРОНА принт, 2001. – 400 с.
2. S. A. Orlov, K. A. Matveev, G. I. Rastorguev *Rationing and shock testing on-board equipment of spacecrafts*. Journal of Physics: Conference Series. - 2017. - Vol. 894 : Modern problems of continuum mechanics and explosion physics : all-Russian conf. with intern. participation. - Art. 012131 (5 p.). - DOI: 10.1088/1742-6596/894/1/012131.
3. ECSS-E-HB-32-25A. Space engineering. Mechanical shock design and verification handbook. 14 July 2015 – 541p.
4. Pyroshock test criteria. NASA-STD-7003A, dez. 20, 2011- 41p.

## СКОРОСТЬ ДЕТОНАЦИИ АЛЮМИНИЗИРОВАННЫХ ЭМУЛЬСИОННЫХ ВЗРЫВЧАТЫХ ВЕЩЕСТВ

*Е. И. Микулянец<sup>1,2</sup>, А. В. Пластинин<sup>1</sup>, А. С. Юношев<sup>1,2</sup>*

<sup>1</sup>Институт гидродинамики им. М. А. Лаврентьева СО РАН, Новосибирск

<sup>2</sup>Новосибирский государственный университет, Новосибирск

В промышленности, в зависимости от задачи, применяют разнообразные составы эмульсионных взрывчатых веществ (ЭМВВ). Используя различные компоненты и, варьируя их количество, можно в широком диапазоне менять эксплуатационные и детонационные свойства ЭМВВ. Одним из компонентов, который часто используется для увеличения теплоты взрыва ВВ, является алюминиевый порошок. Несмотря на широкое использование алюминия в качестве добавки, его влияние на детонационные характеристики ВВ сложное и зачастую непредсказуемое. Тем не менее, научные работы, в которых приводятся исследования детонационных характеристик ЭМВВ с добавлением алюминия, немногочисленны. Как правило, изучаются составы с плотностью более  $1.0 \text{ г/см}^3$ , что актуально при ведении горных работ. При этом отмечается, что скорость детонации ЭМВВ с добавлением алюминия всегда меньше, чем исходного ЭМВВ, а давление в окружающей среде при этом оказывается несколько больше.

В данной работе проведено измерение скорости детонации алюминизированного ЭМВВ, сенсibilизированного полимерными микробаллонами, с начальной плотностью  $0.5 - 1.0 \text{ г/см}^3$ . В качестве основы взрывной композиции было выбрано ЭМВВ, состоящее из водного раствора аммиачной и натриевой селитры, индустриального масла и эмульгатора. Плотность чистой эмульсии  $1.41 \text{ г/см}^3$ . В качестве сенсibilизатора использовались полимерные микросферы Exrapcel. В качестве алюминиевой добавки использовался порошок ПАП-2.

Для измерения скорости детонации алюминизированное ЭМВВ помещалось в тонкостенную полимерную трубку. Диаметр трубки варьировался в диапазоне  $5 - 22 \text{ мм}$ . Для оценки предельной скорости детонации, в качестве оболочки заряда использовалась стальная трубка с внутренним диаметром  $46 \text{ мм}$  и толщиной стенки  $2.5 \text{ мм}$ .

При измерении скорости детонации зарядов ЭМВВ с начальной плотностью  $1.0 \text{ г/см}^3$  показано, что добавление алюминиевого порошка монотонно уменьшает скорость детонации во всём диапазоне исследуемого содержания алюминия и при всех диаметрах зарядов, что находится в соответствии с результатами работ других авторов. Также добавление алюминия монотонно увеличивает критический диаметр детонации ЭМВВ.

Аналогичные эксперименты, проведённые с ЭМВВ с начальной плотностью  $0.63$  и  $0.5 \text{ г/см}^3$ , показали, что добавление алюминия (до 30% массовых) увеличивает скорость детонации в зарядах большого диаметра. При уменьшении диаметра заряда, скорость детонации плавно уменьшается и, при некотором диаметре, скорость детонации “чистого” и алюминизированного ЭМВВ сравниваются. При дальнейшем уменьшении диаметра заряда, скорость детонации алюминизированного ЭМВВ становится меньше, чем у ЭМВВ без добавок. Критический диаметр детонации у алюминизированных ЭМВВ с низкой плотностью, как и у ЭМВВ с плотностью  $1.0 \text{ г/см}^3$ , больше, чем у ЭМВВ без добавок.

Полученные результаты свидетельствуют о ключевой роли структуры заряда в процессе детонации алюминизированных ЭМВВ. В то время, как в зарядах ЭМВВ с плотностью более  $1.0 \text{ г/см}^3$  добавка алюминия лишь уменьшает скорость детонации, в низкоплотных ЭМВВ предельная скорость детонации существенно увеличивается.

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ 15-03-00883.

## ДЕТОНАЦИЯ В ПУЗЫРЬКОВЫХ СРЕДАХ: ЭФФЕКТ НАЧАЛЬНОГО ДАВЛЕНИЯ

*А. И. Сычев*

*Институт гидродинамики им. М. А. Лаврентьева СО РАН, Новосибирск*

Детонация — самоподдерживающийся процесс. Детонационные волны существуют в разнообразных гомогенных и гетерогенных средах. При этом волны детонации во всех средах обладают общими признаками: детонация — самоподдерживающийся процесс. Данное обстоятельство обусловлено проявлением общего для всех систем свойства — это химически активные среды. Именно наличие энерговыделения в среде обеспечивает возможность существования волн детонации. В свою очередь, структурные особенности и физико-химические свойства систем определяют специфические черты детонационных волн в той или иной среде.

Детонация в пузырьковых средах («пузырьковой» детонация), обладая общими для всех детонационных волн признаками, имеет ряд особенностей, проявляющийся в структуре, свойствах и механизме распространения. Химически активные пузырьковые среды разнообразны: жидкий компонент среды может содержать пузырьки, различающиеся как по размерам, так и по составу газов; при этом химически взаимодействующие вещества могут находиться в газовой или (и) в жидкой фазе: химически активные пузырьковые среды различаются как структурно, так и качественно.

Волна детонации в пузырьковых средах представляет собой уединенную волну сжатия с пульсационным профилем давления и является результатом проявления коллективного характера взаимодействия пузырьков газа, равномерно распределенных в жидкости: воспламенившиеся в волне детонации пузырьки излучают в окружающую жидкость ударные волны, которые, в свою очередь, воспламеняют пузырьки, находящиеся перед волной детонации. Инициировать «пузырьковую» детонацию способны ударные волны с амплитудой, большей критической, величина которой определяется параметрами и физико-химическими свойствами пузырьковых сред. При этом характеристики детонационных волн не зависят от условий инициирования: детонация в пузырьковых средах — автоволновой процесс.

Явление «пузырьковой» детонации обладает большой общностью: детонационные волны обнаружены в пузырьковых средах различной структуры (моно- и полидисперсные, одно- и многокомпонентные) качественно различного типа («химически неактивная жидкость — пузырьки химически активного газа», «жидкое горючее — пузырьки газообразного окислителя»).

Детонация — диссипативный процесс: возможность распространения детонационных волн обеспечивается энерговыделением в среде, компенсирующим затраты энергии волной на необратимое преобразование среды. В пузырьковых средах вещества, способные к энерговыделению, находятся в газовой фазе (в пузырьках газа). При изменении начального давления среды с заданной объемной концентрацией газовой фазы массовая концентрация газа и, следовательно, энергосодержание системы меняются. Начальное давление пузырьковой среды является, таким образом, параметром, влияющим на характеристики и на саму возможность существования волн «пузырьковой» детонации.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 13-03-01165).

## ФАКТОРЫ, ВЛИЯЮЩИЕ НА ПРОЦЕСС ВОЛНООБРАЗОВАНИЯ ПРИ СВАРКЕ ВЗРЫВОМ

Б.С. Злобин<sup>2</sup>, А.А. Штерцер<sup>1,2</sup>, В.В. Киселев<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Институт гидродинамики им. М. А. Лаврентьева СО РАН, Новосибирск

<sup>2</sup>Конструкторско-технологический филиал Института гидродинамики им. М. А. Лаврентьева СО РАН, Новосибирск

Авторы данной работы ранее получили соотношения для прогнозирования размеров мелких и крупных волн, генерируемых в зоне сварного шва. Было показано, что возможно существование множества значений длин  $\lambda$  волн, которые, тем не менее, укладываются в определенный диапазон между максимальными и минимальными значениями [1]. В предположении, что неустойчивые крупные и мелкие волны со временем переходят в устойчивые с постоянной длиной и амплитудой, в [1] был указан диапазон “разрешенных” длин волн, в виде  $\lambda_{min} \leq \lambda \leq \lambda_{max}$ . С целью понять закономерности появления неустойчивых течений, были проведены эксперименты, в которых перед сваркой на пластинах делались пазы или выступы. Выявлена особенность, повторяющаяся в экспериментах и иллюстрируемая рис. 1. При метании пластин с пазами глубиной 0,5 мм и шириной больше толщины метаемой пластины, на расстоянии 15 – 30 мм перед пазом (рис. 1, точка В), размеры волн начинают уменьшаться и, в отдельных случаях, волны полностью исчезают. При этом толщина метаемой пластины за счет паза изменяется не более чем на 15%.

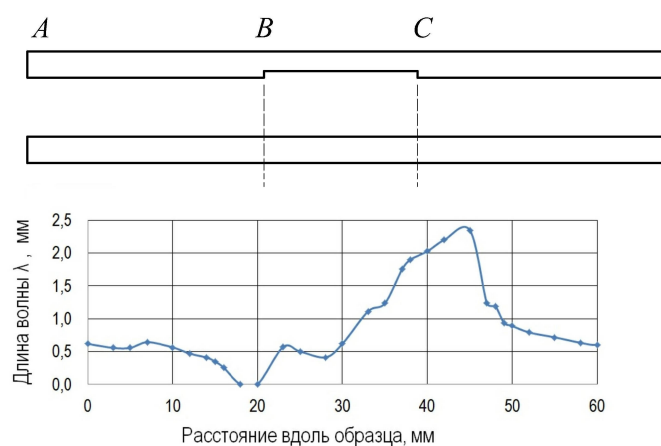


Рис. 1: Волнообразование в зоне соединения при наличии паза в метаемой пластине

За точкой В размеры волн растут, их максимальное значение достигается в районе точки С и далее происходит спад  $\lambda$  до прежнего значения, соответствующего стационарным волнам (см. рис. 1). Подобные результаты были получены в разных экспериментах, независимо от толщин метаемой и неподвижной пластины, и от того расположен ли паз на поверхности соударения или на противоположной стороне метаемой пластины. Предположительно появление неустойчивых волн связано со скачкообразными изменениями угла соударения в точках В и С.

## Список литературы

1. Злобин Б. С., Киселев В. В., Штерцер А. А. *О влиянии механических свойств материалов на волнообразование при сварке взрывом*. ФГВ. 2019. Т. 55. № 4. С. 74–81.

## ИНИЦИИРОВАНИЕ ЭМВВ УДАРОМ ПЛАСТИНКИ

М. С. Воронин<sup>1,3</sup>, А. В. Пластинин<sup>1</sup>, В. П. Халеменчук<sup>1,3</sup>, А. С. Юношев<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup>Институт гидродинамики им. М. А. Лаврентьева СО РАН, Новосибирск

<sup>2</sup>Новосибирский государственный университет, Новосибирск

<sup>3</sup>Новосибирский государственный технический университет, Новосибирск

Определение параметров ударно-волнового инициирования эмульсионного взрывчатого вещества (ЭМВВ) очень важно как с точки зрения безопасности обращения с ЭМВВ, так и с точки зрения определения оптимальных условий инициирования ЭМВВ. Кроме того, изучение условий инициирования важно для понимания механизма детонации ЭМВВ и построения моделей кинетики разложения ЭМВВ за фронтом ударной волны.

Для инициирования ЭМВВ использовалась тонкая дюралевая пластинка, ускоренная продуктами детонации ВВ до известной скорости. Пластина ударяла по дюралевому экрану, за которым находилось изучаемое ЭМВВ. Факт инициирования ЭМВВ определялся либо с помощью пластины свидетеля, расположенной с обратной стороны ЭМВВ, либо с помощью импульсной рентгенографии, либо измерением скорости детонации ионизационными датчиками. Плотность исследуемого ЭМВВ варьировалась в диапазоне 0.5 – 1.2 г/см<sup>3</sup>.

По методу, близкому к тому, что использовался в работе [1], рассчитана удельная энергия (на единицу поверхности) ударно-волнового инициирования при ударе по ЭМВВ тонкой пластинкой. Разложение эмульсии в расчёте не учитывалось. Показано, что наиболее чувствительным к ударно-волновому воздействию является ЭМВВ с плотностью в диапазоне 0.9 – 1.1 г/см<sup>3</sup>.

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ 15-03-00883.

## Список литературы

1. Nielsen K. L. C., Craciun C., Craig T. R., Turcotte R. *High-velocity projectile initiation of emulsion explosives*. Conference: 38th International Pyrotechnics Seminar, At Denver, CO, USA, 2012.

## УСОВЕРШЕНСТВОВАНИЕ КОНСТРУКЦИЙ И ЧИСЛЕННЫЕ РАСЧЕТЫ ВЗРЫВНЫХ КАМЕР

Ю. П. Мещеряков<sup>1</sup>, Б. С. Злобин<sup>1</sup>, Н. П. Ермилов<sup>1</sup>, А. А. Штерцер<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup>Конструкторско-технологический филиал Института гидродинамики им. М. А. Лаврентьева СО РАН, Новосибирск

<sup>2</sup>Институт гидродинамики им. М. А. Лаврентьева СО РАН, Новосибирск

Более 40 лет в Конструкторско-технологическом филиале Института гидродинамики им. М.А. Лаврентьева СО РАН ведутся работы по проектированию и изготовлению взрывных камер (ВК) для научных исследований и промышленного применения. Особое внимание уделяется повышению надежности ВК. Известно, что при взрывном нагружении в замкнутых оболочках (корпусах) ВК возникают напряжения, которые могут значительно отличаться в различных местах оболочки. Как правило, максимальные напряжения локализуются в ее полусах, в то время как минимальные в срединной части ВК [1]. Уровень концентрации напряжений, определяемый как отношение максимального значения напряжений к минимальному и характеризующий степень однородности поля напряжений в оболочке зависит от геометрических параметров корпуса ВК, в частности от отношения толщины оболочки  $h$  к ее радиусу  $R$ . С помощью численного метода конечных элементов проведены расчеты и получена зависимость уровня концентрации напряжений от параметра  $h/R$ , которая используется при проектировании ВК. Это позволяет увеличить ресурс ВК без увеличения их массогабаритных параметров.

Одним из важных требований, предъявляемых к ВК является их надежная герметизация в целях предотвращения выбросов газообразных продуктов детонации при подрыве заряда взрывчатого вещества (ВВ). В связи с этим постоянно совершенствуются конструкции уплотнительных узлов разъемов камеры, газовыпускных и вакуумных клапанов [2, 3]. Оригинальные конструкторские решения принимаются при проектировании ВК для проведения исследований детонации ВВ с использованием синхротронного излучения. Для точного наведения пучка излучения на исследуемый объект было создано устройство, позволяющее поворачивать корпус КВ вокруг вертикальной оси и перемещать его в вертикальной и горизонтальной плоскостях с высокой точностью. Сложность задачи состояла в том, что КВ на 2 кг ВВ весит около 14 тонн.

### Список литературы

1. Stoyanovskii O.I., Zlobin B.S., Shtertser A.A., and Meshcheryakov Y.P. *Metal explosion chambers: designing, manufacturing, application*. J. Phys.: Conf. Ser. 2017. V. 894. 012091.
2. Злобин Б. С., Скорняков Ю. В., Ермилов Н. П., Мещеряков А. А. *Газовыпускной клапан камеры для обработки материалов энергией взрыва*. Патент РФ № 2702600. Опубл. 09.10.2019. Бюл. № 28.
3. Мещеряков А. А., Ермилов Н. П., Злобин Б. С., Мещеряков Ю. П. *Уплотнительный узел разъема камеры для обработки материалов энергией взрыва*. Патент РФ № 2630150. Опубл. 05.09.2017. Бюл. № 25.

## METAL-CARBON COMPOSITES MADE BY DETONATION SPRAYING

*A. A. Shtertser, V. Yu. Ulianitsky, I. S. Batraev, D. K. Rybin, Ya. L. Lukyanov*

*Lavrentyev Institute of Hydrodynamics, Novosibirsk*

In detonation spraying, fuel + oxidizer gas mixtures are commonly used, in which amount of oxygen is sufficient to oxidize all the carbon contained in the fuel. However, it is possible to spray coatings with the use of fuel-rich mixtures too, when the detonation products contain free carbon. When the acetylene + oxygen mixture ( $C_2H_2 + kO_2$ ) is used then carbon appears at  $k < 1$ . Experiments show that when fuel-rich acetylene-oxygen mixtures detonate, the products contain nanoscale carbon particles, and this carbon material was called nanoscale detonation carbon (NDC). Herewith, the morphology of NDC depends significantly on the  $k$  parameter [1, 2]. In particular, at  $k < 0.60$ , NDC consists of nanosized spherical particles, and at  $k \geq 0.68$  graphene-like particles with a thickness of up to 20 nm appear [2].

Research on the production of NDC has led to the idea that, in order to obtain metal-carbon composites, it is possible to spray metal powders using fuel-rich gas mixtures. Interest in such materials, known as carbon-reinforced metal matrix composites, is currently quite high [3].

In present work, deposition of metal coatings (Cu, Al, Ni, Ti) in the presence of carbon in the detonation products was made on the Computer Controlled Detonation Spraying device CCDS2000. Metal-carbon composite samples were also produced by detonation spraying of mixtures of metal powders with separately obtained NDC. The microstructure of the obtained composites was studied, microhardness and cohesion were measured. The level of carbon content was evaluated by the energy dispersion spectrometer X-max available in the Merlin VP electron microscope. The properties of composites were compared with those of carbon-free metal coatings.

The performed experiments have shown that it is possible to obtain metal-carbon composites in two ways. In the first one, the carbon component of the composite is generated directly in the process of spraying metal powder on the substrate. Fuel-rich gas mixtures are used for this purpose. In the second one, NDC is produced by the method described in [1], then a mixture of metal powder and NDC is prepared, and finally composite is produced by spraying this mixture onto the substrate.

The reported study was funded by the Russian Foundation for Fundamental Research and Vietnam Academy of Science and Technology, according to the research project No 20-53-54001.

### Список литературы

1. Shtertser A. A., Ulianitsky V. Yu., Batraev I. S., and Rybin D. K. *Production of Nanoscale Detonation Carbon using a Pulse Gas-Detonation Device*. Tech. Phys. Lett. 2018. V. 44. No 5. P. 395–397.
2. Shtertser A. A., Rybin D. K., Ulianitsky V. Yu., Park W., Datekyu M., Wada T., Kato H. *Characterization of Nanoscale Detonation Carbon produced in a Pulse Gas-Detonation Device*. Diamond Relat. Mater. 2020. V. 101. 107553.
3. Dadkhah M., Saboori A., and Fino P. *An Overview of the Recent Developments in Metal Matrix Nanocomposites Reinforced by Graphene*. Materials. 2019. V. 12. 2823.

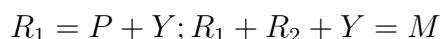
# РЕЖИМЫ РАСПРОСТРАНЕНИЯ ВОЛН ГОРЕНИЯ В РЕАКЦИОННОЙ СМЕСИ РЕАГЕНТОВ ПРИ ВЫСОКОТЕМПЕРАТУРНОМ СИНТЕЗЕ КОМПОЗИЦИОННЫХ МАТЕРИАЛОВ

Ю. А. Чумаков<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Институт физики прочности и материаловедения СО РАН, г. Томск

Синтез материалов горением, также известен как самораспространяющийся высокотемпературный синтез (СВС), является метод получения композиционных материалов из экзотермических реакций в процессе горения. Характерной особенностью синтеза композиционных материалов в СВС режиме заключается в том, что после локального инициирования реакции внешним тепловым источником происходит самоподдерживающееся распространение волны реакции через гетерогенную смесь реагентов. Химические реакции, протекающие в волне горения, идут по сложному многостадийному механизму, включающему цепные, последовательные и параллельные реакции. Из-за сложности механизма превращения внимание исследователей привлекают простые брутто-схемы многостадийного химического превращения волне горения. В настоящее время имеется ряд работ, в которых распространение волны горения в реагирующих конденсированных системах с последовательными или параллельными реакциями экзо- и (или) эндотермическими реакциями.

В предлагаемой работе проводится теоретическое исследование режимов распространения волны горения в реакционной смеси реагентов с плавящемся в зоне прогрева компонентами, в предположении, что процесс можно условно описать двумя суммарными последовательно-параллельными реакциями. Для описания превращений в системе в макромоделе приемлема условная схема



где  $R_1, R_2, Y$  - реагенты реакции,  $P$  - частица,  $M$  - матрица.

Численное исследование модели синтеза композиционного материала горением показало, что существуют критические значения параметров  $\beta_*$ , разделяющий колебательный и стационарный режим распространения фронта реакции. Если работать в области, где  $\gamma > \gamma_*, \beta > \beta_*$ , то синтеза материала будет протекать в устойчивом стационарном режиме. При  $\gamma < \gamma_*, \beta < \beta_*$  режим будет сильно неустойчивым, переходящий либо к срыву горения, либо к взрывному развитию процесса. Стоит отметить, что для рассматриваемой системы реакций существует единственное критическое значение  $\beta_* = 0.1 \pm 0.01$ , разделяющее стационарный и пульсирующий режим распространения фронта волны горения по реакционной системе, и это значение остается постоянным при варьировании остальных параметров модели в широком диапазоне изменения.

Работа выполнена в рамках государственного задания ИФПМ СО РАН, проект III.23.2.12



# ИССЛЕДОВАНИЕ ДИССИПАТИВНЫХ СВОЙСТВ ВОДНОЙ ПЕНЫ В ПРОЦЕССЕ УДАРНОГО ВОЗДЕЙСТВИЯ

Р. Х. Болотнова, Э. Ф. Гайнуллина

Институт механики им. Р. Р. Мавлютова УФИЦ РАН, Уфа

В настоящее время актуальным направлением исследований является поиск современных высокоэффективных защит от деструктивного воздействия ударных волн (УВ) на окружающую среду, что связано с широким применением динамических нагрузок в технологических процессах и промышленных производствах. Одним из перспективных методов ослабления интенсивности ударного импульса является использование преград из водных пен. Анализ демпфирующих особенностей пенных сред, проведенный в работах [1, 2], показал, что высокая степень сжимаемости пены снижает скорость распространения УВ и приводит к их ослаблению.

Данная работа является развитием исследований поведения водной пены при ударном воздействии с меньшей, по сравнению с [3], интенсивностью УВ. В таком режиме нагружения сохраняется пенная структура. Предлагаемая авторами двухфазная модель описывает указанное свойство водной пены с учетом вязко-упругости Гершеля-Балкли.

В настоящем исследовании моделировалось распространение УВ в пенном слое в ударной трубе квадратного сечения для условий экспериментов [4], в которых варьировалось начальное объемное водосодержание пены от 2 до 8% и амплитуда давления не превышала 4 бар.

Численное моделирование процесса проводилось в трехмерной постановке с применением решателя, созданного авторами на базе открытого пакета OpenFOAM [5]. Проведенный сравнительный анализ расчетов и экспериментальных данных [4] по распространению УВ в водной пене показал, что как в экспериментах, так и в расчетах за фронтом ударной волны наблюдается значительное локальное увеличение водосодержания пены (до 20%), что существенно влияет на динамику УВ.

Работа выполнена при финансовой поддержке средствами государственного бюджета по госзаданию 0246-2019-0052.

## Список литературы

1. Jourdan G., Marian C., Houas L. et. al. *Analysis of shock-wave propagation in aqueous foams using shock tube experiments*. Physics of Fluids. 2015. No. 27. P. 056101.
2. Del Prete E., Chinnayya A., Domergue L., et al. *Blast Wave Mitigation by Dry Aqueous Foams*. Shock Waves. 2013. Vol. 23. No. 1. P. 39–53.
3. Болотнова Р. Х., Гайнуллина Э. Ф. *Влияние теплообменных процессов на снижение интенсивности сферического взрыва в водной пене*. ПММ. 2019. Т. 83. № 3. С. 468–477.
4. Monloubou M., Le Clanche J., Kerampran S. *New experimental and numerical methods to characterise the attenuation of a shock wave by a liquid foam*. 24eme Congres Francais de Mecanique: Brest, 26 au 30 Aout. 2019.
5. The Open Source Computational Fluid Dynamics (CFD) Toolbox. URL: <http://www.openfoam.com>.

# МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ И ЧИСЛЕННЫЙ АНАЛИЗ СХЛОПЫВАНИЯ УПРУГОПЛАСТИЧЕСКОЙ ОБОЛОЧКИ С УЧЁТОМ ВОЗМОЖНОСТИ РАЗВИТИЯ НЕУСТОЙЧИВОСТИ ПРОЦЕССА

*А. С. Новосельцев, А. В. Бабкин*

*Московский государственный технический университет им. Н. Э. Баумана (национальный исследовательский университет), Москва*

Представлены математическая модель и численное исследование процесса схлопывания облицовки кумулятивного заряда под действием внешнего давления, имитирующего взрывную нагрузку. Базовая облицовка рассматривалась как изначально цилиндрическая сжимаемая упругопластическая оболочка в рамках двухмерной плоской нестационарной задачи механики сплошных сред. Для численного решения использовался известный лагранжев метод, доработанный в части соотношений, описывающих механическое поведение упругопластической среды. Неустойчивость деформирования оболочки инициировалась гармоническими поверхностными возмущениями, изначально задаваемыми на наружной или на внутренних поверхностях. О степени проявления неустойчивости судили по отклонению возмущенной поверхности от цилиндрической. Она могла значительно изменяться - от начальных нескольких процентов, обусловленных технологической разностенностью кумулятивных облицовок, до нескольких десятков процентов. Осуществлен ряд расчетных верификационных мероприятий, доказывающих дееспособность разработанной математической модели и возможность ее использования для численного анализа рассматриваемого процесса. Проведен параметрический анализ развития неустойчивости схлопывающейся оболочки с изменением положения возмущаемой поверхности (наружная или внутренняя), амплитуды и длины волны начальных поверхностных возмущений, плотности и динамического предела текучести ее материала, флуктуаций амплитуды максимального давления поверхностной нагрузки, постоянной спада и времени прихода нагружающего давления на участки поверхности оболочки. Показано, что упругопластическая оболочка с точки зрения развития неустойчивости наиболее чувствительна к флуктуациям параметров взрывной нагрузки - максимальному давлению и времени возникновения давления на поверхности оболочки. Отмечено, что для рассмотренного случая приложения нагрузки на внешней поверхности неустойчивость носит характер инерционной неустойчивости Релея-Тейлора. Наружная поверхность более подвержена развитию возмущений, а внутренняя - более устойчива.

# Исследование распределения пор по размерам при высокоскоростном растяжении в тантале на основе метода молекулярной динамики

Д. С. Воронин<sup>1</sup>, А. Е. Майер<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Челябинский государственный университет, Челябинск

<sup>2</sup> Челябинский государственный университет, Челябинск

Явление динамического разрушения широко исследуется теоретически и экспериментально, а также при помощи численного моделирования [1–3]. Широкое распространение в данной области получил метод молекулярной динамики (МД) которой на основе потенциала меж-атомного взаимодействия описывает процессы в наноразмерных объемах материалов. Полученные данные в области кинетики разрушения помогают лучше понять природу и характер разрушения металлов при создании новых сплавов и композитов. В данной работе с помощью МД, проводилось исследование кинетики образования пор в твердом тантале с изначально идеальной решеткой, который подвергался всестороннему растяжению с заданной скоростью деформации. МД моделирование проводилось при помощи программы LAMMPS [4] и меж-атомного потенциала типа EAM «Ta» [5]. На начальной стадии подготовки системы образец из порядка 30 миллионов атомов тантала поддерживался при постоянном давлении, поддерживаемом баростатом; температура поддерживалась постоянной с помощью термостата, в различных расчетах варьировалась от 300 до 2000К, система подготавливалась в течение 10 пс. Затем баростат отключался, и прилагалось растяжение со скоростью 1 и 3 (1/нс), система прослеживалась в течение 100 пс. Далее на основе полученных в МД атомных конфигураций производился расчет количества пор и радиусов пор и их эволюции со временем. Относительно большой размер системы и скорость деформации позволяют получить множественное образование пор и исследовать статистические закономерности разрушения, в частности распределение пор по размерам. Работа поддержана Министерством науки и высшего образования РФ, в рамках государственного задания по НИР.

## Список литературы

1. Куксин А. Ю. *Описание разрушения монокристаллического Al при высокоскоростном деформировании на основе молекулярно - динамического моделирования*. Физико-химическая кинетика в газовой динамике. 2008. С. 1–6.
2. Yanilkin A. V. *Atomistic simulation of high strain rate plasticity, spall damage and fracture of nanocrystalline Cu* In Shock Compression of Condensed Matter – 2007, Ed. By M.D. Furnish et al. American Institute of Physics, New York. 2007.
3. Норман Г. Э. *Многоуровневое Моделирование пластичности и разрушения металлов при динамическом нагружении*. Физико - химическая кинетика в газовой динамике. 2008. С. 1–6.
4. Plimpton S. *Fast parallel algorithms for short-range molecular dynamics*. J Comp Phys. 1995. № 117. С. 1–19.
5. Ravelo R. *Holian Shock-induced plasticity in tantalum single crystals: Interatomic potentials and large-scale molecular-dynamics simulations*. Phys. Rev. B. 2013. Т. 88. № 13.

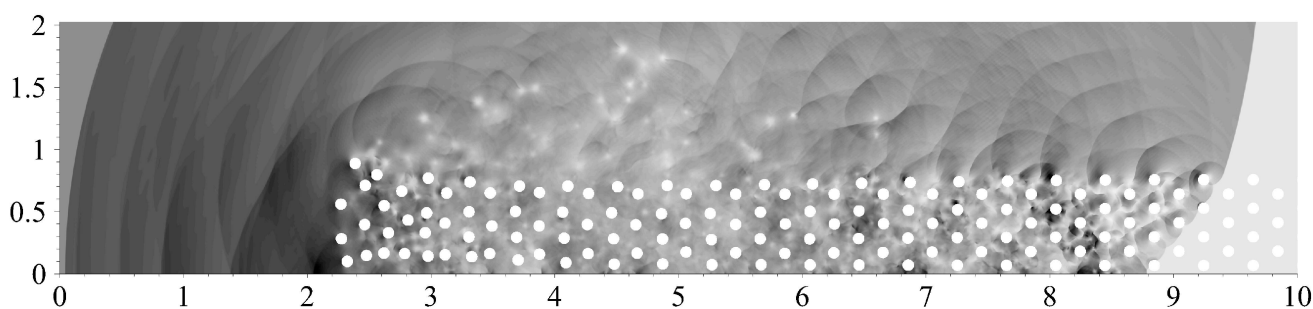
# ДВУМЕРНОЕ ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ УДАРНОЙ ВОЛНЫ СО СЛОЕМ ЧАСТИЦ МЕТОДОМ ДЕКАРТОВЫХ СЕТОК

Д. А. Сидоренко, П. С. Уткин

Институт автоматизации проектирования РАН, Москва

По-видимому, впервые проведено прямое численное моделирование взаимодействия ударной волны со слоем частиц с учетом их движения и неидеального взаимодействия. Слой толщиной 800 мкм моделировался заданием системы из 175 цилиндров диаметром 90 мкм, расположенных в шахматном порядке. Число Маха падающей ударной волны 1.89. Постановка приближенно соответствовала [1]. Численное исследование проводилось в рамках двумерных уравнений Эйлера, которые решались в области с изменяющейся границей методом декартовых сеток [2]. Параллельный вычислительный алгоритм позволяет с высокой эффективностью проводить моделирование с использованием нескольких тысяч процессорных ядер на сетках с числом ячеек до 1 млрд. В прямом моделировании получены эффекты искривления фронта лидирующей волны, ее преломления в слое, многократных переотражений падающей волны внутри слоя из-за взаимодействия с непроницаемой подложкой и границей слоя, формирования системы поперечных отраженных от индивидуальных тел волн, опускания верхней границы слоя под действием нагрузки, создаваемой проходящей ударной волной, итогового подъема частиц над первоначальным уровнем слоя. Механизм подъема в данном случае связан с коллективными аэродинамическими эффектами при взаимодействии ударной волны с системой близко расположенных тел. На рисунке представлено рассчитанное распределение давления газа на начальном этапе процесса.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ и Правительства Москвы (проект № 19-38-70002).



## Список литературы

1. Kosinski P., Hoffmann A.C. *Modelling of dust lifting using the Lagrangian approach*. Int. J. Multiphase Flow. 2005. V. 31. P. 1097–1115.
2. Сидоренко Д. А., Уткин П. С. *Численное моделирование релаксации тела за проходящей ударной волной*. Мат. мод. 2018. № 11. С. 91–104.

# ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ЭФФЕКТА КОМПАКТИРОВАНИЯ В ЗАДАЧЕ О ВЗАИМОДЕЙСТВИИ УДАРНОЙ ВОЛНЫ СО СЛОЕМ ЧАСТИЦ

Я. Э. Порошина<sup>1</sup>, П. С. Уткин<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Московский физико-технический институт, Долгопрудный

<sup>2</sup>Институт автоматизации проектирования РАН, Москва

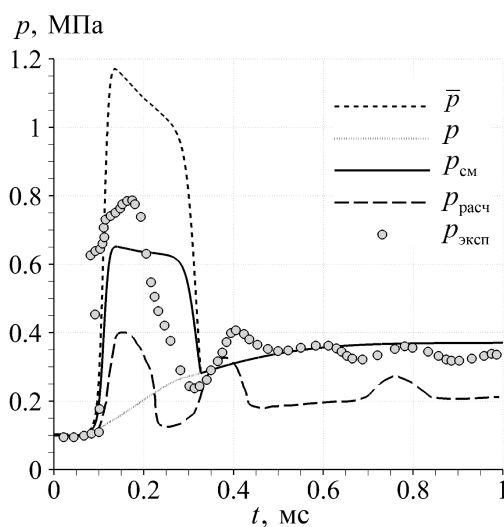


Рис. 1: Давление под слоем частиц:  $\bar{p}$  – давление в дисперсной фазе,  $p$  – давление в газе,  $p_{см}$  – давление в двухфазной среде,  $p_{расч}$  – расчет [3],  $p_{эксп}$  – эксперимент [1].

В работе представлены результаты численного моделирования эксперимента [1] по взаимодействию ударной волны со слоем частиц, насыпанным на непроницаемую стенку. Подобная задача также теоретически исследовалась в работах А.В. Федорова, А.А. Губайдуллина, В.С. Сузова с соавторами. Математическая модель основана на системе уравнений Баера-Нунциато и учитывает эффект компактирования дисперсной фазы частиц. Вычислительный алгоритм основан на методе Годунова с процедурой релаксации давления для устойчивого расчета явных межфазных границ [2]. Вид кривой давления на стенке под слоем частиц, см. рис. 1, объяснен с точки зрения реализующихся волновых процессов в слое. Главный пик на этой кривой связан с распространением по слою и последующим отражением от стенки волны компактирования. Проведено количественно сопоставление экспериментальной и рассчитанной кривой давления. Проведены параметрические исследования влияния параметров в законе компактирования на результаты моделирования. Результаты моделирования количественно сопоставлены с расчетами [3], выполненными с использованием уравнений Р.И. Нигматулина. Обсуждаются отличия в результатах при использовании двух моделей течения двухфазных сред.

Работа выполнена в рамках государственного задания ИАП РАН.

## Список литературы

1. Гельфанд Б. Е. и др. *Передача ударно-волновой нагрузки насыщенным средам*. ПМФТ. 1988. №2. С. 115–121.

2. Utkin P.S. *Numerical simulation of shock wave – dense particles cloud interaction using Godunov solver for Baer-Nunziato equations*. Int. J. Num. Meth. Heat & Fluid Flow. 2019. No. 9. P. 3225–3241.
3. Кутушев А. Г., Рудаков Д. А. *Численное исследование воздействия ударной волны на преграду, экранируемую слоем пористой порошкообразной среды*. ПМТФ. 1993. № 5. С. 25–31.

## ВЛИЯНИЕ ФАЗОВЫХ ПРЕВРАЩЕНИЙ НА ДЕСТАБИЛИЗАЦИЮ ВНЕДРЕНИЯ КУМУЛЯТИВНЫХ СТРУЙ В ХРУПКИЕ МАТЕРИАЛЫ

Б. В. Румянцев, С. И. Павлов

ФТИ им. А. Ф. Иоффе РАН, Санкт-Петербург

В отличие от металлов, внедрение металлической высокоскоростной струи (ВСС) в хрупкие материалы (керамики, стекла, горные породы) осложняется взаимодействием с каверной. В результате систематических исследований [1] было показано проявление радиального схлопывания каверны на траектории движения струи в ХМ (рис. 1). Анализ этих результатов позволил расширить понятие о реакциях твердых тел на высокоскоростное внедрение:

- первичные - в зоне внедрения: инерционное и деформационное сопротивление с учетом прочности и сжимаемости;
- вторичные - взаимодействие каверны с внедряющейся струей.

Взаимодействие кумулятивной струи с хрупким материалом является примером, когда вторичная реакция материала преграды дестабилизирует дальнейшее ее внедрение.

Кинетические исследования (рис. 1) отражают одномерные последствия дестабилизации внедрения, которые можно было бы свести к радиальному поглощению струи на стенках каверны.

Результаты численного моделирования [2] показывают существенное объемное взаимодействие дестабилизированных частей струи с материалом преграды.

В данной работе методами сканирующей электронной микроскопии и рентгеноспектрального микроанализа исследовалась поверхность каверны в ультрафарфоре после внедрения медной струи (рис. 2).

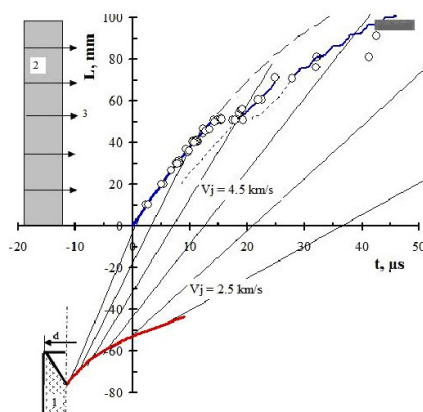


Рис. 1. Кинетика внедрения струи.

1 – устройство получения высокоскоростной струи; 2 – преграда.

- Пространственно-временная диаграмма отображения результатов:
- o – измеренные времена  $t$  внедрения струи на глубину  $L$ ; - моделирования траекторий формирования струи (сплошная кривая) и сетка движения элементов с постоянным интервалом по скорости  $V_j$ ;
  - гидродинамическое моделирование внедрения элементов медной струи (пунктирная линия).

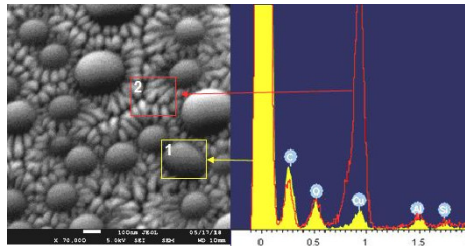


Рис. 2. Анализ сохраненных материалов взаимодействия медной струи и каверны в ультрафарфоре (аналог лунного грунта). РЭМ изображение поверхности вспененной массы, заполняющей каверну в ультрафарфоре:  
Спектры: 1 - зерна оксидов кремния и алюминия;  
2 - частицы конденсации паров меди.

Видно, что дестабилизация высокоскоростного внедрения сопровождается частичным плавлением и испарением медной струи и частичным плавлением ультрафарфора.

При условии достаточности кинетической энергии удлиненного ударника дестабилизация внедрения может приводить к увеличению защитной способности хрупкого материала.

## Список литературы

1. Rumyantsev B. V. *Destabilization of High-Speed Jet Intrusion in to Brittle Materials*. Technical Physics. 2019. V. 64. No. 5. pp. 635–641. DOI: 10.1134/S1063784219050207
2. Rumyantsev B. V., Klimenko V. Yu. *Shock Compression of Condensed Matter*. AIP Conf. Proc. 2012. V. 1426. pp. 56–59. doi: 10.1063/1.3686220

## СВОЙСТВА ДЕТОНАЦИОННЫХ ПОКРЫТИЙ ИЗ ОКСИДНОЙ КЕРАМИКИ

В. Ю. Ульяницкий, А. А. Штерцер, И. С. Батраев, Д. К. Рыбин

Институт гидродинамики им. М. А. Лаврентьева СО РАН, Новосибирск

На компьютеризированном детонационном комплексе CCDS2000 произведено напыление покрытий из чистых оксидов алюминия и хрома, а также с добавками оксидов титана и кремния. Проведены исследования их механических, трибологических (износостойкость) и электроизоляционных свойств. С целью достижения наилучших параметров по электроизоляции и износостойкости были оптимизированы режимы напыления. Выявлено, что лучшими изоляционными характеристиками обладают покрытия из оксида алюминия, а лучшую износостойкость показывает оксид хрома. При толщине алюмооксидного покрытия 200 мкм детонационное напыление обеспечивает электрическую прочность выше 30 кВ/мм, удельное сопротивление выше  $10^{13}$  Ом·см (влажность воздуха менее 60%), адгезию до 60 МПа, микротвердость до 1500  $HV_{0,1}$ . Микротвердость оксида хрома достигает 2000  $HV_{0,1}$ , износ при тестировании по стандарту ASTM G65 составляет 4,0 мм<sup>3</sup> на 1000 оборотов обрезиненного диска при усилии прижима образца к диску 45 Н и использовании электрокорунда в качестве зернистого абразивного материала.

Характерно, что электропроводность керамических покрытий связана с капиллярными явлениями, когда электрический ток течет, в основном, по заполненным водой наноразмерным капиллярам. Это означает, что в структуре керамического покрытия всегда имеются дефекты виде сквозных наноразмерных пор, площадь которых на поверхности покрытия достигает 1% [1]. Покрытие состоит из плотно упакованных блоков, представляющих собой сплюснутые в 5–10 раз напыляемые частицы (рис. 1). Предположительно сквозные поры расположены на границах блоков.

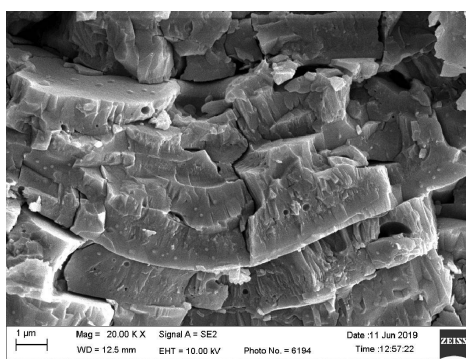


Рис. 1. Микроструктура алюмооксидного детонационного покрытия (фрактограмма)

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований и Правительства Новосибирской области, грант № 18-43-540008.

### Список литературы

1. Ulianitsky V., Shtertser A., Batraev I. *Model of Alumina Coating Microstructure Developed on the Base of Electrical Insulation Properties*. Key Eng. Mater. 2019. V. 813. Pp. 13–18.

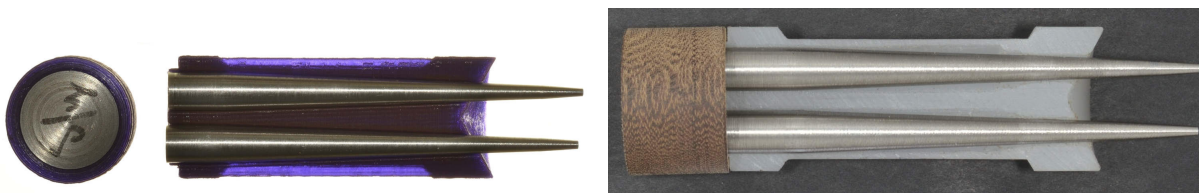


# ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ КОНСТРУКЦИИ ВЕДУЩИХ УСТРОЙСТВ НА ВНУТРИБАЛЛИСТИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ПРИ ПУШЕЧНОМ СТАРТЕ ГРУППЫ УДАРНИКОВ

А. Н. Ищенко, В. В. Буркин, В. З. Касимов, А. С. Дьячковский, К. С. Рогаев  
Н. М. Саморокова, А. Д. Сидоров, Е. Ю. Степанов

Научно - исследовательский институт прикладной математики и механики ТГУ,  
Томск

Для устойчивого получения результатов исследований по изучению суперкавитирующего движения группы ударников [1], необходим безопасный для ударников разгон метаемой сборки по каналу ствола метательной установки. Основным способом снижения нагрузки на метаемый элемент при движении по стволу является уменьшение величины ускорения. Снизить ускорение метаемой сборки в стволе баллистической установки возможно двумя способами, первый это уменьшение массы метаемой сборки, вторым вариантом является выбор метательного заряда, который позволяет равномерно ускорять сборку на протяжении всей длины ствола [2]. Суперкавитирующие элементы необходимо разгонять по каналу ствола с минимально возможной перегрузкой, и минимальным отклонением оси ударника от оси ствола. Проведенные исследования позволяют выполнить метание группы ударников, выполненных из стали, сплавов алюминия и ВНЖ до величин дульных скоростей порядка 1500 м/с. На рисунке показан внешний вид основных элементов метаемой сборки.



При неправильном разгоне суперкавитирующие ударники могут деформироваться или продавливать опорную метку нарушая целостность ведущего устройства. Уменьшение массы метаемой сборки при сохранении массы ударников позволяет снизить необходимый импульс давления на дно сборки, что позволяет снизить нагрузку, испытываемую ударниками. В работе рассматривались метаемые сборки выполненные из монолитного полиэтилена, текстолита и методом послойного наплавления SBS пластика.

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда (проект № 19-19-00233).

## Список литературы

1. Ищенко А. Н., Афанасьева С. А., Буркин В. В., Дьячковский А. С., Чупашев А. В. *Исследование взаимного влияния группы ударников при высокоскоростном одновременном входе в воду*. Письма в ЖТФ. 2019. Т. 45. В. 20. С. 47-50.
2. Буркин В. В., Ищенко А. Н., Майстренко И. В., Фуфачев В. М., Дьячковский А. С., Бураков В. А., Корольков Л. В., Степанов Е. Ю., Чупашев А. В., Рогаев К. С., Саммель А. Ю., Сидоров А. Д. *Гидробаллистический стенд*. Патент на изобретение № 2683148 от 09.10.2017.

## РОСТ АГЛОМЕРАТОВ В УСЛОВИЯХ ДЕТОНАЦИОННОГО СИНТЕЗА АЛМАЗА

О. Б. Кудряшова, Е. А. Петров, А. А. Колесова

Бийский технологический институт АлтГТУ им. И. И. Ползунова, Бийск

Как было показано в многочисленных экспериментальных исследованиях [1–3], условия детонационного синтеза наноалмаза незначительно влияют на размер микрокристаллитов алмаза. Это происходит потому, что микрокристаллиты синтезируются, практически, мгновенно в момент детонации ВВ, когда создаются условия для кристаллизации именно алмазной фазы углерода.

В процессе расширения продуктов детонации образуются и укрупняются агломераты частиц. В результате получается продукт детонационного синтеза, представляющий собой порошок из агломератов углеродных частиц алмазной и неалмазной фаз с примесями. Размер, плотность и удельная поверхность агломератов в зависимости от условий синтеза могут быть различными. Эти характеристики продукта имеют большое значение для дальнейших возможностей технологического применения.

В данной работе рассматривается процесс образования агломератов в условиях расширения продуктов детонации. Предложена математическая модель, основанная на анализе интегральных балансовых уравнений Смолуховского с учетом особенностей коагуляции в турбулентном потоке. В результате численного параметрического анализа модели получены закономерности, которые позволяют делать выводы о возможности управления процессом агломерации частиц углерода в условиях детонационного синтеза наноалмаза. В частности, найден безразмерный комплекс, от которого линейно зависит конечный размер агломератов:

$$K = \frac{L}{W} \sqrt{\frac{\varepsilon}{\nu}} n_0 r_0^3,$$

где  $\varepsilon$  – локальная скорость диссипации энергии,  $\nu$  – кинематическая вязкость продуктов детонации,  $r_0$  – начальный радиус частиц,  $n_0$  – их начальная концентрация,  $W$  – масса заряда,  $L$  – характерный размер взрывной камеры. Получены расчетные зависимости размера и удельной поверхности углеродных агломератов от условий детонационного синтеза, проведено сравнение с экспериментальными данными.

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта №18-29-19070 мк.

### Список литературы

1. Петров Е. А. *Детонационный синтез наноматериалов. Наноалмазы и наноматериалы. (Монография)* Бийск.: Изд-во БТИ АлтГТУ, 2015.
2. Даниленко В. В. *Синтез и спекание алмаза взрывом*. М.: Энергоатом, 2003.
3. Петров Е. А. и др. *Физико-химические свойства наноалмазов детонационного синтеза*. Южно-Сибирский научный вестник. 2019. № 3. С. 121–125.

## МНОГООЧАГОВОЕ ИНИЦИИРОВАНИЕ ГОРЕНИЯ ПРОПАНА В ЗАМКНУТОМ ОБЪЕМЕ

*В. С. Тесленко, А. П. Дрожжин, Ю. В. Анисичкин*

*Институт гидродинамики им. М. А. Лаврентьева СО РАН, Новосибирск*

В настоящее время, по экологическим причинам, развивается тенденция широкого использования природного газа в автомобильном, водном транспорте, и в производстве электроэнергии. Турбогенераторные установки, ТЭС и ДВС конкурируют между собой по параметрам энергоэффективности для разных методов сжигания газа. В данной работе рассмотрен один из подходов улучшения полноты сгорания газа для устройств типа ДВС и водных двигателей, на примере сжигания пропана.

Проведены экспериментальные исследования инициирования и динамики горения пропан-кислородной смеси ( $P_0 = 1$  атм.) с помощью многоочаговых искровых разрядов (от 1-го до 9-и), располагаемых в цилиндрической камере диаметром 72 мм, высотой 4 мм. Исследования осуществлялись методами синхронной киносъемки с измерениями параметров импульсов силы пьезо-динамометром, с разрешающей способностью 0,57 кГ/мВ,  $\tau = 26$  мкс.

Постановка экспериментов обеспечила исследования кинетика горения и параметры импульсов силы в зависимости от числа очагов инициирования, и их геометрического расположения в камере.

На представленном рисунке показан пример динамики горения пропана при инициировании 6-ю искровыми разрядами, расположенными на окружности диаметром 36 мм. Во всех экспериментах инициирование осуществлялось синхронно высоковольтными импульсами ( $\tau = 50$  мкс), с суммарной энергией в пределах 2 Дж.

Показано, что для одинаковых газовых зарядов с увеличением числа очагов инициирования (до 6-и) уменьшаются периоды генерации импульсов силы до 30%, по сравнению с одно-очаговым инициированием по центру камеры. Этот результат предопределяет обеспечение полноты сгорания топлива за меньшее время для каждого цикла, без развития возможностей детонационных режимов на клапанах, при увеличении частоты циклов, числа оборотов в ДВС.

Работа выполнена при частичной поддержке Российского фонда фундаментальных исследований и Правительства Новосибирской области (грант № 18-48-540011).

# НЕПРЕРЫВНАЯ ДЕТОНАЦИЯ СМЕСИ ЖИДКИХ КЕРОСИН-ВОЗДУХ В КОЛЬЦЕВОЙ КАМЕРЕ СГОРАНИЯ ПРИ ИЗМЕНЕНИИ ЕЁ ГЕОМЕТРИИ

Ф. А. Быковский, С. А. Ждан, Е. Ф. Ведерников

Институт гидродинамики им. М. А. Лаврентьева СО РАН, Новосибирск

Исследования детонационного сжигания гетерогенных смесей керосин-воздух в проточных кольцевых камерах сгорания (КС) представляют особый научный и практический интерес. Ранее непрерывная детонация керосина с воздухом впервые была реализована в плоскорадиальной КС диаметром  $d_{c1} = 204$  мм [1], а в каналах кольцевой цилиндрической геометрии лишь при обогащении воздуха кислородом [2] или керосина водородом и синтез-газом [3]. Цель данной работы - в кольцевой детонационной камере диаметром  $d_{c1} = 503$  мм (ДК-500) реализовать и исследовать детонационные режимы сжигания авиационного керосина с воздухом. Опыты проводили при расходах воздуха  $G_a = 8.2 \div 33$  кг/с, керосина  $G_f = 0.45 \div 1.95$  кг/с и коэффициенте избытка горючего  $\phi = 0.88 \div 2.8$ . Керосин барботировался воздухом.

**Результаты экспериментов.** Впервые в ДК-500 с заужением канала камеры на выходе до трех раз (плоским диском или конусом) для гетерогенных смесей авиационный керосин - воздух в диапазоне удельных расходов воздуха в камеру через кольцевую щель  $g_\delta = 2215 \div 6360$  кг/(с·м<sup>2</sup>) при  $\phi = 0.88 \div 1.8$  реализованы и исследованы четырех- и двухволновые режимы непрерывной многофронтной детонации (НМД) с частотой вращения поперечных детонационных волн (ПДВ)  $f = 0.8 \div 3.09$  кГц и скоростью детонации  $D = 0.7 \div 1.24$  км/с. Установлено, что заужение КС на выходе плоским диском вызывает продольные волны, периодически отражающиеся от диска и переднего торца КС. Также сужается область существования режима НМД по расходам воздуха  $g_\delta = 2408 \div 5590$  кг/(с·м<sup>2</sup>). По измеренным при НМД значениям статического и полного давлений на выходе из КС определены удельные импульсы по горючему  $I_{sp,f}$  в зависимости от расхода воздуха. При  $G_a \approx 30$  кг/с и  $\phi \approx 1$  получены максимальные значения  $I_{sp,f} \approx 1400$  с.

Работа выполнена по программе фундаментальных научных исследований III.22.2.1.

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ 19-01-00270.

## Список литературы

1. Быковский Ф. А., Митрофанов В. В., Ведерников Е. Ф. *Непрерывное детонационное сжигание топливно-воздушных смесей*. ФГВ. 1997. Т. 33, № 3. С. 120-131.
2. Быковский Ф. А., Ждан С. А., Ведерников Е. Ф. *Непрерывная спиновая детонация топливно-воздушных смесей*. ФГВ. 2006. Т. 42, № 4. С. 107-115.
3. Быковский Ф. А., Ждан С. А., Ведерников Е. Ф. *Непрерывная детонация смеси жидкий керосин-воздух с добавкой водорода или синтез-газа*. ФГВ. 2019. Т. 55, № 5. С. 83-92.

## ОСОБЕННОСТИ УПРУГО-ПЛАСТИЧЕСКОГО ПОВЕДЕНИЯ СТАЛЬНЫХ ОСЕСИММЕТРИЧНЫХ ОБОЛОЧЕК В ОБЛАСТИ ОКОЛОЗВУКОВОГО НАГРУЖЕНИЯ

*М. М. Бойко<sup>1</sup>, Е. Ф. Грязнов<sup>1</sup>, В. И. Колпаков<sup>1</sup>, Е. В. Никитина<sup>1</sup>, В. М. Мочалова<sup>2</sup>,  
А. В. Уткин<sup>2</sup>*

<sup>1</sup>МГТУ им. Н. Э. Баумана, Москва

<sup>2</sup>Институт проблем химической физики РАН, Черноголовка

Представлены результаты экспериментального и теоретического исследования начальной – волновой стадии процесса взрывного нагружения цилиндрических и конических оболочек, выполненных из ряда конструкционных сталей.

В основной части экспериментов нагружение оболочек проводилось по схеме со скользящим детонационным фронтом, скорость которого варьировалась в диапазоне 4000...5600 м/с. Для сравнения проводилось также нагружение падающим детонационным фронтом плоских образцов, выполненных из тех же сталей, что и оболочки; нагружение конических оболочек проводилось ударом изнутри медной трубкой, разгоняемой продуктами детонации. Рассмотрен широкий диапазон начальных давлений на нагружаемой поверхности образцов – от 2 до 40 ГПа.

Экспериментальная часть исследований проводилась методом лазерной интерферометрии – регистрировалась скорость свободной поверхности  $V(t)$  с применением лазерного интерферометра VISAR.

При нагружении плоских образцов и оболочек падающим детонационным фронтом на всех зарегистрированных профилях  $V(t)$  прослеживается двух- или трехволновая конфигурация ударных фронтов с четким выделением упругого предвестника. Амплитуды профилей  $V(t)$  в оболочках существенно ниже, чем в плоских образцах.

При нагружении оболочки скользящим детонационным фронтом вид профиля  $V(t)$  существенным образом зависит от соотношения скорости детонации  $D$  и объемной скорости звука  $c_0$  в стали: при  $D > c_0$  наблюдается привычная двухволновая конфигурация ударного фронта, а при  $D < c_0$  ударные фронты явно вырождаются в звуковые. При этом прослеживается связь между амплитудой упругого предвестника и детонационными характеристиками ВВ: с уменьшением скорости детонации амплитуда упругого предвестника падает.

Теоретическая часть исследований, проведенная методом численного моделирования процессов в двумерной постановке, позволила объяснить особенности экспериментально полученных профилей  $V(t)$ .

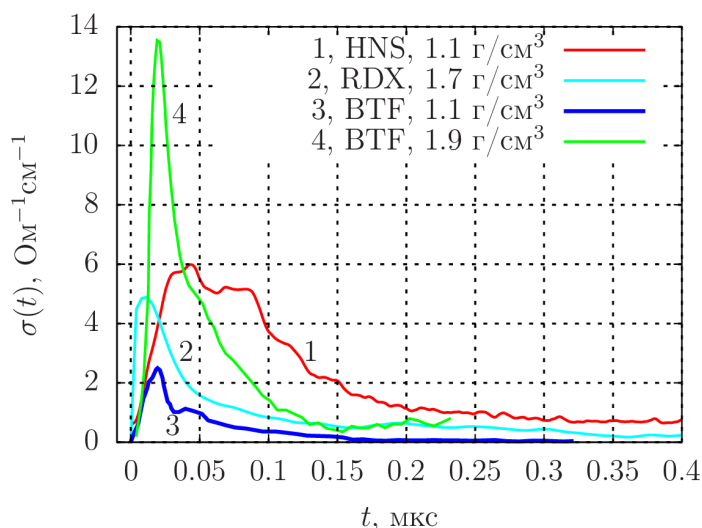
## ЭЛЕКТРОПРОВОДНОСТЬ ПРИ ДЕТОНАЦИИ ГЕКСАНИТРОСТИЛЬБЕНА

Н. П. Сатонкина, А. П. Ершов

Институт гидродинамики им. М. А. Лаврентьева СО РАН, Новосибирск

Проведено экспериментальное исследование электрических свойств гексанитростильбена (HNS,  $C_{14}H_6N_6O_{12}$ ) в процессе детонации, впервые получено распределение электропроводности для насыпной плотности.

На графике приведены профили электропроводности для ВВ с разными плотностью и содержанием углерода (для HNS массовая доля углерода составляет 0.373, для ВТФ – 0.29, для RDX – 0.162). Результат неожиданный. Качественно графики электропроводности очень похожи – контрастно выделяется область высокой электропроводности, которую мы ассоциируем с зоной реакции. Длительность области высокой электропроводности для HNS составляет около 150 нс, в то время как для ВТФ и гексогена близка к 50 нс. По этим данным можно предположить, что кинетика в гексанитростильбене более интенсивная, чем в близких по составу и термодинамическим параметрам ТАТВ и ТНТ. Для HNS надежно фиксируется значение электропроводности в волне Тейлора – около  $1 \text{ Ом}^{-1}\text{см}^{-1}$ .



Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (гранты N 18-03-00227 и N 18-03-00441).

# О ВЛИЯНИИ ТЕХНОЛОГИИ ИЗГОТОВЛЕНИЯ КУМУЛЯТИВНОЙ ОБЛИЦОВКИ НА ХАРАКТЕРИСТИКИ ВЫСОКОСКОРОСТНОГО ЭЛЕМЕНТА

*В. И. Колпаков, Н. А. Кудяков*

*МГТУ им. Н. Э. Баумана, Москва*

Для пробития прочных преград используют различные средства, среди которых одними из основных являются кумулятивные заряды (КЗ). К современным кумулятивным зарядам относятся, в частности, снарядоформирующие заряды (СФЗ), состоящие из металлической кумулятивной облицовки (КО) малого прогиба, корпуса, детонатора и взрывчатого вещества (ВВ) [1, 2]. В результате функционирования такого КЗ из его облицовки формируется высокоскоростной элемент (ВЭ).

Для обеспечения требуемого уровня действия на больших дистанциях необходимо создание компактных или удлиненных ВЭ, не разрушающихся при формировании и сохраняющих свою целостность на траектории, причём механизм формирования и параметры образующихся элементов зависят от множества факторов, в том числе от геометрических и физико-механических характеристик КО [2].

Как правило, облицовки для СФЗ изготавливаются методом холодной штамповки, хотя возможно их изготовление и другими методами, например, ротационной вытяжкой. При этом известно, что раскатанная металлическая КО, будет иметь более высокие прочностные характеристики по сравнению со штампованной облицовкой из того же материала и имеющей те же геометрические параметры.

Для выявления закономерностей формирования ВЭ из штампованных и раскатанных облицовок численно с использованием аппарата механики сплошных сред моделировалось действие СФЗ, имеющих в своём составе стальные (11ЮА) или медные (М2) сегментные облицовки малого прогиба. Влияние способа изготовления КО учитывалось путём варьирования значений физико-механических характеристик её материала. Конструктивные параметры моделируемого заряда (за исключением величины прогиба КО) на протяжении расчётного исследования оставались неизменными и соответствовали параметрам применяемых в настоящее время образцов.

Поставленная задача решалась в двумерной осесимметричной постановке. Для верификации использованной математической модели результаты расчётов сравнивались с известными экспериментальными данными. По итогам численных экспериментов выявлены особенности формирования ВЭ из облицовок, изготовленных различными технологическими способами.

## Список литературы

1. Колпаков В.И. *Математическое моделирование функционирования взрывных устройств*. Наука и образование, 2012, № 2. URL: <http://technomag.edu.ru/doc/334177.html> (дата обращения 10.12.2016).
2. Круглов П.В., Колпаков В.И. *Закономерности взрывного формирования удлиненных высокоскоростных элементов из стальных сегментных облицовок*. Инженерный журнал: наука и инновации, 2017, вып. 12. URL: <http://dx.doi.org/10.18698/2308-6033-2017-12-1714>.

## ИССЛЕДОВАНИЕ ТЕПЛООВОГО ВЛИЯНИЯ ЗАРЯДА ВЗРЫВЧАТОГО ВЕЩЕСТВА НА ПОВЕРХНОСТЬ МЕТАЕМОЙ ПЛАСТИНЫ ПРИ СВАРКЕ ВЗРЫВОМ

*С. В. Хаустов<sup>1</sup>, В. В. Пай<sup>2</sup>, С. В. Кузьмин<sup>1</sup>, В. И. Лысак<sup>1</sup>*

<sup>1</sup>Волгоградский государственный технический университет

<sup>2</sup>Институт гидродинамики им. М.А. Лаврентьева СО РАН, г. Новосибирск

Предложен расчетно-экспериментальный метод, позволяющий определять зависимость теплового потока от продуктов детонации контактного заряда взрывчатого вещества (ВВ) на поверхность метаемой пластины в условиях сварки взрывом от времени. Исследовались смеси аммонита с различными инертными наполнителями (кварцевый песок различных фракций, гидрокарбонат натрия и тальк). Для варьирования скоростей детонации в диапазоне 1,6...2,8 км/с изменялись процентное содержание инертного наполнителя и диаметр заряда. В цилиндрическом контейнере с ВВ размещалась батарея последовательно соединенных планарных термопар таким образом, чтобы плоскость термопар была перпендикулярна фронту ударной волны. Каждая термопара состояла из монометаллической (константан) и трехслойной (медь-константан-медь) частей. «Горячими» и «холодными» спаями термопары служили области соединения монометаллической и трехслойной частей термопары. С использованием полученной экспериментальной зависимости температуры границы медь-константан от времени решалась обратная задача теплопроводности для нахождения теплового потока от продуктов детонации к поверхности медного слоя.

Таким образом были экспериментально определены зависимости тепловых потоков от времени и рассчитаны удельные тепловыделения в метаемой пластине от воздействия ВВ на поверхность термопары (метаемой пластины). Показано, что максимальный тепловой поток от воздействия ВВ (в химпике) растет при увеличении скорости детонации. Нагрев метаемой пластины при этом может происходить за счет области химпика (значения теплового потока порядка 10...25 ГВт/м<sup>2</sup>, действующего в течении 1 мкс) и за счет остаточного действия продуктов детонации (5 ГВт/м<sup>2</sup>). В последнем случае температура поверхности метаемой пластины может претерпевать нагрев вплоть до температур плавления. Обнаружено, что суммарный тепловой эффект от воздействия ВВ на метаемую пластину (прохождение химпика и влияние продуктов детонации) зависит не столько от скорости детонации, сколько от типа ВВ (процентного содержания ВВ и вида инертного наполнителя).

Работа выполнена при финансовой поддержке проекта РФФИ 19-08-00311.



## О КОЛЛАПСЕ ЭЛЛИПТИЧЕСКОЙ ПОЛОСТИ ПРИСОЕДИНЕННОЙ К ПЛОСКОЙ СТЕНКЕ

*В. С. Тесленко, А. П. Дрожжин, Р. Н. Медведев, В. В. Никулин, М. С. Котельникова*

*Институт гидродинамики им. М. А. Лаврентьева СО РАН, Новосибирск*

Работа мотивирована серией экспериментов по сжиганию стехиометрической смеси пропан-кислород на открытой стенке в виде плоского диска [1, 2]. Основной целью экспериментов была разработка эффективной методики импульсного сжигания газов в воде. Однако, экспериментальная методика позволила также зарегистрировать некоторые интересные гидродинамические процессы, происходящие при сгорании. Теневым методом скоростной камерой на интервале времени 10 мс было зарегистрировано формирование полуэллиптического осесимметричного пузыря, примыкающего к стенке, и его последующий коллапс с образованием вихревого кольца. Полученные экспериментальные снимки дают возможность выполнить не только качественное, но и детальное количественное сравнение с численной моделью разрушения полуэллиптической полости.

Численный расчет и сравнение с экспериментом начинается с момента максимального расширения полости. В модели предполагается, что окружающая жидкость является идеальной и несжимаемой, а ее движение является потенциальным. Двум наборам экспериментальных данных с различным начальным объемом горючего газа соответствуют две начальные формы полости для нашей модели. В момент начала коллапса поверхность полости была представлен в виде полуэллипсоида с соотношением полуоси 1: 2 и 2: 3. Численное решение зависит от этого отношения, а также от перепада давления на границе полости и на бесконечности.

Деформация поверхности полости и характеристики жидкости на поверхности вычислялись с использованием метода граничных элементов, описанного в [3]. Этот подход применим только до момента столкновения элементов поверхности полости друг с другом, но дает инструмент для получения подробных результатов, описывающих динамику границ полости в процессе разрушения. Поскольку в результате столкновения пристенных границ полости происходит формирования кумулятивной струи и образование вихревого кольца, численные результаты можно использовать для прогнозирования этих процессов.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 18-48-540011).

### Список литературы

1. Teslenko V. S., Drozhzhin A. P. and Medvedev R. N. *Dynamics of force impulses and bubble oscillations during gas burning on a thrust wall in water*. Journal of Physics: Conf. Series. 2017. 899, 042009.
2. Medvedev R. N., Drozhzhin A. P. and Teslenko V. S. *Thrust generation by pulse combustion of gas in a submerged chamber*. Int. Journal of Multiphase Flow. 2016. Vol. 83, P. 232–238.
3. Voinov O. V. *A calculation of the parameters of the high-speed jet formed in the collapse of a bubble*. J. Appl. Mech. Tech. Phys. 1979. Vol. 20, No. 3, P. 333–337.

## ВЛИЯНИЕ ПОРИСТОСТИ НА УДАРНО-ВОЛНОВУЮ ЧУВСТВИТЕЛЬНОСТЬ ЭМУЛЬСИОННОЙ МАТРИЦЫ

*А. Н. Зубарева, В. В. Лавров, А. В. Уткин*

*Институт проблем химической физики РАН, Черноголовка*

Проведено экспериментальное исследование ударно-волновых свойств и структуры фронта импульсов сжатия химически активных пористых сред, включая как область низких, порядка 0.1 ГПа, так и высоких, порядка 35 ГПа, давлений. В качестве объекта исследования выбрана эмульсия на основе нитрата аммония, пористость в которой создавалась добавлением стеклянных микросфер (средний диаметр составляет 80 мкм). Использование стеклянных микросфер позволяет получать необходимую пористость среды с распределением пор по размеру и задавать параметры «горячих точек».

Профили скорости свободной поверхности для образцов при ударно-волновом нагружении измерялись лазерным доплеровским интерферометром VISAR. Полученные профили имеют достаточно сложную структуру фронта ударной волны, возможной причиной которой является кинетика схлопывания пор в исследуемых гетерогенных образцах.

В рамках работы по влиянию пористости на возникновение химической реакции в веществе проводились эксперименты с разной концентрацией стеклянных микросфер. Была определена ударная сжимаемость, а также исследовалась структура фронта волны сжатия при низких давлениях. Показано, что при низких давлениях на профилях массовой скорости регистрируется двухволновая конфигурация, отличительной особенностью которой является установление стационарного течения, при котором волны не расходятся с увеличением толщины образца. Возникновение предвестника связано с наличием в исследуемом веществе стеклянных микросфер, а его амплитуда, равная 30 МПа, определяется давлением разрушения микросфер. По результатам обработки экспериментальных данных получены ударные адиабаты исследованных материалов.

В эмульсионной матрице без микросфер не наблюдается заметных химических превращений вплоть до 18 ГПа. В то же время, добавление в матрицу микросфер, резко снижает порог инициирования химической реакции.

Работа выполнена по проекту РФФИ № 20-03-00245 и Программе Президиума РАН «Новые подходы к изучению и созданию экстремальных состояний вещества» на оборудовании ЦКПВ ИПХФ РАН.

## СТРУКТУРА ДЕТОНАЦИОННЫХ ВОЛН В СМЕСЯХ НА ОСНОВЕ ТЕТРАНИТРОМЕТАНА

*А. В. Уткин, В. М. Мочалова, В. Е. Рыкова*

*Институт проблем химической физики РАН, Черноголовка*

Детонационные параметры конденсированных взрывчатых веществ (ВВ) как правило с хорошей точностью воспроизводятся от опыта к опыту. Это относится, прежде всего к скорости детонации, давлению и массовой скорости в точке Чепмена-Жуге. Однако в результате исследования жидких ВВ на основе тетранитрометана (ТНМ) был обнаружен значительный разброс экспериментальных данных при фиксированном составе смесей. Такое расхождение результатов требует проведение более детальных исследований. В частности, необходимо выяснить, является ли наблюдаемое явление следствием нестационарного, пульсирующего режима распространения детонационных волн, либо в каждом эксперименте устанавливается стационарный детонационный режим, параметры которого варьируются от опыта к опыту в некотором интервале значений. Для исследования этого явления в данной работе на примере смесей тетранитрометана с метанолом (М) и нитробензолом (НБ) исследуется влияние разбавителей на структуру детонационных волн и устойчивость по отношению к продольным возмущениям. Регистрация волновых профилей осуществлялась двумя многоточечными лазерными интерферометрами VISAR с постоянными скорости 280 м/с и 1280 м/с при выходе детонационных волн на границу с водой.

Показано, что в смесях ТНМ/М и ТНМ/НБ наблюдается плохая воспроизводимость профилей массовой скорости при концентрации разбавителей в интервале 10-40%. Расхождение между профилями скорости, полученными в различных опытах при фиксированном составе смесей, составляет примерно 200 м/с. При этом, в пределах погрешности измерений, скорость детонации остаётся постоянной. Регистрация характера течения в различных точках детонационного фронта показывает, что детонационный фронт является плоским и наблюдаемый разброс экспериментальных данных не связан с его крупномасштабным (порядка радиуса заряда) искривлением. Хорошее совпадение профилей массовой скорости, измеренных в одном опыте в различных сечениях образца, исключает также развитие неустойчивости по отношению к продольным возмущениям, что могло бы привести к плохой воспроизводимости результатов. Проведенные эксперименты позволяют предположить, что наблюдаемое явление в смесевых ВВ на основе ТНМ отражает практически равновероятную возможность реализации детонационных режимов с различными значениями массовой скорости в точке Чепмена-Жуге. Возможно, это обусловлено зависимостью энерговыделения от многих факторов, влияние каждого из которых трудно определить.

Работа выполнена по программе РФФИ № 20-03-00245 на оборудовании ЦКПВ ИПХФ РАН.

# ТОЧЕЧНЫЙ ВЗРЫВ В ПУЗЫРЬКОВЫХ СРЕДАХ. РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЯ И ПЕРСПЕКТИВЫ ЕГО ИСПОЛЬЗОВАНИЯ

А. В. Пинаев

Институт гидродинамики им. М.А. Лаврентьева СО РАН, Новосибирск

Для ускорения формирования волны пузырьковой детонации (ПД) по сравнению со случаем инициирования ПД ударной волной (УВ) от газовой детонации предложено инициирование точечным взрывом – короткими УВ от взрыва проволочек в пузырьковой среде [1]. В этом случае уменьшается более чем на два порядка критическая энергия инициирования ПД [2]. По структуре УВ волна вблизи взрывающейся проволочки подобна волне ПД, инициирование ПД осуществляется по резонансному ударно-волновому механизму.

Исследованы УВ, образованные от взрыва проволочек в газе, жидкости, пузырьковых инертных и реагирующих средах при фиксированных параметрах разрядной электрической цепи, проведено сравнение экспериментальных данных с теоретическими расчетами. Проведен анализ затухания спектральной амплитуды в химически инертных и активных пузырьковых средах в УВ и волнах ПД [3].

В интервале энергий взрыва  $12 \div 64$  Дж формирование волны ПД происходит быстрее, чем при энергиях  $3 \cdot 10^2 \div 10^3$  Дж. Пузырьки, находящиеся ближе 1 см к границе пузырьковой среды, не сжимаются и не воспламеняются из-за разгрузки волны вблизи свободной границы [4].

Применение точечного инициирования ПД позволило поставить принципиально новые опыты по выяснению возможности передачи детонации из пузырьковой среды в объем взрывчатого газа над границей пузырьковой среды. Установлены механизм и стадии передачи детонации из пузырьковой среды в находящуюся выше взрывчатую газовую смесь [5].

Экспериментально исследована динамика сферических ударных и детонационных волн в химически инертных и активных пузырьковых средах при точечном взрыве. Изучен механизм возбуждения и особенности формирования сферических волн ПД, создаваемых электрическим разрядом внутри реагирующих пузырьковых сред.

Работа выполнена при финансовой поддержке гранта РФФИ №12-01-00222а и гранта РФФИ №15-01-01154а.

## Список литературы

1. И.И. Кочетков, А.В. Пинаев. *Ударные и детонационные волны в жидкости и пузырьковых средах при взрыве проволочки*. ФГВ. 2012. Т. 48. №2. С. 124-133.
2. А.В. Пинаев, И.И. Кочетков *Критическая энергия инициирования волны пузырьковой детонации при взрыве проволочки*. ФГВ. 2012. Т. 48. №3. С. 133-139.
3. I.I. Kochetkov, A.V. Pinaev. *Comparative characteristics of strong shock and detonation waves in bubble media by an electrical wire explosion*. Shock Waves: 2013. Vol. 23. N 2. P. 139-152. Doi:10.1007/s00193-012-0422-7.
4. Кочетков И.И., Пинаев А.В. *Ударно-волновые процессы при взрыве проводников в воде и пузырьковых средах*. ФГВ. 2015. Т. 51. №6. С. 109-119.
5. Пинаев А.В. *Передача детонации из пузырьковой среды в объем взрывчатого газа*. ДАН. 2015. Т. 465. №1. С. 33-37.

# ВЛИЯНИЕ ИЗМЕНЕНИЯ СКОРОСТИ ОБЖАТИЯ И КОНТРОЛИРУЕМЫХ ВОЗМУЩЕНИЙ НА ПРОЦЕСС ПОТЕРИ УСТОЙЧИВОСТИ КОНИЧЕСКОЙ ОБЛИЦОВКИ КУМУЛЯТИВНОГО ЗАРЯДА

Я. Л. Лукьянов, В. В. Пай, В. М. Титов, К. М. Зубашевский

Институт гидродинамики им. М.А. Лаврентьева СО РАН, Новосибирск

В работе [1] показано, что в процессе сжатия конической облицовки продуктами детонации гексогена при формировании кумулятивной струи происходит потеря устойчивости облицовки, выражающаяся в образовании складок, ориентированных вдоль ее образующей. Аналогичное явление наблюдалось в [2, 3] при взрывном сжатии цилиндрических оболочек, причем, при меньших, чем в [1], скоростях сжатия, оказалось меньше и количество складок. Для проверки предположения, высказанного в [1], о зависимости масштаба неустойчивости от числа Рейнольдса были проведены эксперименты с биметаллическими коническими медь-константановыми облицовками, имеющими одинаковые формы и размеры, но сжимаемыми продуктами детонации разных взрывчатых веществ: аммонит 6ЖВ, с плотностью  $\rho_0 = 0,9$  г/см<sup>3</sup>, скоростью детонации  $D = 4,0$  км/с, гексоген,  $\rho_0 = 1,0$  г/см<sup>3</sup>,  $D = 6,5$  км/с и гексоген-гекоген+вода,  $\rho_0 = 1,5$  г/см<sup>3</sup>,  $D = 7,5$  км/с. Из макрошлифов поперечных разрезов пестов облицовок после их обжатия разными ВВ следует, что с увеличением скорости метания облицовки, количество складок растет в полном соответствии с выводами работы [1] о корреляции размеров возникающих неоднородностей с внутренним масштабом турбулентности. (При обжатии облицовки зарядом аммонита 6ЖВ струя не образуется.)

С целью управления процессом возникновения неустойчивости на внутренней поверхности облицовки в верхней ее части вдоль образующей наносились риски глубиной 0,3 мм в количестве 30 штук, что примерно соответствует количеству спонтанно образующихся складок при нагружении насыщенным гексогеном. Оказалось, что число образующихся складок точно совпадает с числом нанесенных рисок, а образующаяся струя на рентгенограмме не имеет визуальных отличий от сформированной из гладкой конической облицовки таких же размеров и формы.

Работа частично поддержана грантом РФФИ № 20-01-00166

## Список литературы

1. В.В. Пай, В.М. Титов, Я.Л. Лукьянов, А.В. Пластинин *Исследование неустойчивости конической облицовки в процессе формирования кумулятивной струи*. ФГВ, 2019. №4. С.69-73.
2. А.Б. Прищепенко *Шипение снарядов*. Директ Медиа. 2012 г.
3. В.И. Зельдович, Н.Ю. Фролова, А.Э. Хейфец, И.В. Хомская, А.А. Дегтярев, Е.В. Шорохов, Е.Б. Смирнов, С.М. Долгих, А.В. Коваль *Деформационные явления при сжатии цилиндрических металлических оболочек. Потеря устойчивости*. ФГВ 2019, №4. С. 92-102.

# ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ ПЕРСПЕКТИВНЫХ ЦЕЛЛЮЛОЗНЫХ КОМПОНЕТОВ НА ФИЗИКО-МЕХАНИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА И СКОРОСТЬ ГОРЕНИЯ СГОРАЮЩЕГО МАТЕРИАЛА ЖСК ИЗГОТОВЛЕННОГО ПО ТЕХНОЛОГИИ ФИЛЬТРАЦИОННОГО ЛИТЬЯ

*Р. В. Фаталиев, Т. А. Енейкина, Л. А. Козлова, Р. Ф. Гатина, Ю. М. Михайлов*

*Федеральное казенное предприятие «Государственный научный исследовательский институт химических продуктов»*

В настоящее время целлюлозные и нитратцеллюлозные (НЦ) компоненты изготавливаются из хлопкового линта или древесины [1]. Однако за последнее десятилетие характеристики сырья, в том числе для производства нитратов целлюлозы специального назначения, существенно изменились как, в связи с потерей традиционного источника целлюлозного сырья: хлопкового линта, так и с ухудшением качества хлопковой целлюлозы [2]. В связи с дефицитом хлопка, предназначенным для НЦ специального назначения, на рынке стали появляться новые виды целлюлозных материалов: лен, конопля, овес и др. Если принять во внимание необходимость развития компонентной базы на основе доступных отечественных ежегодно возобновляемых источников сырья, то, безусловно, перспективным следует считать лен [3]. Это связано с тем, что лен, в отличие от приведенных выше других видов сырья, по содержанию  $\alpha$  - целлюлозы занимает промежуточное положение между хлопковым линтом и древесиной.

В связи с этим исследовалась возможность применения льняной целлюлозы и НЦ на ее основе при изготовлении сгорающих изделий. Если в ряде работ ранее была уже показана возможность изготовления порохов на основе НЦ из льняной целлюлозы [4], то для сгорающих изделий возможность применения такого материала не проверялась. В этой области возможно два направления оценки. Первое связано с применением целлюлозного и нитратцеллюлозного волокнистого материала из льна в жестких сгорающих картузах (ЖСК), изготавливаемых по технологии фильтрационного литья. Второе – с использованием частично замещенных нитратов целлюлозы на основе льна. Исследовалось влияние данных компонентов на физико-механические свойства и скорость горения материала ЖСК.

## ЛИТЕРАТУРА

### Список литературы

1. Технология целлюлозно-бумажного производства Т.П. Производство бумаги и картона. Ч.1. Технология производства и обработки бумаги и картона.-СПб: Политехника, 2005.-423
2. Косточко В.А. и др. *Получение и исследование свойств целлюлозы из травянистых растений* Вестник Казанского Технологического Университета.-2009.- Вып.9.-С.267-275.
3. О.К. Нугманов и др. *Получение целлюлозы из льна – сырья с высокой степенью заостренности*. Мтер. Докл. 11-й меж-й науч.-технич. конф. «Эфиры целлюлозы и крахмала: синтез, свойства, применение»–Владимир. 2007.–С.72-75
4. Шахмина Е.В. *Технология получения промышленных марок нитратов целлюлозы из льна*. Дисс...канд. техн.наук.-Казань: ФКП «ГосНИИХП», 2005.

# ИССЛЕДОВАНИЕ СВОЙСТВ УДАРНО НАГРУЖЕННЫХ МЕТАЛЛОВ С ПОМОЩЬЮ ОДНОВРЕМЕННОЙ ЛАЗЕРНОЙ ДИАГНОСТИКИ СКОРОСТИ И ПЕРЕМЕЩЕНИЯ ЗОНДИРУЕМОЙ ПОВЕРХНОСТИ

*Д. А. Калашников, С. А. Финюшин, А. В. Фёдоров, Е. А. Чудаков, И. С. Гнуттов,  
И. В. Шмелев, Е. А. Разумков*

*Российский федеральный ядерный центр - Всероссийский научно-исследовательский институт экспериментальной физики, Саров*

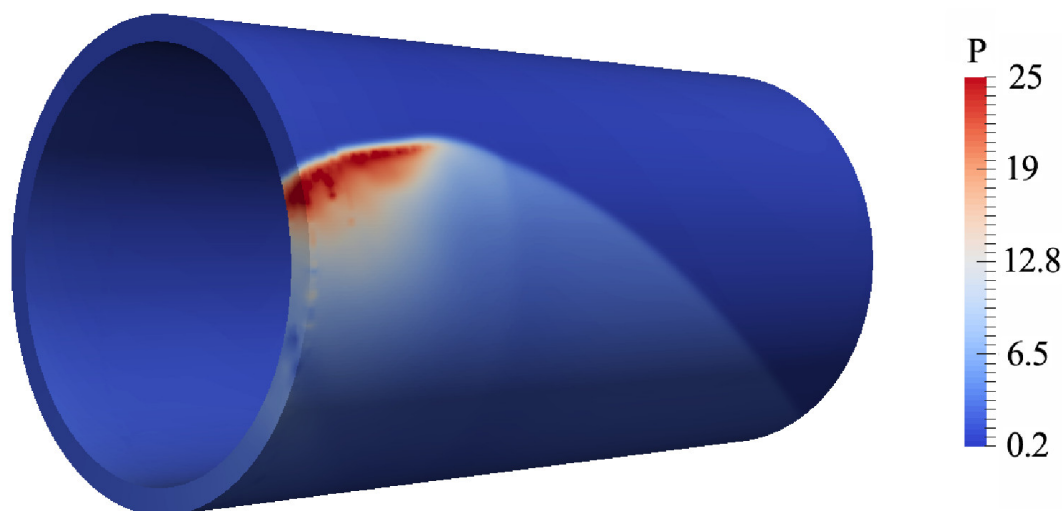
Лазерные доплеровские измерители скорости, основанные на методе гетеродин-интерферометра (PDV), позволяют в непрерывном режиме регистрировать скорость отражающей поверхности, а также спектр скоростей микрокумулятивных струй и пылевых потоков, выбрасываемых со свободной поверхности при ее ударноволновом нагружении и последующей разгрузке. При этом величина перемещения объектов попадающих в пятно зондирующего луча рассчитывается путём интегрирования экспериментальных зависимостей скорости от времени. Однако указанный способ получения информации о перемещении является косвенным и зачастую бывает неприменим. Для интегрирования необходимо наличие однозначной непрерывной зависимости скорости от времени, которая зачастую отсутствует в условиях интенсивного "пыления" исследуемой поверхности, её возможного плавления или разрушения на сдвиговых деформациях. Обойти указанные ограничения можно посредством дополнения гетеродинных измерений прямой регистрацией в опыте величины перемещения отражающей поверхности с помощью лазерного дальномера. В настоящей работе представлены результаты серии экспериментов по одновременной лазерной диагностике скорости и перемещения свободной поверхности и пылевых потоков при ударноволновом нагружении образцов из стали, меди и свинца. Продемонстрирована эффективность комбинированных измерений, показана согласованность данных, полученных с помощью двух методик. Для стального образца зарегистрирован откольный импульс, определена откольная прочность  $\sigma_{отк}=2,43$  ГПа. Для медного лайнера получены спектрограммы скорости и перемещения, свидетельствующие об интенсивном пылении исследуемой поверхности, с помощью данных лазерного дальномера определена максимальная толщина потока выбрасываемых частиц на уровне 7,5 мм. В опыте со свинцом зарегистрирован спектр скоростей, характерный для расплавленного состояния материала, максимальная толщина пылевого потока составила 2 мм.

# ТРЕХМЕРНОЕ ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ НЕПРЕРЫВНОЙ СПИНОВОЙ ДЕТОНАЦИИ СМЕСИ СИНТЕЗ-ГАЗ – ВОЗДУХ В КОЛЬЦЕВОЙ КАМЕРЕ

Е. В. Симонов, А. М. Гурин, А. В. Трилис, А. Н. Самсонов

Институт гидродинамики им. М. А. Лаврентьева СО РАН, Новосибирск

Для смесей синтез-газ - воздух непрерывная спиновая детонация (НСД) в кольцевой камере (КС) экспериментально впервые была получена в [1]. В работе [2] для КС типа ЖРД была построена замкнутая трехмерная модель НСД и проведены численные расчеты для смесей  $H_2-O_2$  и  $H_2$ -воздух. В работе [3] предложена модель химической кинетики детонационного сгорания смеси синтез-газа с окислителем. В данном докладе, на основе работ [2, 3] в трехмерной нестационарной постановке сформулирована замкнутая математическая модель и проведены численные расчеты НСД смеси синтез-газ – воздух в КС с внешним диаметром 30.6 см, длиной 57 см, зазором 1.65 см. Для стехиометрической смеси  $CO + H_2 +$  воздух при удельном расходе  $265 \text{ кг}/(\text{с}\cdot\text{м}^2)$  получено решение с одной поперечной детонационной волной (ПДВ) со скоростью 1490 м/с, частотой  $f \approx 1.59 \text{ кГц}$ , высотой фронта  $\approx 16.8 \text{ см}$ . На рисунке приведено распределение давления  $P$  (атм) на момент времени  $\approx 10 \text{ мс}$ .



Торец слева - вход в КС, справа - выход с противодавлением 1 атм. ПДВ движется против часовой стрелки, вправо отходит косая ударная волна. Показано, что решение является физически допустимым. Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ и Новосибирской области в рамках научного проекта № 19-41-543009.

## Список литературы

1. Быковский Ф. А., Ждан С. А., Ведерников Е. Ф. *Непрерывная спиновая детонация смесей синтез-газ – воздух*. ФГВ. 2013. Т. 49. № 4. С. 60–67.
2. Rybnikov A. I., Simonov E. V., Gurin A. M., Trilis A. V., Samsonov A. N. *Three-dimensional numerical simulation of continuous spin detonation in hydrogen-oxygen and hydrogen-air mixtures using OpenFOAM package*. J. Phys.: Conf. Ser. 2019. 1404. 012065.
3. Троцюк А. В., Фомин П. А. *Моделирование нерегулярной ячеистой структуры детонационной волны в двухтопливной смеси*. ФГВ. 2019. Т. 55. № 4. С. 15–20.



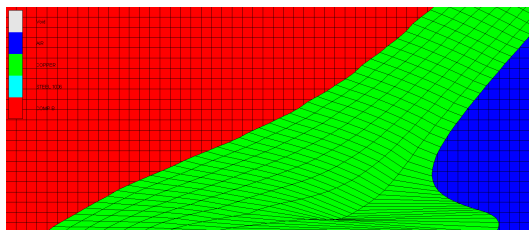
# КИНЕМАТИКА ПРОЦЕССА ОБРАЗОВАНИЯ КУМУЛЯТИВНОЙ СТРУИ

*Е. М. Гриф, А. В. Гуськов, К. Е. Милевский*

*Новосибирский государственный технический университет, Новосибирск*

Механизм формирования кумулятивной струи, основанный на модели идеальной несжимаемой жидкости и учитывающий экспериментальные данные, развит независимо М. Ю. Лаврентьевым и Г. Биркхоффом [1]. Представления о кумуляции базируются на классических кинематических схемах теории струеобразования, оперирующих векторами скорости движения стенок облицовки под действием давления продуктов детонации и скорости точки соединения двух плоскостей [2].

Предлагается подход, где вектор скорости кумулятивной струи является результирующим векторов скоростей деформирования, деформации и перемещения материала кумулятивной струи. Используя среду численного моделирования Ansys Autodyn, можно выделить участки расчетного пространства с возможностью дальнейшей обработки результатов расчета. Рассматривается функционирование осесимметричного кумулятивного заряда в 2-D пространстве и используется Лагранж-Эйлеров решатель, при этом лагранжевым методом описываются узлы металла кумулятивной облицовки. По искажению динамически меняющейся сетки проводится расчет деформации выделяемого элемента и вычисляется скорость деформации материала, по изменению значений координат выделенных элементов – скорость перемещения. Представлены искажения расчетной сетки при численном моделировании (см. рисунок).



По результатам тестового расчета скорость деформирования приравнивается к скорости детонации взрывчатого вещества  $v_1 = 7,98$  км/с, скорость деформации  $v_2 = 2,9 \cdot 10^5$  с<sup>-1</sup>, скорость перемещения  $v_3 = 1,35$  км/с.

Управляя выделенными характеристиками, можно управлять скоростью и, соответственно, массоэнергетическими характеристиками кумулятивной струи, что открывает перспективное направление для исследований, направленных на повышение эффективности функционирования кумулятивных зарядов.

## Список литературы

1. Воеводка А. Витковски Т. *Моделирование формирования струи в линейных кумулятивных зарядах*. Физика горения и взрыва. - 2014. - Т. 50, №3. - С. 130–136.
2. Мишнев В. И., Гуськов А. В., Милевский К. Е., Тришин Ю. А. *Кумулятивное струеобразование : лабораторный практикум для 4 курса ФЛА (специальности 171400, 330500, 120400) дневной формы обучения / Новосиб. гос. техн. ун-т.* - Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2003. – 40 с.

## АНАЛИЗ СОСТАВА ПРОДУКТОВ РЕАКЦИИ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ КОМПОНЕНТОВ НАНОТЕРМИТНОЙ СИСТЕМЫ

*Л. Х. Бадретдинова<sup>1</sup>, А. В. Станжевич<sup>1,2</sup>, А. Р. Бакиров<sup>2</sup>, Н. П. Тайбинов<sup>2</sup>, В. Я. Базотов<sup>1</sup>*

<sup>1</sup>Казанский национальный исследовательский технологический университет, Казань

<sup>2</sup>Российский федеральный ядерный центр - Всероссийский научно-исследовательский институт технической физики им. академ. Е.И. Забабахина, Снежинск

В данной работе проведены исследования взаимосвязи химического состава, и способа изготовления нанотермитов на основе алюминия и оксида меди на их структуру и взрывчато-энергетические характеристики, а также состав продуктов реакции. Исходные образцы были представлены как в нанодисперсном состоянии (порошки), так и в виде многослойных тонких плёнок, изготовленных методом магнетронного напыления на бумажную и алюминиевую подложки. Выявлено, что при горении нано пленки образуются оксиды алюминия различного стехиометрического состава  $Al_xO_y$  и медь, а также формируются различные гидроксиды алюминия, оксиды меди и промежуточные продукты типа шпинелей ( $Al_xCu_yO_z$ ). Также проведен анализ механоактивированного нанотермита по определению критических температур. В зависимости от степени механоактивации, с уменьшением реакционной способности состава, температура начала окисления увеличивается. Исходя из этого, можно судить о том, что время задержки зажигания будет увеличиваться с уменьшением термического воздействия. Таким образом, в настоящей работе показана перспективность малоэнергетической (до 1 Дж/кг) предварительной механоактивации для получения быстрогорящих нанотермитных составов.

## ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ УЛЬТРАЗВУКОВОГО ВОЗДЕЙСТВИЯ НА СТРУКТУРУ И СВОЙСТВА ПОЛИМЕРНЫХ КОМПОЗИЦИОННЫХ МАТЕРИАЛОВ

*В. Д. Минаков<sup>1</sup>, Р. Н. Голых<sup>1</sup>, Н. И. Попок<sup>2</sup>, В. Н. Попок<sup>2</sup>, П. В. Петреков<sup>1</sup>*

<sup>1</sup>Бийский технологический институт (филиал) АлтГТУ им. И.И. Ползунова, Бийск

<sup>2</sup>АО «ФНПЦ «Алтай», Бийск

Создана экспериментальная установка для исследования влияния ультразвукового воздействия на структуру и свойства полимерных композиционных материалов. Разработана технологическая схема получения отверждённых полимерных композиционных материалов с применением ультразвука. Исследовано влияние интенсивности и длительности воздействия как на неотверждённое связующее полимерного композиционного материала, так и на частицы наполнителя с выявлением прочности отверждённых образцов, полученных как с применением, так и без применения ультразвукового воздействия.

Подтверждено, что ультразвуковое воздействие не изменяет атомный мономерных звеньев макромолекул связующего, а только разрушает водородные связи между мономерными звеньями и тем самым снижает вязкость неотверждённого связующего. Установлено существование оптимальной интенсивности, обеспечивающей максимальную долю энергии колебаний,

трансформируемую в снижение вязкости связующего. Исследование влияния ультразвукового воздействия на наполнитель позволило установить повышение прочности конечного образца отверждённого материала не менее чем на 60% (на разрыв) по сравнению с образцом, полученным без применения ультразвукового воздействия.

Методика проведения экспериментальных исследований разработана при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта 18-79-00094. Эксперименты по влиянию ультразвукового воздействия на связующее и наполнитель выполнены при поддержке РФФИ и Министерства образования и науки Алтайского края в рамках научного проекта 19-48-220014.

## ВЛИЯНИЕ ТОЛЩИНЫ ПОКРЫТИЯ КУМУЛЯТИВНОЙ ОБЛИЦОВКИ ИЗ ПЕРСПЕКТИВНЫХ МАТЕРИАЛОВ НА ГЛУБИНУ ПРОБИТИЯ

*А. А. Акимов, М. С. Воротилин, А. Н. Чуков*

*Тульский государственный университет, Тула*

С целью определения облика кумулятивной облицовки (КО) с покрытием, позволяющей получить более высокие значения глубины пробития, проведены теоретические исследования функционирования кумулятивных зарядов (КЗ), в процессе которых варьировались материал и толщина покрытия. Также выполнена оценка проникающей способности сформированных КС и проведено сравнение с параметрами функционирования КЗ заряда базовой (штатной) конструкции.

Для проведения исследований была модифицирована методика расчета функционирования КЗ, которая реализована в виде программы численного моделирования. В качестве базовой была взята конструкция заряда диаметром 100 мм, оснащенного генератором и зарядом энергетического материала. Высота заряда составляла 205,0 мм. Облицовка имела угол раствора  $60^\circ$  (материал облицовки – медь М0). Фокусное расстояние составляло 400 мм.

В процессе вычислений менялись материал и толщина покрытия КО. В частности, были рассмотрены облицовки с покрытием из молибдена, тантала, карбида-вольфрама и вольфрама толщиной 0,5, 0,3 и 0,15 мм.

Анализ полученных результатов позволил сделать вывод о том, что глубина пробития КЗ с облицовкой, имеющей покрытие из вольфрама максимальна (902 мм) при толщине 0,15 мм (глубина каверны увеличивается на 78 мм по сравнению со штатной конструкцией).

## ДИНАМИЧЕСКАЯ ПЛАСТИЧНОСТЬ СТАЛЬНЫХ ОБОЛОЧЕК

*Е. Ф. Грязнов<sup>1</sup>, Л. Р. Ботвина<sup>2</sup>*

<sup>1</sup>МГТУ им. Н. Э. Баумана, Москва

<sup>2</sup>Институт металлургии и материаловедения РАН, Москва

Работа посвящена исследованию характеристик пластичности стальных цилиндрических оболочек в условиях взрывного нагружения. Рассмотрены различные типы сталей: мало-, средне- и высокоуглеродистые. Скорость деформаций варьировалась в диапазоне  $\dot{\epsilon} = 10^4 \dots 10^6 \text{ с}^{-1}$ . В качестве характеристик динамической пластичности использовались величины относительного удлинения -  $\delta_{\text{дин}}$ , определяемого через радиус разрушения оболочек по

результатам высокоскоростной оптической съемки, и относительного сужения -  $\psi_{\text{дин}}$ , определяемого по толщине осколков.

Выявлены противоположные тенденции изменения характеристик пластичности в динамических условиях – если величина  $\delta_{\text{дин}}$  практически всегда превышает свои стандартные статические значения, то уровень  $\psi_{\text{дин}}$ , наоборот, ниже статического. Для выяснения причины противоречия проведены исследования характеристик пластичности оболочек, нагруженных гидростатическим давлением: установлено, что при испытаниях однотипных образцов проявляется единая тенденция – обе характеристики динамической пластичности заметно повышаются по сравнению со статическими.

При исследовании зависимости  $\psi_{\text{дин}}(\dot{\epsilon})$  для оболочек из стали 45 установлено наличие "пика пластичности аналогичного тому, который был ранее выявлен А. Г. Ивановым для оболочек из сталей 3,20 и 35. Рост и снижение уровня  $\psi_{\text{дин}}$  при увеличении  $\dot{\epsilon}$  связаны с изменением механизма разрушения оболочек, исследование которого проведено с применением методов металлографии.

## МОДЕЛИРОВАНИЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ УДАРНИКОВ ИЗ ГРАДИЕНТНОГО МАТЕРИАЛА С МЕТАЛЛИЧЕСКИМИ И НЕМЕТАЛЛИЧЕСКИМИ ПРЕГРАДАМИ

*А. В. Радченко<sup>1,2</sup>, П. А. Радченко<sup>2</sup>, С. П. Батуев<sup>2</sup>*

<sup>1</sup>*Балтийский государственный технический университет «ВОЕНМЕХ» им. Д.Ф. Устинова, Санкт-Петербург*

<sup>2</sup>*Институт физики прочности и материаловедения СО РАН, Томск*

Современные технологии позволяют создавать материалы с непрерывным распределением физико-механических свойств. В связи с этим большой интерес представляет поведение конструкций из подобных материалов при различных воздействиях.

В работе численно исследуются ударно-волновые процессы, напряженно-деформированное состояние и разрушение ударников при взаимодействии с металлическими и неметаллическими преградами. Моделирование проводится в трехмерной постановке в рамках феноменологического подхода механики сплошной среды. Для численных исследований используется авторский программный комплекс EFES 2.0, основанный на методе конечных элементов.

Рассмотрено нормальное и косое взаимодействие различных типов ударников из градиентных материалов в диапазоне скоростей взаимодействия 700-2500 м/с. В качестве преград использовались металлические преграды из стали и алюминия, и неметаллические анизотропные преграды из органо- и углепластика.

Исследовано влияние распределение механических свойств в материале ударника на ударно-волновые процессы, его разрушение и фрагментацию, проникающую способность.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 18-48-700035) и государственного задания ИФПМ СО РАН, проект III.23.1.1.

# МНОГОФРОНТОВАЯ СТРУКТУРА ДЕТОНАЦИИ В ДВУХ-ТОПЛИВНЫХ СМЕСЯХ – ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

А. В. Троцюк, П. А. Фомин

Институт гидродинамики им. М. А. Лаврентьева СО РАН, Новосибирск

В представленной работе изложены исследования по численному моделированию двумерной многофронтной структуры детонационных волн (ДВ) в двух-топливных смесях. Изучения явления детонации в таких смесях базируется на предложенной нами в [1] приведенной модели детонационной кинетики газовых смесей на основе метана. Данная кинетическая модель был обобщена нами [2] на случай двух-топливной смеси вида  $a_1 C_n H_m + a_2 H_2 + a_3 CO + a_4 O_2 + a_5 N_2$ ,  $a_4 \geq n/2$ . Модель кинетики является двухстадийной (стадия периода индукции и стадия основного тепловыделения).

Реальные многостадийные химические реакции, проходящие во время периода индукции, заменяются одной брутто-реакцией, которая должна удовлетворять определенным условиям, предложенным нами в данной работе, которые зависят от начального состава смеси. Для расчета средней молярной массы газа после истечения периода индукции и начала процесса тепловыделения, используется одно дифференциальное кинетическое уравнение.

Для расчета длительности периода индукции в двух-топливных смесях нами была выдвинута полуэмпирическая формула, основанная на известных константах в формуле для периода индукции типа Аррениуса для монотопливных смесей и экспериментальных данных по размерам детонационных ячеек в этих смесях. Методологически мы следовали подходу, предложенному в работе [3].

Проведены численные двумерные расчеты структуры ДВ в смеси синтез-газа ( $(1-\alpha)CO + \alpha H_2$ ) с кислородом и воздухом, и смеси тяжелого углеводорода гексана и окиси углерода ( $(1-\alpha)CO + \alpha C_6H_{14}$ ) с воздухом. Было получено, что по мере увеличения доли CO  $\alpha$  в исследованных смесях возрастает степень нерегулярности многофронтной структуры детонации, возрастает количество областей несгоревшего газа за фронтом ДВ. Методом вариаций ширины канала при 2D моделировании были получены данные по размеру детонационных ячеек для указанных двух-топливных систем. Полученные численные результаты хорошо совпадают с доступными экспериментальными размерами детонационных ячеек.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 17-03-01351).

## Список литературы

1. Fomin P. A., Trotsyuk A. V., Vasil'ev A. A. *Approximate model of chemical reaction kinetics for detonation processes in mixture of  $CH_4$  with air*. Combustion Science and Technology. 2014. Vol. 186. № 10-11. P. 1716–1735.
2. Троцюк А. В., Фомин П. А. *Моделирование нерегулярной ячеистой структуры детонационной волны в двух-топливной смеси*. ФГВ. 2019. Т. 55, № 4. С. 15–20.
3. Васильев А. А. *Задержка воспламенения в многотопливных смесях*. ФГВ. 2007. Т. 43. № 3. С. 42–46.

# МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ УДАРНО-ВОЛНОВОГО РАЗОГРЕВА 1,3,5-ТРИАМИНО-2,4,6-ТРИНИТРОБЕНЗОЛА (ТАТБ) И ПЕНТАЭРИТРИТТЕТРАНИТРАТА (ТЭН)

М. А. Бирюкова<sup>1,2</sup>, Д. В. Петров<sup>1</sup>, Ю. М. Ковалев<sup>2</sup>, Е. Б. Смирнов<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup>Российский федеральный ядерный центр - Всероссийский научно-исследовательский институт технической физики им. академ. Е.И. Забабахина, 456770 Снежинск

<sup>2</sup>Южно-Уральский государственный университет (НИУ), 454080 Челябинск

Построение уравнений состояния в широком диапазоне давлений является необходимым элементом математического моделирования нестационарных газодинамических процессов импульсного воздействия на вещество. Однако применение строгих теоретических методов расчета термодинамических свойств материалов позволяет получать результаты только в ограниченных интервалах термодинамических параметров. В этой ситуации особое значение приобретают методы построения полуэмпирических уравнений состояния. Вид функциональных зависимостей термодинамического потенциала для полуэмпирического описания определяется из теоретических соображений, а результаты экспериментов используются для определения входящих в эти зависимости коэффициентов. Для молекулярных кристаллов нитросоединений, к которым относятся взрывчатые вещества, особое значение приобретает возможность правильного и точного определения их ударно-волнового разогрева.

В данной работе представлено развитие подхода к построению полуэмпирических уравнений состояния молекулярных кристаллов нитросоединений [1], позволяющий описывать температурную зависимость изобарического коэффициента объемного расширения молекулярных кристаллов нитросоединений [2] и изотермическое сжатие кристаллов ТАТБ [3] по известному модулю объемного сжатия и теплоте сублимации кристалла, полученных из экспериментов не связанных с изотермическим сжатием. Расчет температур ударно-волнового сжатия позволил определить период задержки адиабатического взрыва для различных значений давления инициирования ВВ плоской ударной волной. Сравнительный анализ расчетов, проведенных по предлагаемому в работе уравнению состояния, с экспериментальными данными показал, что они согласуются в пределах погрешности эксперимента. Следовательно, предлагаемые уравнения состояния правильно описывают и «холодную» и тепловую составляющие давления и внутренней энергии ВВ, позволяют проводить расчеты ударно-волнового разогрева ВВ и решать задачи, связанные с инициированием детонации в кристаллических ВВ.

## Список литературы

1. Бирюкова М. А., Петров Д. В., Гармашев А. Ю., Музыря А. К., Ковалёв Ю. М., Смирнов Е. Б., Бадретдинова Л. Х. Уравнение состояния ТАТБ на основе статических и динамических экспериментов Физика горения и взрыва. 2019. Т. 55. № 4. С. 51–59.
2. Ковалёв Ю. М. Определение температурной зависимости изобарического коэффициента объемного расширения для некоторых молекулярных кристаллов нитросоединений Инженерно-физический журнал. 2018. Т. 91. № 6. С. 1653–1663.
3. Ковалёв Ю. М. Уравнения состояния для описания изотермического сжатия некоторых молекулярных кристаллов нитросоединений Инженерно-физический журнал. 2020. Т. 93. № 1. С. 229–239.

# ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ГОРЕНИЯ МОДЕЛЬНЫХ АГЛОМЕРАТОВ АЛЮМИНИЯ В ВОЗДУХЕ

Н. С. Белоусова<sup>1,2</sup>, А. В. Гуськов<sup>2</sup>, О. Г. Глотов<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup>Институт химической кинетики и горения им. В.В. Воеводского СО РАН, Новосибирск

<sup>2</sup>Новосибирский государственный технический университет, Новосибирск

Алюминий – распространенный конструкционный материал, который применяется во многих технических объектах, а также он является пирофорным и высококалорийным материалом, поэтому алюминий и его соединения широко используются в качестве высокоэффективного горючего в смесевых составах ракетных топлив. Для более полного понимания процесса горения частиц из комбинированного горючего, включающего алюминий, необходимо знать особенности параметров горения и фрагментации каждого из компонентов.

С помощью использования подхода «модельных монодисперсных агломератов» [1] исследовано горение крупных алюминиевых агломератов с диаметром 550–780 мкм в свободном падении в воздухе. Эксперименты проведены с композицией для алюминиевых агломератов следующего состава: 73.85% Al (фракция 0.5–1.5 мкм, выделенная из порошка АСД-4), 26.15% активного горючего-связующего (метилполивинил-тетразольный полимер, пластифицированный нитросодержащими соединениями). Методика проведения и обработки экспериментов в основном аналогична методике [2]. В ходе экспериментов определены времена горения агломератов, размер, масса и плотность финальных частиц-остатков. Также получены данные о фрагментации горящих Al-агломератов (временные параметры процесса и доля фрагментирующих агломератов). Полученные результаты сравнены с данными [3].

Работа поддержана Российским фондом фундаментальных исследований (проект № 19-03-00294).

## Список литературы

1. Глотов О. Г., Суродин Г. С., Житницкая О. Н., Кискин А. Б. *Горение монодисперсных агломератов из алюминия и бора в воздухе* Тезисы докладов IX Всероссийской конференции с международным участием «Горение топлива: теория, эксперимент, приложения», Новосибирск, Россия, 16-18 ноября 2015, с. 46.. ISBN 978-5-89017-042-2
2. Белоусова Н.С., Глотов О.Г., Гуськов А.В. *Исследование горения частиц титана, с целью генерации наночастиц TiO<sub>2</sub>* В сборнике: XV Всероссийская научная конференция «Проблемы проектирования и производства систем и комплексов». Тула. №11 с 90-99 2018.
3. Глотов О. Г., Жуков В. А. *Эволюция 100-микронных алюминиевых агломератов и изначально сплошных алюминиевых частиц в пламени модельного твердого топлива. II. Результаты* И Физика горения и взрыва, Том 44, Выпуск 6. с. 52-60.

# MODELLING OF PROPYLENE TOROIDAL CLOUD EXPLOSION

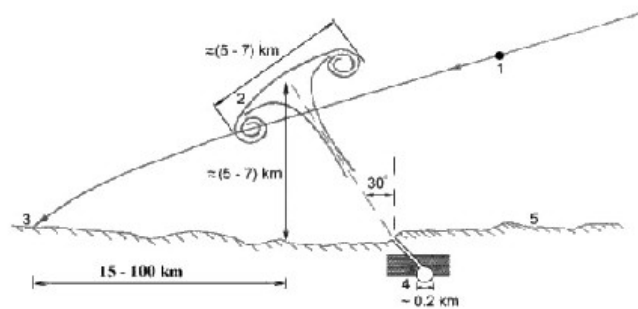
*P. A. Fomin<sup>1</sup>, S. A. Valger<sup>2,3</sup>, N. N. Fedorova<sup>3</sup>*

<sup>1</sup>*Lavrentyev Institute of Hydrodynamics SB RAS, Novosibirsk, Russia*

<sup>2</sup>*Novosibirsk State University of Architecture and Civil Engineering, Novosibirsk, Russia*

<sup>3</sup>*Khristianovich Institute of Theoretical and Applied Mechanics SB RAS, Novosibirsk, Russia*

In the paper, results of numerical simulations of the explosion of a propylene toroidal cloud above the ground surface are presented. The work is a continuation of [1], in which it was shown via experiments and calculations that famous Tunguska explosion of 1908 was an explosion of a toroidal cloud formed by a single ejection of hydrate methane in the atmosphere, initiated by a small flat-moving meteorite. In [1], the gas-hydrate nature of the methane ejection was established, the scale of the cloud was estimated and the most likely area of the meteorite fall was proposed. An explanation is given to the geophysical phenomena, related with Tunguska event like night clouds, ozone holes and magnetic storms. But it was problematic to vary the geometric scales and space orientation of the torus. Therefore, the simulation of the toroidal cloud explosion taking place above the horizontal surface could give the additional information about the Tunguska event. The paper focuses on the numerical study of the flow structure under the condition of the explosion of a gas cloud of complex shape. As an explosive gas, propylene is considered. The mathematical model and simulation methods are described in [2]. In the computations, a qualitative agreement is obtained with the experimental results on the shock wave structure. Besides, detailed data on velocities and pressures on the ground surface are obtained that could help to explain the Tunguska phenomenon. It can be seen that the explosion of a toroidal cloud results in complex shock wave pictures which include two non-concentric ring shocks and internal expansion wave. Numerical calculations are carried out over a wide geometrical parameter range and made it possible to explain the features of the pressure distribution over the surface.



The study is supported by the Russian Foundation for Basic Research project 18-58-53031.

## Список литературы

1. Nikolaev Yu. A., Fomin P. A. *Identification of the Tunguska event with the explosion of a methane-clouds initiated by a slow- and flat-moving small meteorite*. Combustion, Explosion and Shock Waves. 2011. Vol. 47. No. 2. pp. 226–240.
2. Valger S. A., Fomin P. A., Fedorova N. N. *Numerical study of explosion of "propylene-air" mixture cloud in recessed cavity located near complex of bluff bodies*. IOP Conference Series: Materials Science and Engineering. 2018. Vol. 456(1). p. 012031.



## ОПРЕДЕЛЕНИЕ СКОРОСТИ ЗВУКА ЗА ФРОНТОМ УДАРНЫХ ВОЛН ВО ФТОРОПЛАСТЕ, ЭПОКСИДНОЙ СМОЛЕ И ПОЛИКАРБОНАТЕ В ДИАПАЗОНЕ ДАВЛЕНИЙ 20-35 ГПа

*Ф. И. Тарасов, Е. Б. Смирнов, Д. Т. Юсупов, А. Ю. Николаев, Р. Н. Канунников,  
В. В. Малёв, К. С. Сидоров, А. С. Лобачёв, Д. В. Мухин*

*Российский Федеральный Ядерный Центр - Всероссийский научно-исследовательский институт технической физики имени академика Е.И. Забабахина,  
456770, Снежинск*

Скорость звука за фронтом ударной волны определяет начальное поведение сжатого вещества при разгрузке и в волне повторного сжатия. Измерение скорости звука позволяет получить информацию об упруго-пластических свойствах ударно-сжатых материалов. По резкому изменению зависимости скорости звука от давления можно судить об изменении фазового состояния вещества вдоль его ударной адиабаты. Знание скорости звука материалов важно для верификации и сертификации современных упруго-вязко-пластических моделей высокоскоростного деформирования материалов, а также для правильной постановки взрывных экспериментов и расшифровки полученных данных.

Целью данной работы являлось определение скорости звука в ряде полимерных материалов, а именно: фторопласте, эпоксидной смоле и поликарбонате. Данные материалы используются в конструкциях летательных аппаратов, а также при газодинамической отработке специзделий.

В работе представлены постановка взрывных экспериментов и полученные данные по скорости звука в ударно-сжатых образцах из фторопласта Ф-4 (24÷44 ГПа), эпоксидного компаунда ЭК-34 (14÷38 ГПа) и поликарбоната ПК-ЭТ-3,5 (16÷35 ГПа) методом догоняющей разгрузки.

Ударно-волновое нагружение образцов осуществлялось взрывными нагружающими устройствами на основе мощных взрывчатых веществ с ударниками из стали. Скорости полёта ударников варьировались в диапазоне от 2,7 до 4,8 км/с.

Для определения скорости звука применялись индикаторный метод с использованием пьезооптических датчиков, а также метод манганинового датчика.

## КОЭФФИЦИЕНТ ГРЮНАЙЗЕНА КОНДЕНСИРОВАННОЙ СРЕДЫ

*В. Ф. Анисичкин, Э. Р. Пруэл*

*Институт гидродинамики им. М. А. Лаврентьева СО РАН, Новосибирск*

Коэффициент Грюнайзена характеризует отношение теплового давления  $p_h$  к тепловой энергии решетки  $E_h$  [1]:

$$\Gamma(V) = p_h V / E_h$$

Коэффициент Грюнайзена оказался наглядным и удобным инструментом при построении уравнений состояния на основе ударно волновых данных с разделением полного давления на потенциальную составляющую  $p_p$ , зависящую только от объема, и тепловую  $p_h$  [1, 2]:

$$p = p_p(V) + p_h(V, T)$$

Коэффициент  $\Gamma(V)$  рассчитан нами с помощью предложенного ранее соотношения, связывающего давление за фронтом ударной волны  $p_H$  с потенциальной составляющей  $p_p$  [3]:

$$p_H / p_p = V / V_0$$

проверенного сравнением с экспериментальными данными при высоких давлениях, из качественных соображений и методами молекулярной динамики.

Показано преимущество полученных результатов по сравнению с известными расчетными и экспериментальными зависимостями коэффициента  $\Gamma(V)$ .

### Список литературы

1. Зельдович Я. Б., Райзер Ю. П. *Физика ударных волн и высокотемпературных гидродинамических явлений*. М.: Наука, 1963.
2. Прут В. В. *Моделирование параметра Грюнайзена в ударной волне*. Известия высших учебных заведений. Физика. 2019. Т. 62. № 2. С. 139-144.
3. Анисичкин В. Ф. *Уравнение состояния для расчета температуры материалов при обработке взрывом*. Инженерно-физический журнал. 2017. Т. 90. № 4. С. 1025–1035.

## ДИНАМИЧЕСКАЯ ПЛАСТИЧНОСТЬ РАСШИРЯЮЩИХСЯ МЕДНЫХ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ОБОЛОЧЕК

*Д. Ю. Кадочников, А. Ю. Гармашев, Е. Б. Смирнов, А. А. Дегтярев, Р. Н. Канунников,  
В. В. Малёв, А. С. Лобачёв, Д. В. Мухин*

*ФГУП «Российский Федеральный Ядерный Центр - Всероссийский научно-исследовательский институт технической физики имени академика Е.И. Забабахина», 456770 Снежинск*

В работе исследованы особенности деформационного поведения медных цилиндрических оболочек, расширяющихся под действием продуктов взрыва. Описаны постановки экспериментов, в которых реализованы различные скорости деформации изучаемого материала. В экспериментах скорость движения оболочки регистрировалась электроконтактным методом,

а для улавливания фрагментов оболочек использовалось демпфирующее устройство, с помощью которого удалось сохранить элементы оболочек для последующего анализа. В результате обработки экспериментальных данных определены характеристики пластичности – относительное динамическое удлинение и относительное динамическое сужение. Получена зависимость относительного динамического сужения от скорости деформации с выраженным максимумом, вероятно соответствующем пику пластичности.

## О ВЛИЯНИИ ЯДРА ЗЕМЛИ НА КЛИМАТ

В. Ф. Анисичкин<sup>1</sup>, А. С. Ежак<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Институт гидродинамики им. М. А. Лаврентьева СО РАН, Новосибирск

<sup>2</sup>Новосибирский государственный университет, Новосибирск

Изменения тепловых течений во внешнем жидком ядре Земли вносят вклад в изменения климата и магнитного поля Земли. При этом периодические в течение сотен миллионов лет потепления-похолодания, реверсии магнитного поля Земли могут вызываться периодическими протеканиями цепных ядерных реакций в ядре Земли.

В расчетах [1, 2] получено, что реакции с выгоранием, затем накоплением легко делящихся изотопов, как в реакторе-размножителе, возможны в течение миллиардов лет в смеси актиноидов с железом и углеродом.

Для понимания и, возможно, предсказания режимов работы таких геореакторов необходимо знать элементный и количественный состав вещества ядра Земли. На основе ранее предложенного уравнения состояния конденсированной среды при высоких давлениях и температурах [3], нами в расчетах получено, что внешнее ядро Земли вероятнее всего неоднородное и содержит в качестве основной легкой добавки к железу и никелю углерод. При этом, в верхней части ядра углерод в кристаллической форме, в нижней в виде карбидов или раствора.

### Список литературы

1. Ершов А. П., Анисичкин В. Ф. *О нейтронно-делительной волне*. ФГВ. 2003. Т. 39. № 2. С. 121-127.
2. Anisichkin V. F., Bezborodov A. A., Suslov I. R. *Georeactor in the Earth. Transport Theory and Statistical Physics*. 2008. V. 37. Is. 5-7. P. 624-633.
3. Анисичкин В. Ф. *Уравнение состояния для расчета температуры материалов при обработке взрывом*. Инженерно-физический журнал. 2017. Т. 90. № 4. С. 1025–1035.

## ВЛИЯНИЕ ПРОИЗВОДНЫХ НИТРОТРИАЗОЛА НА ВЗРЫВЧАТЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ НАНОТЕРМИТА $\text{MoO}_3/\text{Al}$

*В. В. Гордеев, М. В. Казутин, Н. В. Козырев*

*Институт проблем химико-энергетических технологий СО РАН, Бийск*

В настоящее время наблюдается повышенный интерес к изучению различных пиротехнических смесей содержащих наноразмерные компоненты, наибольший интерес вызывают термитные смеси – порошкообразная смесь металла и оксида менее активного металла. Использование наноразмерных материалов в термите способствует значительному изменению параметров горения смеси: скорость горения увеличивается в сотни и тысячи раз (вплоть до 2200 м/с), отмечается способность к горению в тонком слое (менее 0,1 мм) и микрограммовых навесках. На основании чего, подобные смеси выделяют в отдельный тип высокоэнергетических гетерогенных композиций – нанотермиты. Нанотермиты рассматриваются как перспективный материал для создания средств инициирования (электровоспламенители, капсулявоспламенители), топливных зарядов микродвигателей реактивной тяги, пироагрегатов, газогенераторов, микровзрывных устройств и т.д. Однако высокая чувствительность нанотермитов к трению, электрической искре, а также плохая компактируемость, затрудняет использование нанотермитных систем на практике. Нивелировать представленные недостатки нанотермитных смесей возможно введением добавок различной природы. В наших предыдущих работах было показано, что использование добавок инертного и фторполимерного связующего снижает чувствительность нанотермитной смеси, но при этом наблюдаются негативные изменения критических параметров смеси - горение в тонком слое и миллиграммовых навесках становится не возможным. В литературе, приводятся разнообразные данные по влиянию высокоэнергетических материалов (нитрат целлюлозы, гексоген, аммиачная селитра и т.п.) на свойства нанотермитных смесей, согласно которым взрывчатые параметры данных смесей возрастают, однако чувствительность подобных композиций остается на уровне базовых нанотермитов. В связи с чем становится актуальным поиск новых материалов, которые позволят снизить чувствительность нанотермитов, при этом сохранив взрывчатые характеристики смеси на приемлемом уровне. С данной позиции, в качестве перспективных добавок к нанотермитам выступают 3-нитро-1,2,4-триазол (нитротриазол) и его производные, для которых характерна низкая чувствительность, и достаточно высокие энергетические показатели (на уровне тротила). Настоящая работа посвящена изучению влияния добавок производных нитротриазола на свойств нанотермитной смеси  $\text{MoO}_3/\text{Al}$ . Работа выполнена при использовании приборной базы Бийского регионального центра коллективного пользования СО РАН (ИПХЭТ СО РАН, г. Бийск).

## МОДЕЛИРОВАНИЕ ПОВЕДЕНИЯ ПРЕГРАД ИЗ СТЕКЛА ПРИ ВЫСОКОСКОРОСТНОМ ВЗАИМОДЕЙСТВИИ С ЧАСТИЦАМИ КОСМИЧЕСКОГО МУСОРА

*П. А. Радченко, С. П. Батуев, А. В. Радченко*

*ФГБУН Институт физики прочности и материаловедения СО РАН, Томск*

В работе рассматривается задача моделирования поведения стекол иллюминатором при высокоскоростном нагружении. Исследуется взаимодействие с алюминиевыми ударниками, имеющими широкий диапазон масс и начальных скоростей. Поведения ударника описывается упругопластической моделью с возможностью разрушения. Преграды моделируются с применением модели Джонсона-Холмквиста (JH-2). Расчеты производились с использованием метода конечных элементов в авторском программном комплексе EFES 2.0. Задача решалась в полной трехмерной постановке с соответствующими экспериментальным данным начальными и граничными условиями. Математическое моделирование показало хорошее качественное соответствие имеющимся экспериментальным значениям.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 18-48-700035) и государственного задания ИФПМ СО РАН, проект III.23.1.1.

## УСКОРЕНИЕ ДИСПЕРСНЫХ ЧАСТИЦ ПРОДУКТАМИ ГАЗОВОЙ ДЕТОНАЦИИ В РАСШИРЯЮЩЕМСЯ КАНАЛЕ

*И. С. Батраев, Е. С. Прохоров, В. Ю. Ульяницкий*

*Институт гидродинамики им. М. А. Лаврентьева СО РАН, Новосибирск*

Проведено исследование ускорения частиц порошкового материала продуктами газовой детонации в стволе детонационной установки с конической дульной частью. Разработана оригинальная методика фиксации движения пакета разогретых светящихся частиц с помощью фотоэлемента через целевой экран с разрешением по времени около 50 микросекунд, позволяющая регистрировать скорость частиц порошка с точностью не хуже 5%. На компьютеризированном детонационном комплексе CCDS2000 выполнены эксперименты по ускорению частиц порошка WC/Co с углами дульной части: 0, 1 и 2 градуса. Обнаружено, что коническое уширение позволяет существенно увеличить скорость частиц на вылете из ствола.

Выполнено численное моделирование проведенных экспериментов в квазиодномерной постановке. Модель позволяет описывать ускорение, нагрев, плавление, испарение и дробление неоднородных по составу частиц вплоть до вылета их из ствола. При этом учитывается возможность частичного заполнения ствола взрывчатой смесью, когда частицы в зависимости от глубины их загрузки в стволе могут разгоняться потоком ударно-сжатого газа и/или химически реагирующими потоком продуктов детонации. В расчетах при вариации угла расширения дульной части в диапазоне от нуля до пяти градусов у дисперсных частиц от 10 до 50 микрон в районе (1,5–2,5) градусов наблюдается максимум увеличения скорости до (20–50) %. Результаты расчетов хорошо согласуются с экспериментом при учете эффекта дробления частиц порошка.

Проведенное исследование показало, что за счет относительно небольшого (в пределах 2°) расширения дульной части можно добиться существенного – более 20% увеличения скорости дисперсных частиц в стволе детонационной установки.

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований и Правительства Новосибирской области, грант № 18-43-540008.

## ПРИМЕНЕНИЕ ЛАЗЕРНЫХ ИНТЕРФЕРОМЕТРИЧЕСКИХ МЕТОДОВ ДЛЯ ИССЛЕДОВАНИЯ ПАРАМЕТРОВ УДАРНО-ИНДУЦИРОВАННОГО ПЫЛЕНИЯ МЕТАЛЛОВ

*А. В. Федоров, С. А. Финюшин, Е. А. Чудаков, Д. А. Калашников, И. С. Гнуттов,  
А. О. Яговкин*

С помощью лазерных интерферометрических методов проведены экспериментальные исследования параметров пыления свинца, олова, меди и других металлов при их ударноволновом нагружении в широком диапазоне давлений. Метод PDV позволяет регистрировать скорость свободной поверхности, поле скоростей и удельную массу потока частиц, определять размер частиц по их торможению в газовой среде.

В большинстве экспериментов регистрировались скорость поверхности и, с помощью индикаторных фольг и тонких стекол, удельная масса пылевого потока. Построены зависимости распределения удельной массы частиц от времени и относительной скорости. Проанализировано влияние шероховатости и фазового состояния вещества после ударноволнового нагружения на возможности регистрации скорости свободной поверхности и определения удельной массы выброшенных частиц. Показано, что при заданной шероховатости поверхности удельная масса пыли, выбрасываемая с поверхности при ударноволновом плавлении исследуемых металлов, существенно больше, чем для образца, находящегося в твердом состоянии. Для полированных образцов при достижении порогового давления, соответствующего плавлению вещества, происходит резкое увеличение массы выбрасываемых частиц. С помощью этого эффекта определена величина начала плавления ряда металлов на волне разгрузки после их ударноволнового нагружения.

Исследовалась также динамика движения частиц металлов в газовых средах. Для определения характерного размера частиц использовался закон их торможения в газах. Для исследуемых металлов определены характерные размеры частиц и фрагментов. Размер частиц в каждом конкретном случае определяется источником пыления (материал, шероховатость, фазовое состояние и т.п.).

## ИЗМЕРЕНИЕ ДИНАМИКИ ПРОСТРАНСТВЕННОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ПЛОТНОСТЕЙ В УДАРНО-ИНДУЦИРОВАННЫХ ПЫЛЕВЫХ ПОТОКАХ, ДВИЖУЩИХСЯ В ВАКУУМЕ И В ГАЗЕ, МЕТОДОМ СИНХРОТРОННОГО ИЗЛУЧЕНИЯ

*М. В. Антипов<sup>1</sup>, А. Б. Георгиевская<sup>1</sup>, В. А. Огородников<sup>1</sup>, А. Л. Михайлов<sup>1</sup>, И. А. Спирин<sup>1</sup>,  
А. А. Утенков<sup>1</sup>, И. В. Юртов<sup>1</sup>, А. В. Федосеев<sup>1</sup>, О. Б. Согрина<sup>1</sup>, А. А. Волгин<sup>1</sup>, К. А. Тен<sup>2</sup>,  
Э. Р. Прууэл<sup>2</sup>, А. О. Кашкаров<sup>2</sup>, И. А. Рубцов<sup>2</sup>*

<sup>1</sup>*Институт физики взрыва РФЯЦ-ВНИИЭФ, Саров*

<sup>2</sup>*Институт гидродинамики им. М. А. Лаврентьева СО РАН, Новосибирск*

Представлены результаты экспериментов по исследованию возможности использования синхротронного излучения (СИ) из вигглеров, установленных на ускорителях заряженных частиц ВЭПП-3 (ИЯФ СО РАН, г. Новосибирск), для регистрации динамики пространственного распределения плотностей в ударно-индуцированных пылевых потоках. По сравнению с традиционными источниками рентгеновского излучения, возникающего при торможении ускоренных электрическим полем электронов на аноде, СИ имеет более высокую интенсивность потока, стабильность и когерентность, малую угловую расходимость и время экспозиции, а также высокую периодичность повторения, что позволяет проводить рентгеновскую хронографию взрывных процессов, высокого пространственного и временного разрешения. В отличие от протонографии, СИ с мягким рентгеновским спектром позволяет регистрировать низкоплотные объекты, например, ударно-индуцированные пылевые потоки.

В опытах исследовали параметры ударноволнового «пыления» с использованием образцов из олова с шероховатостью свободной поверхности Rz 5, Rz 20 и Rz 60, на которую выходила ударная волна с давлением 45 ГПа. Эксперименты проводили в вакууме, воздухе и гелии при различных начальных давлениях до 8 атм.. Полученные с помощью СИ данные сравниваются с параллельно проводившимися измерениями методом пьезодатчиков и с предварительными расчётами.

Показано, что метод СИ позволяет проводить многокадровые радиографические измерения распределений плотностей в ударно-индуцированных пылевых потоках. Наличие сжатого ударной волной воздуха или гелия не препятствует измерениям. Зарегистрированы процессы формирования пылевых потоков после выхода ударной волны на свободную поверхность, растяжения потоков по мере их движения и торможения головной части потоков частиц в опытах с газами.

# ДЕТОНАЦИОННЫЙ СИНТЕЗ КАТАЛИЗАТОРОВ «НАНОЧАСТИЦЫ ПАЛЛАДИЯ НА УГЛЕРОДНОМ НОСИТЕЛЕ» ДЛЯ ПОЛУЧЕНИЯ ВОДОРОДА РАЗЛОЖЕНИЕМ МУРАВЬИНОЙ КИСЛОТЫ

*Е. Ю. Герасимов<sup>1,3</sup>, А. О. Кашкаров<sup>2,3</sup>, Б. Л. Мороз<sup>1,3</sup>, Д. А. Булушев<sup>1</sup>, Ф. С. Голубь<sup>1</sup>,  
Э. Р. Прууэл<sup>2,3</sup>*

<sup>1</sup>Институт катализа им. Г. К. Борескова СО РАН, Новосибирск

<sup>2</sup>Институт гидродинамики им. М. А. Лаврентьева СО РАН, Новосибирск

<sup>3</sup>Новосибирский государственный университет, Новосибирск

Углероднанесенные металлические катализаторы представляют собой одну из важнейших групп гетерогенных катализаторов. По числу и разнообразию проводимых на них процессов выделяются катализаторы «палладий на угле», которые используют для очистки воздуха от СО и других вредных примесей, селективного гидрирования продуктов нефтепереработки, в реакциях тонкого органического синтеза, для разрушения диоксинов и т.д. Как правило, синтез таких катализаторов проводят в несколько стадий: сначала получают углеродный материал с нужными свойствами, затем на него наносят предшественник (комплексное соединение или коллоидные частицы) каталитически активного металла, после чего проводят различные обработки катализатора (прокаливание, восстановление), необходимые для достижения заданных свойств.

В настоящей работе впервые осуществлено одностадийное получение нанесенных катализаторов Pd/C ударно-волновым воздействием, которое возникает в результате взрывного разложения смесового ВВ, состоящего из триаминотринитробензола (ТАТБ) и октогена (50/50) и содержащего добавку Pd(OOCR)<sub>2</sub> (R = C<sub>17</sub>H<sub>35</sub>, C<sub>7</sub>H<sub>15</sub>, CH<sub>3</sub>) или Pd(NO<sub>3</sub>)<sub>2</sub>. Согласно данным порошковой рентгеновской дифракции, ПЭМВР, низкотемпературной адсорбции N<sub>2</sub> и рентгеноспектрального флуоресцентного анализа, полученные образцы представляют собой углеродный материал с развитой пористой структурой ( $S_{уд} = 300 \div 400 \text{ м}^2/\text{г}$ ), на поверхности которого находятся частицы Pd с размерами от 1 до 20 нм. Содержание Pd и диапазон размеров его частиц зависят от состава соединения Pd, которое было взято в качестве добавки к ВВ при синтезе образца детонационным методом. По данным органического микроанализа и РФЭС, углеродная матрица содержит большое количество азота (11 ÷ 13 вес.%) в различных формах (пиридиновый, пиррольный и «графитовый» азот), с которым может быть координирован палладий. Это делает полученные материалы перспективными для применения в роли катализаторов реакции разложения HCOOH с образованием H<sub>2</sub>, который можно использовать в топливных элементах.

Испытание образцов Pd/C, приготовленных детонационным методом, в реакции разложения HCOOH показало, что они обладают повышенной по сравнению с модельными катализаторами каталитической активностью. Кроме того, высокое содержание азота в этих материалах положительно влияет на селективность образования H<sub>2</sub>. Также продемонстрировано влияние весового содержания Pd и среднего размера его частиц в катализаторах, приготовленных детонационным методом, на их свойства в изученной реакции. От исходного реагента, содержащего Pd, изменялся диапазон размеров частиц, а также процент нанесения благородных металлов, что также влияло на характер каталитической активности.



# ИССЛЕДОВАНИЕ ДИНАМИКИ ВЫБРОСА «ПЫЛЕВОГО» ОБЛАКА ПРИ ВЫХОДЕ СИЛЬНОЙ УДАРНОЙ ВОЛНЫ НА ПОВЕРХНОСТЬ ОЛОВА

К. А. Тен<sup>1</sup>, Э. Р. Прууэл<sup>1</sup>, А. О. Кашкаров<sup>1</sup>, И. А. Рубцов<sup>1</sup>, В. М. Титов<sup>1</sup>,  
Д. В. Петров<sup>2</sup>, А. Ю. Гармашев<sup>2</sup>, Е. Б. Смирнов<sup>2</sup>, М. Ю. Столбиков<sup>2</sup>,  
В. В. Малев<sup>2</sup>, А. К. Широбоков<sup>2</sup>, В. В. Секретарчук<sup>2</sup>, Л. И. Шехтман<sup>3</sup>,  
В. В. Жуланов<sup>3</sup>, Б. П. Толочко<sup>4</sup>

<sup>1</sup>Институт гидродинамики им. М. А. Лаврентьева СО РАН, Новосибирск

<sup>2</sup>Российский федеральный ядерный центр – Всероссийский научно-исследовательский институт технической физики им. Е. И. Забабахина, Снежинск

<sup>3</sup>Институт ядерной физики им. Г. И. Будкера СО РАН, Новосибирск

<sup>4</sup>Институт химии твердого тела и механохимии СО РАН

При больших ускорениях впереди металлического ударника появляется поток микро и наночастиц (облако пыли). Отрыв частиц можно объяснить развитием неустойчивостей и кумулятивными явлениями в микронных масштабах. Оба направления требуют трудного экспериментального исследования. Интерес к изучению «пыления» также связан с влиянием выброса облака пыли на результаты измерений движения металлических поверхностей с использованием рентгенографических, электроконтактных и лазерных методов регистрации движения. Облако пыли также мешает достижению максимальных сжатий плазмы в проблеме инерциального термоядерного синтеза.

Для изучения возникновения и движения облака микрочастиц используют самые различные методики – оптические, рентгенографические, лазерные (VISAR, PDV). В последнее время используются и ускорительные методики – протонография и синхротронное излучение (СИ). Все существующие методики регистрации плохо позволяют регистрировать потоки микрочастиц с линейной плотностью менее 0.01 г/см<sup>2</sup>. Синхротронное излучение может быть полезным ввиду мягкого энергетического спектра (до 30 кэВ), хорошего временного разрешения (124 нс), большого числа кадров (100 кадров) и возможности синхронного использования других (PDV, пьезодатчиков) методик.

# СРАВНЕНИЕ СОХРАНЕННЫХ ПРОДУКТОВ ДЕТОНАЦИИ ТАТБ И БТФ

Н. П. Сатонкина<sup>1</sup>, А. С. Хорунженко<sup>2</sup>

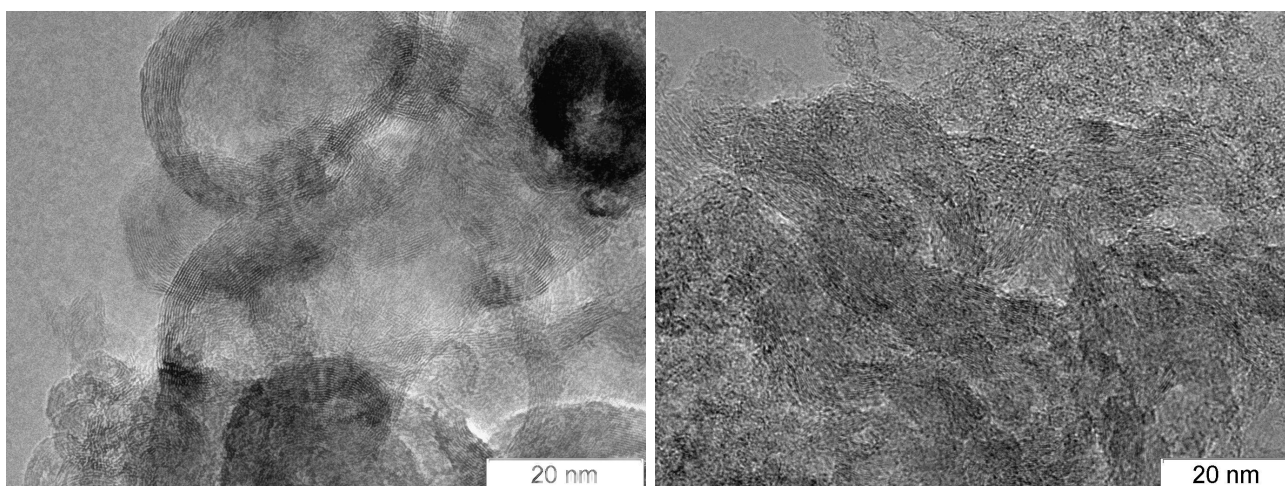
<sup>1</sup>Институт гидродинамики им. М. А. Лаврентьева СО РАН, Новосибирск

<sup>2</sup>Новосибирский государственный университет, Новосибирск

В работе методом просвечивающей электронной микроскопии исследовано влияние молекулы ВВ на сохраненные продукты детонации для двух близких по составу и строению веществ – бензотрифуроксана (БТФ,  $C_6N_6O_6$ ) и триаминотринитробензола (ТАТБ,  $C_6H_6N_6O_6$ ).

На снимках сохраненных продуктов обоих ВВ идентифицированы протяженные углеродные структуры в проводящей фазе. Для БТФ характерно меньшее расстояние между слоями графита, что является результатом отсутствия в молекуле водорода.

На фото слева приведены сохраненные продукты детонации БТФ, структуры имеют аморфную сердцевину, окруженную слоями графитоподобного углерода. Справа – продукты детонации ТАТБ, которые состоят преимущественно из волокнистых углеродных структур.



Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант N 18-03-00227).

## Список литературы

1. Anisichkin V. F., Satonkina N. P., Kashkarov A. O. *Detonation mechanism of organic high explosives and production of nanocarbon*. 16th International Detonation Symposium, 15-20 July 2018, Cambridge, Maryland, USA ONR-43-5762-19, P. 769-775.
2. Tarver, C. M., Forbes, J. W., Urtiew, P. A. *Nonequilibrium Zeldovich-Von Neumann-Doring Theory and Reactive Flow Modeling of Detonation*. Russ. Journal of Physical Chemistry B. 2007. V. 1. P. 39-45.
3. Mochalin V., Shenderova O., Ho D., Gogotsi Y. *The properties and applications of nanodiamonds*. Nature nanotechnology. 2012, V. 11. P. 11-23.

# ИССЛЕДОВАНИЕ ПРОВОДЯЩИХ СТРУКТУР СОХРАНЕННЫХ ПРОДУКТОВ ДЕТОНАЦИИ

Н. П. Сатонкина<sup>1</sup>, А. В. Марченко<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Институт гидродинамики им. М. А. Лаврентьева СО РАН, Новосибирск

<sup>2</sup>Новосибирский государственный университет, Новосибирск

В работах [1,2] было высказано предположение о ходе химических реакций при детонации конденсированных органических взрывчатых веществ, согласно которому в ударном фронте происходит разлом внутримолекулярных связей, вследствие чего сначала идет перестройка и формирование сквозных углеродных структур с вытеснением "чужеродных" элементов, и только потом происходят окислительные реакции. Эта кинетика отличается, например, от кинетик в работах [3, 4], где выделение так называемого свободного углерода происходит вблизи точки Чепмена-Жуге.

Исследованы фотографии сохраненных продуктов детонации, полученные методом просвечивающей электронной микроскопии. Расстояние между углеродными слоями в продуктах тротила составляет  $0,36 \pm 0,03$  нм, в продуктах ТГ  $0,34 \pm 0,03$  нм. Отличие мы объясняем наличием "чужеродных" элементов. Результаты работы в целом подтверждают предложенную модель кинетики химических реакций.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант N 18-03-00227).

## Список литературы

1. Бреусов О. Н. *К вопросу о механизме динамического синтеза алмаза из органических веществ*. Химическая физика. 2002, т. 21, № 11. С. 110-112.
2. Anisichkin V. F., Satonkina N. P., Kashkarov A. O. *Detonation mechanism of organic high explosives and production of nanocarbon*. 16th International Detonation Symposium, 15-20 July 2018, Cambridge, Maryland, USA ONR-43-5762-19, P. 769-775.
3. Tarver C. M., Forbes J. W., Urtiew P. A. *Nonequilibrium Zeldovich-Von Neumann-Doring Theory and Reactive Flow Modeling of Detonation*. Russ. Journal of Physical Chemistry B. 2007. V. 1. P. 39-45.
4. Mochalin V., Shenderova O., Ho D., Gogotsi Y. *The properties and applications of nanodiamonds*. Nature nanotechnology. 2012, V. 11. P. 11-23.

## ВЛИЯНИЕ ПАРАМЕТРОВ НАГРУЖАЮЩЕГО ИМПУЛЬСА И ПОРИСТОСТИ ВВ НА ПРОЦЕСС ПЕРЕХОДА УДАРНОЙ ВОЛНЫ В ДЕТОНАЦИОННУЮ

Д. В. Петров<sup>1</sup>, А. Ю. Гармашев<sup>1</sup>, Е. Б. Смирнов<sup>1,2</sup>, А. В. Лебедев<sup>1</sup>, В. Н. Щербаков<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Российский Федеральный Ядерный Центр - Всероссийский научно-исследовательский институт технической физики имени академика Е.И. Забахина, Снежинск

<sup>2</sup>Южно-Уральский государственный университет, Челябинск

Наиболее полную информацию о развитии процесса ударно-волнового инициирования детонации взрывчатых веществ традиционно получают регистрацией эволюции волновых профилей давления или массовой скорости. В данной работе регистрация процесса перехода ударной волны в детонационную осуществлялась одновременно при помощи пьезорезистивной и радиоинтерферометрической методик. При помощи пьезорезистивных датчиков регистрировались параметры ударной волны, входящей в заряд из исследуемого ВВ, а также параметры ударной/детонационной волны, выходящей из него. При помощи радиоинтерферометра регистрировалась  $x-t$  диаграмма процесса распространения ударной волны и переход ее в детонационную волну. Нагружение исследуемого ВВ ударными волнами различной интенсивности осуществлялось при помощи взрывного генератора. Используемый генератор позволял получать в исследуемом ВВ ударные волны с амплитудой от 6 до 30 ГПа с различным градиентом давления за фронтом. Изменение параметров нагружающего импульса осуществлялось за счет изменения толщины активного заряда ВВ и толщины преграды из фторопласта или меди. Пористость деталей из исследуемого ВВ варьировалась в диапазоне от 1% до 5%.

Для детального отслеживания траектории перехода ударной волны в детонационную был использован подход, базирующийся на теоретических выкладках расширенной теории динамики детонационного фронта (DSD). Аппроксимация, выполненная на основании данного подхода, соответствуют экспериментальным данным в мельчайших деталях и позволяют расширить область их применения для калибровки численных моделей, а также способствуют изучению физических механизмов инициирования. Прецизионная обработка траекторий перехода ударной волны в детонационную, выполненная в данной работе, позволила проверить справедливость приближения единой кривой (SCI), в соответствии с которым переход инициирующей ударной волны в детонационную осуществляется по единственной для данного ВВ кривой в плоскости  $P_B V - \chi_0$  (плоскость Pop-plot) независимо от величины начального давления и профиля инициирующей УВ. Проведенный в данной работе детальный анализ показал, что приближение SCI не выполняется для ВВ исследованного в данной работе.

Детальная обработка траекторий перехода ударной волны в детонационную позволила построить Pop-plot диаграммы для различных пористостей исследуемого ВВ с физически верными асимптотами. Сверху диаграммы ограничиваются скоростью детонации. Снизу ограничиваются скоростью распространения ударной волны на пределе упругости Гюгонио. Ниже этой величины не может происходить инициирование, поскольку механизм «горячих точек» при более низких скоростях не может реализовываться.

## ИЗУЧЕНИЕ ПРОЦЕССА ОБРАЗОВАНИЯ АЛМАЗНОЙ ФАЗЫ ПРИ ДЕТОНАЦИИ СМЕСЕЙ ТИПА ВВ/ГРАФИТ

*И. А. Рубцов<sup>1</sup>, К. А. Тен<sup>1</sup>, Э. Р. Прууэл<sup>1</sup>, А. О. Кашкаров<sup>1</sup>, А. Е. Курепин<sup>2</sup>, В. Б. Яшин<sup>2</sup>,  
А. С. Смирнов<sup>2</sup>*

<sup>1</sup>Институт гидродинамики им. М. А. Лаврентьева СО РАН, Новосибирск

<sup>2</sup>Государственный научно-исследовательский институт машиностроения  
им. В. В. Бахирева, Дзержинск

Возможность использования коротких высоко-периодических вспышек синхротронного излучения от ускорителей высоких энергий позволяет проследивать временную эволюцию сигнала малоуглового рентгеновского рассеяния (МУРР) при детонации взрывчатых веществ (ВВ), а анализ его распределения по углу позволяет восстановить динамику средних размеров рассеивающих неоднородностей, т.е. формирование конденсированного углерода.

Один из способов синтеза ультрадисперсных алмазов заключается в предварительном смешивании графита с взрывчатым веществом. В работе исследовался процесс образования алмазной фазы при детонации смесей на основе гексогена, тэна и октогена. Измерена динамика МУРР в процессе детонации, из которой восстановлена динамика формирования углеродных частиц за фронтом детонационной волны. МУРР наблюдается как от начального заряда (от добавленного графита), так и от конденсированного углерода в процессе детонации, при этом сигнал отличается. Исследованы детонационные характеристики смесевых составов такого типа, в том числе построено уравнение состояния продуктов детонации. Основываясь на проведенных экспериментах были проведены математические расчеты, показавшие что наилучшие условия для формирования алмазной фазы реализуются для смесей октоген/графит. В тэн/графитовых смесях для формирования алмазной фазы не хватает давления.

Кроме этого были исследованы сохраненные продукты взрыва гексоген и тэн/графитовых смесей. В обоих случаях наблюдается наличие, как алмазной фазы, так и аморфного углерода. На просвечивающей электронной микроскопии высокого разрешения алмазная фаза наблюдается в виде агломератов со средним размером порядка 10 нм, а область когерентного рассеяния наноалмазов составляет 4 нм. Из сравнения углеродного остатка продуктов детонации тэновых и гексогеновых смесей можно сделать вывод, что заряды на основе гексогена более эффективны для синтеза детонационного алмаза.

Исследование выполнено при частичной финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 20-33-90028.

## ДИНАМИКА СРЕДНЕГО РАЗМЕРА УГЛЕРОДНЫХ СТРУКТУР ПРИ ДЕТОНАЦИИ ЗАРЯДОВ ВВ РАЗНОГО ДИАМЕТРА

И. А. Рубцов<sup>1</sup>, К. А. Тен<sup>1</sup>, Э. Р. Прууэл<sup>1</sup>, А. О. Кашкаров<sup>1</sup>, В. М. Титов<sup>1</sup>, Б. П. Толочко<sup>2</sup>,  
Л. И. Шехтман<sup>3</sup>, В. В. Жуланов<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Институт гидродинамики им. М. А. Лаврентьева СО РАН, Новосибирск

<sup>2</sup>Институт химии твердого тела и механохимии СО РАН, Новосибирск

<sup>3</sup>Институт ядерной физики им. Г. И. Будкера СО РАН, Новосибирск

При детонации взрывчатых веществ с отрицательным кислородным балансом, одним из основных продуктов химической реакции является конденсированный углерод. Однако недостаток экспериментальных данных не позволяет на сегодняшний день дать количественную оценку процесса конденсации углерода. В работе представлены параметры кинетики конденсации углерода в волне Тейлора.

Нами использовалась методика мало-углового рентгеновского рассеяния для изучения динамики формирования углеродных наночастиц при детонации зарядов ТНТ и ТГ диаметром 20, 30 и 40 мм. Возможность использования коротких высоко-периодических вспышек синхротронного излучения от ускорителей высоких энергий позволяет проследивать временную эволюцию сигнала малоуглового рентгеновского рассеяния при детонации взрывчатых веществ, а анализ его распределения по углу позволяет восстановить динамику средних размеров рассеивающих неоднородностей, т.е. формирование конденсированного углерода.

В работе показано присутствие длительной конденсации углерода за зоной химической реакции, а также зависимость процесса конденсации от диаметра заряда. Впервые обработка данных учитывала разлет продуктов детонации и распределение частиц по размерам.

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 20-33-90028.

## 4 ПОВЕДЕНИЕ МАТЕРИАЛОВ И КОНСТРУКЦИЙ

### ОПРЕДЕЛЕНИЕ ДАВЛЕНИЙ РАЗРЫВА И НАПРАВЛЕНИЙ РАЗРУШЕНИЯ ВОКРУГ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ И СФЕРИЧЕСКОЙ ПОЛОСТЕЙ

*А. М. Коврижных*

*Институт горного дела им. Н. А. Чинакала СО РАН, Новосибирск, Россия*

Рассматривается задача об упругопластическом деформировании и разрушении горных пород вокруг цилиндрической и сферической полостей под действием внутреннего давления. Напряженное состояние в нетронутом массиве считается гидростатическим. Традиционно для определения давления гидроразрыва применяется критерий максимального нормального напряжения [1]. Однако имеющиеся в литературе экспериментальные исследования показывают, что этот критерий не согласуется с результатами лабораторных опытов по разрушению цилиндрической и сферической полостей, проведенных в образцах горных пород [2]. Известно, также, что результаты экспериментов по сложному нагружению сплошных образцов из различных материалов не подтверждаются теорией максимального нормального напряжения, как по величине предельной нагрузки, так и по направлению распространения поверхности разрушения. Поэтому предлагается для сложного напряженного состояния горных пород определять предельное давление по экспериментально обоснованным критериям разрушения, которые хорошо согласуются с результатами лабораторных опытов по гидроразрыву скважин [3].

#### Список литературы

1. Курленя М. В., Леонтьев А. В., Попов С. Н. *Развитие метода гидроразрыва для исследования напряженного состояния массива горных пород*. ФТПРПИ. 1994. № 1. С. 3-20.
2. Medlin W. L., Masse L. *Laboratory investigation of fracture initiation pressure and orientation*. J. Society of Petroleum Engineers. 1979. V. 19, N 2. P. 129-144.
3. Коврижных А. М., Курленя М. В. *Определение предельных давлений при гидроразрыве скважин для различных критериев разрушения горных пород*. Фундаментальные и прикладные вопросы горных наук. Новосибирск: ИГД СО РАН. 2019. Т. 6., № 1. С. 129-134.

## ТЕРМОМЕХАНИЧЕСКИЕ СОСТОЯНИЯ ШЛИКЕРА ОКСИДА БЕРИЛЛИЯ В ПРОЦЕССЕ ЛИТЬЯ

Г. Д. Бицоев<sup>1</sup>, У. К. Жапбасбаев<sup>2</sup>, Б. К. Кенжалиев<sup>2</sup>, Г. И. Рамазанова<sup>2</sup>

<sup>1</sup>ВКГТУ им. Д. Серикбаева, Усть-Каменогорск, Казахстан

<sup>2</sup>Satbayev University, Алматы, Казахстан

Высокоплотная керамика оксида бериллия находит широкое применение благодаря ряду ценных свойств и, прежде всего, уникальной теплопроводности. Метод шликерного литья – основной способ получения керамических изделий сложной конфигурации [1]. Сущность этого метода заключается в придании шликеру формы изделия путем заполнения формообразующей полости жидким шликером под давлением и фиксацией приобретенной формы изменением его агрегатного состояния.

Технология шликерного литья включает в себя следующие стадии [1]: движение и теплообмен шликера в жидком состоянии, с учетом кристаллизации, движение и теплообмен отливки в твердом состоянии. В опытах установлено, что в диапазоне возможных скоростей литья режим движения шликера в литьевой форме является ламинарным. Шликер поступает в литьевую форму при температуре 75–80 °С и охлаждается в ней до 40–45 °С [1].

В опытах жидкий шликер оксида бериллия показывает реологию Шведова-Бингама [1]. Движение и теплообмен шликера в формообразующей полости считается стационарным и описывается системой уравнений:

$$\rho u \frac{\partial u}{\partial z} + \rho v \frac{\partial u}{\partial r} = -\frac{dp}{dz} + \frac{1}{r^k} \frac{\partial}{\partial r} \left( r^k \mu \frac{\partial u}{\partial r} \right) - \frac{1}{r^k} \frac{\partial}{\partial r} (r^k \tau_0) \quad (1)$$

$$\frac{\partial \rho u}{\partial z} + \frac{1}{r^k} \frac{\partial r^k \rho v}{\partial r} = 0 \quad (2)$$

$$\rho u c_p \frac{\partial t}{\partial z} + \rho v c_p \frac{\partial t}{\partial r} = \frac{\partial}{\partial z} \left( \lambda \frac{\partial t}{\partial z} \right) + \frac{1}{r^k} \frac{\partial}{\partial r} \left( r^k \lambda \frac{\partial t}{\partial r} \right) \quad (3)$$

где  $z, r$  – осевая и радиальная координаты;  $u, v$  – компоненты вектора скорости;  $p, \rho, t, \tau_0, c_p, \mu, \lambda$  – давление, плотность, температура, предельное напряжение сдвига, коэффициенты кажущейся теплоемкости, вязкости и теплопроводности шликера, индексы  $k = 0, 1$  – для плоской и круглой полостей.

Теплота фазового перехода определяется по модели кажущейся теплоемкости [2], а теплофизические свойства шликера выражаются эмпирическими формулами [1].

Система уравнений (1)–(3) с граничными условиями решается численным методом [3]. В докладе приводятся результаты расчетов движения и теплообмена шликера с фазовым переходом в формообразующей полости.

### Список литературы

1. Zhabbasbayev U. K., Ramazanova G. I. et al. *Experimental and calculated data of the beryllium oxide slurry solidification*. Appl. Therm. Eng. 2016. Vol. 96. P. 593–599.
2. Voller V. R., Swaminathan C. R., Thomas B. G. *Fixed grid techniques for phase change problems: a review*. Int. J. Numer. Meth. Eng. 1990. Vol. 30. P. 875–898.
3. Андерсон Д., Таннехилл Дж., Плетчер Р. *Вычислительная гидромеханика и теплообмен*. М.: Мир, 1990.



# МОДЕЛИРОВАНИЕ ПОВЕДЕНИЯ МАТЕРИАЛОВ С ПАМЯТЬЮ ФОРМЫ ПРИ КОНЕЧНЫХ ДЕФОРМАЦИЯХ

А. А. Роговой, О. С. Столбова

*Институт механики сплошных сред УрО РАН, Пермь*

В рамках формализованного подхода в [1] разработана теория построения моделей, описывающих поведение сложных сред при конечных деформациях и удовлетворяющих принципам термодинамики и объективности. Эта теория основана на кинематике наложения малых деформаций на конечные. При этом термо-упруго-неупругий процесс трактуется как упругий с напряженной отсчетной конфигурацией. В качестве последней принимается промежуточная упругая конфигурация, близкая к текущей и получающаяся из последней малой упругой разгрузкой.

Данный подход использован для построения определяющих уравнений в рамках конечных деформаций для материалов, испытывающих аустенитно-мартенситный фазовый переход (сплавы с памятью формы – СПФ и ферромагнитные сплавы с памятью формы – ФСПФ) [2, 3], а также полимеров, испытывающих релаксационный переход из высокоэластичного состояния в застеклованное (полимеры с памятью формы – ППФ) [4, 5]. В качестве неупругих деформаций рассматриваются деформации, возникающие в сплавах в процессе прямого фазового перехода и зависящие не только от температуры, но и от напряжений и приложенного магнитного поля (в случае ферромагнитных сплавов), либо деформации, возникающие в полимерах, имеющих определенную структуру, «замороженные» в процессе релаксационного перехода из высокоэластичного состояния в застеклованное.

Полученные соотношения аттестованы на задачах, имеющих экспериментальное обеспечение. Решен ряд краевых задач, в которых рассчитывается накопление и восстановление фазовых деформаций в консольных балках, пластинах и длинных полых цилиндрах. Численные расчеты выполнены методом конечных элементов с использованием процедуры пошагового нагружения в пакете FEnicCS (<http://fenicsproject.org>).

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ и правительства Пермского края (проекты 19-41-590008 и 20-01-00031).

## Список литературы

1. Rogovoy A. A. *Formalized approach to construction of the state equations for complex media under finite deformations*. Continuum Mechanics and Thermodynamics. 2012. Vol. 24. № 2. P. 81–114.
2. Роговой А. А., Столбова О. С. *Моделирование упруго-неупругих процессов при конечных деформациях в сплавах с памятью формы*. ПМТФ. 2013. Т. 54. № 2. С. 148–162.
3. Rogovoy A., Stolbova O. *Modeling the magnetic field control of phase transition in ferromagnetic shape memory alloys*. Int. J. Plasticity. 2016. Vol. 85. P. 130–155.
4. Роговой А. А., Столбова О. С. *Моделирование термомеханических процессов в полимерах с памятью формы при конечных деформациях*. ПМТФ. 2015. Т. 56. № 6. С. 143–157.
5. Роговой А. А., Столбова О. С. *Конечные деформации в сплавах и полимерах с памятью формы*. Ученые записки КнАГТУ. 2018. Т. 1. № 3(35). С. 6–17.

# АСИМПТОТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ СКЛЕЕННЫХ ПЛАСТИН КИРХГОФА-ЛЯВА

Е. М. Рудой

*Институт гидродинамики им. М. А. Лаврентьева СО РАН, Новосибирск  
Новосибирский государственный университет, Новосибирск*

В настоящей работе рассматривается композитная конструкция, состоящая из двух пластин, склеенных между собой третьей (клеевой слой) вдоль некоторых общих частей внешних границ. Конструкция находится в равновесии под действием приложенных сил. Равновесие каждой из трех пластин описывается бигармоническим уравнением. При этом на общих границах выполняется условие равенства прогибов и их нормальных производных. Считается, что упругие свойства клеевого слоя зависят от его толщины  $\varepsilon$ , являющейся малым параметром задачи. При этом упругие свойства склеенных пластин не зависят от  $\varepsilon$  и остаются постоянными. Основная цель работы – в случае мягкого слоя строго математически обосновать предельный переход при  $\varepsilon$ , стремящимся к нулю, и получить уравнения для решения предельной задачи. В работе получено такое уравнение в виде вариационного равенства, которому удовлетворяет решение предельной задачи. Выведена эквивалентная дифференциальная постановка задачи, из которой видно, что прогибы предельной задачи удовлетворяют на интерфейсе склейки так называемому условию пружинного типа (spring type condition), см. например, [1–3].

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 18-29-10007).

## Список литературы

1. Geymonat G., Krasucki F., Lenci S. *Mathematical analysis of a bonded joint with a soft thin adhesive*. Mathematics and Mechanics of Solids. 1994. V. 4. P. 201–225.
2. Serpilli M. *On modelling interfaces in linear micropolar composites*. Mathematics and Mechanics of Solids. 2017. V. 22. P. 667–685.
3. Furtsev A., Itou H., Rudoy E. *Modeling of bonded elastic structures by a variational method: Theoretical analysis and numerical simulation*. International Journal of Solids and Structures. 2020. V. 182–183. P. 100–110.

# ДОЛГОВЕЧНОСТЬ МАТЕРИАЛОВ С ПОЗИЦИЙ КИНЕТИЧЕСКОЙ КОНЦЕПЦИИ РАЗРУШЕНИЯ

*М. Г. Петров*

*Сибирский научно-исследовательский институт авиации им. С. А. Чаплыгина,  
Новосибирск*

Основой кинетической концепции разрушения является по существу теория скоростей реакций [1]. Сформировавшиеся представления о разрушении и деформировании материалов дают возможность анализировать внутренние термодинамические процессы, определяющие их механические свойства [2]. Прогнозирование долговечности материалов, базируясь на этих представлениях, предполагает применение ряда математических моделей [3].

1. Моделируется структурная неоднородность материала, количественно представленная полем внутренних напряжений, возникающим при нагружении. Непрерывное поле внутренних напряжений, естественно, представлено его дискретной моделью.

2. Моделируются внутренние термодинамические процессы в каждом из локальных объёмов материала, распределённых соответственно полю внутренних напряжений. Каждому структурному элементу модели материала соответствует совокупность статистически однородных объёмов в реальном материале.

3. Критерий разрушения для каждого объёма материала единый. Это критерий Бейли, подразумевающий достижение в каком-либо из них пороговой концентрации повреждений, переводящей процесс разрушения на следующий размерный уровень.

4. Вычисления накопления повреждений по структурным моделям материала осуществляются на основе связи процессов пластического течения и разрушения. Эти связи принципиально одинаковы как при ползучести, так и при усталостном разрушении материала.

После параметрической идентификации структурных моделей материала становится возможным выполнить расчётные оценки долговечности материалов по временным шагам при произвольных тепловых и силовых воздействиях. В усложнённых случаях в модели материалов включаются выражения, описывающие другие сопутствующие термодинамические процессы, вызывающие структурные изменения или превращения в материалах. К ним, например, относится распад металлического пересыщенного твёрдого раствора в металлических сплавах [3].

На примерах сравнения результатов расчёта долговечности и деформационных характеристик материалов с экспериментальными данными показано их вполне удовлетворительное соответствие при различных температурно-силовых программах нагружения.

Таким образом, моделирование внутренних процессов, происходящих в материале, на основе кинетической концепции разрушения позволяет решать более сложные задачи прочности, чем с помощью формального представления экспериментальных данных или установления их внешней взаимосвязи.

## Список литературы

1. Глесстон С., Лейдлер К., Эйринг Г. *Теория абсолютных скоростей реакций*. М.: Изд-во ин. лит., 1948.
2. Петров В. А., Башкарев А. Я., Веттегрень В. И. *Физические основы прогнозирования долговечности конструкционных материалов*. СПб.: Политехника, 1993.

3. Петров М. Г. *Прочность и долговечность элементов конструкций: подход на основе моделей материала как физической среды*. Saarbrücken: Lambert Academic Publishing, 2015.

## НОВАЯ МОДЕЛЬ ЭРОЗИОННОГО РАЗРУШЕНИЯ

*В. Т. Кузавов*

*Институт гидродинамики им. М. А. Лаврентьева СО РАН, Новосибирск*

Представлена новая (экспериментальная) модель кавитационного разрушения исследуемых материалов. В современной модели, разрушения материалов связано с воздействием кумулятивных струй, образующихся при несимметричном захлопывании кавитационных пузырьков вблизи твердой поверхности и ударных волн, возникающих при их сжатии. В новой модели эрозионное разрушение объясняется образованием в исследуемых материалах новых структур, ранее неизвестных в литературе, кавитационных трубок (к-трубок), имеющих спиральную высокочастотную структуру. Разрушение материалов связано с фокусировкой акустической энергии вдоль оси спиральных структур. При фокусировке энергии происходит значительное увеличение давления и температуры вдоль оси спиральных структур, что и приводит к разрушению исследуемых материалов.

Известно, при воздействии различных физических полей в материалах могут возникать прямолинейные структуры движения зарядов, замкнутые области различных конфигураций и спиральные структуры. Возможность применения этого метода образования прямолинейных и спиральных структур представлена при эрозионном разрушении материалов, возникающего при воздействии на них кавитации.

В рамках постановки вибрационной эрозии проведены экспериментальные исследования и установлено, что в материалах при воздействии на них кавитации образуются прямолинейные и высокочастотные спиральные структуры, ранее неизвестные в литературе. Установлено, что разрушение исследуемых материалов в новой модели начинается не со свободной поверхности, как это утверждает современная модель, а на небольшой глубине от нее.

## МОДЕЛИРОВАНИЕ РАЗРУШЕНИЯ БОЛЬШЕБЕРЦОВОЙ КОСТИ КАК ПОРОУПРУГОГО КОМПОЗИТА ПРИ ДИНАМИЧЕСКОМ НАГРУЖЕНИИ

*А. Ю. Смолин, Г. М. Еремина, А. О. Чирков*

*Институт физики прочности и материаловедения СО РАН, Томск*

Крупные кости человека, такие как бедренная и большеберцовая, являются наиболее уязвимыми частями скелета как в гражданских, так и в военных происшествиях. Для понимания механизмов травмирования, а также разработки эффективных решений по смягчению последствий травм нижних конечностей и их защите важная роль принадлежит созданию и использованию качественных численных моделей. В данной работе моделировалось механическое поведение большеберцовой кости как трехмерного пороупругого композита, состоящего из внутренней губчатой ткани и внешней кортикальной оболочки. При этом предполагалось, что обе составляющие представляют собой изотопный линейный пороупругий материал, но обладают различными значениями пористости, содержания жидкости и упругих свойств, которые были взяты из литературы.

Для компьютерного моделирования использовался метод подвижных клеточных автоматов, который является представителем однородно деформируемых дискретных элементов. Метод позволяет описывать динамику упругого деформирования костного каркаса и течения вязкой жидкости в порах костной ткани в соответствии с теорией линейной пороупругости Био, а также разрушение костных тканей.

На основе разработанной модели изучено механическое поведение большеберцовой кости при различных динамических нагрузках и граничных условиях. Результаты, полученные как для флюидонасыщенных, так и для «сухих» костей, проанализированы с целью выявления наиболее адекватных параметров модели.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 20-08-00818, результаты моделирования) и проекта III.23.2.4 государственного задания ИФПМ СО РАН на (разработка программного обеспечения).

## МОДЕЛИРОВАНИЕ ГИДРАТАЦИИ ПЕСКОСОДЕРЖАЩЕГО ПОРТЛАНДЦЕМЕНТА

*Ю. А. Абзаев, А. И. Гныря, С. В. Коробков*

*Архитектурно-строительный университет, Томск*

В работе изучены закономерности твердения смеси пескоцемента и песка в соотношении 0.75 и 0,25 соответственно в программном комплексе VCSTL в течение 28 дней при водоцементном отношении (WC) равном WC=0.40; 0.44; 0.49 и 0.54. В VCSTL получены результаты массовой гидратации (гидролиза) клинкерных фаз, количественного содержания и составе продуктов гидратации, доли пористой микроструктуры, эффективных значений упругих модулей (модуль сдвига, объемный модуль упругости, модуль Юнга, коэффициент Пуассона) в зависимости от времени твердения при комнатной температуре. Показано, что пескоцемент в пределах 28 суток гидратируется на 0.75. Причем основная часть гидратации приходится на первоначальные 100 часов. В течение первых 100 часов доля алита, алюмината снижается практически в 3 раза, доля белита, алюмоферрита в 1.5 раза. Доля пористого пространства

составляет 0.20 при водоцементном отношении ( $WC$ ) равно  $WC=0.40$  после 28 суток твердения, а с ростом водоцементного отношения до  $WC=0.54$  возрастает до 0.32. В исследуемом пескоцементе основную долю продуктов составляют гидраты  $CSH$  и  $CH$ , которые вносят основной вклад в прочностные характеристики пескоцемента. В связи с высокой долей пористого пространства в пескоцементе сохраняется высокая доля свободной влаги. Показано, что эффективные значения упругих модулей существенно возрастают в период до 200 часов, далее их интенсивность накопления монотонно снижается. Обнаружено, что предел текучести экспериментальных кривых напряжение–деформация пескоцементов с разным  $WC$  монотонно возрастает в процессе твердения, при  $WC=0,40$  и  $0,44$  этот рост оказывается наибольшим, что согласуется с влиянием  $WC$  на поведение модуля Юнга в процессе твердения. На качественном уровне наблюдается корреляционная связь между ростом предела текучести и модуля Юнга в зависимости от времени твердения для исследуемого водоцементного отношения. В работе сравнивались значения предела текучести при температурах  $T=20, 40, 50$  и  $70C$  в зависимости от времени твердения портландцементов, рис.1. Была проведена аппроксимация кубическими многочленами. С достоверностью ( $R=0,98$ ) выполняется кубическая связь между пределом текучести и модулем Юнга в исследуемом интервале твердения. Корреляционная связь может быть основой прогноза прочности портландцемента после 28 дней твердения.

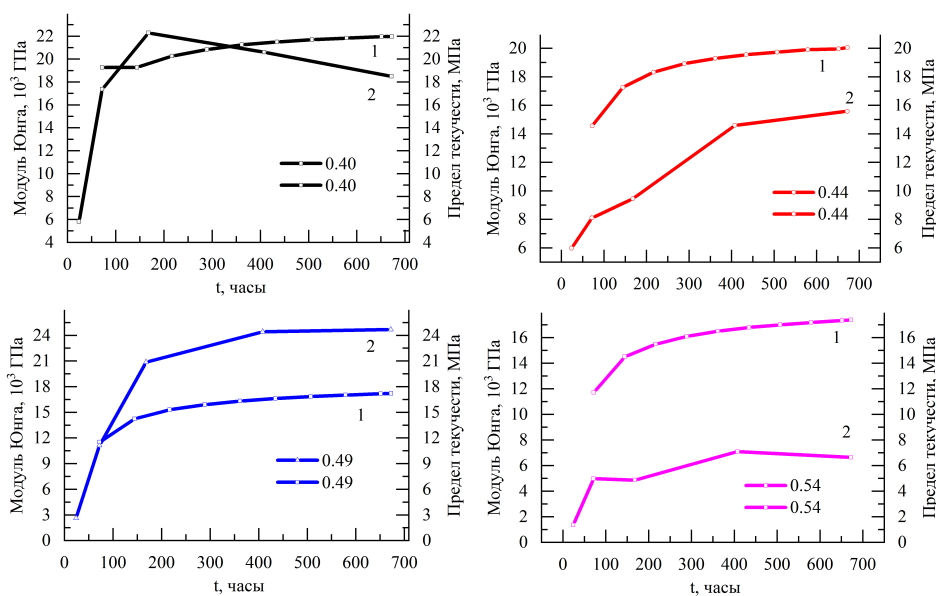


Рис. 1: Зависимость предела текучести (2), модуля Юнга (1) пескоцемента от времени с разным водоцементным отношением  $WC$ : а – 0.40; б – 0.44; в – 0.49; г – 0.54.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (код проекта №18-08-01025).

# АНТИПЛОСКАЯ УПРУГОПЛАСТИЧЕСКАЯ ЗАДАЧА ДЛЯ АНИЗОТРОПНОЙ И НЕОДНОРОДНОЙ СРЕДЫ

С. И. Сенашов<sup>1</sup>, И. Л. Савостьянова<sup>1</sup>, О. Н. Черепанова<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Сибирский государственный университет науки и технологий им. М. Ф. Решетнева, Красноярск

<sup>2</sup>Сибирский федеральный университет, Красноярск

Решена антиплоская упругопластическая задача о напряженном состоянии в анизотропном и неоднородном теле, ослабленном отверстиями, ограниченными кусочно гладкими контурами. Приведены законы сохранения, которые позволили свести вычисления компонент тензора напряжений к криволинейному интегралу по контурам отверстий. Законы сохранения позволили найти границу между упругой и пластической областями.

Напряженное антиплоское состояние возникает в цилиндрическом теле бесконечной длины под действием нагрузок, направленных по образующим цилиндра и постоянным вдоль образующих [1].

При этом при достаточно большой нагрузке в теле имеются как упругие, так и пластические зоны. В упругой зоне имеют место соотношения

$$\frac{\partial \tau^1}{\partial x} + \frac{\partial \tau^2}{\partial y} = 0, \tau^1 = \frac{\partial w}{\partial x}, \tau^2 = G_2 \frac{\partial w}{\partial y}. \quad (1)$$

В пластической области имеет место первое уравнение из (2), а также

$$a_{13}(\tau^1)^2 + a_{23}(\tau^2)^2 = k^2(x, y), \tau^2 \frac{\partial w}{\partial x} = \tau^1 \frac{\partial w}{\partial y}, \frac{\partial \tau^1}{\partial x} + \frac{\partial \tau^2}{\partial y} = 0, \tau^1 = \frac{\partial w}{\partial x}, \tau^2 = G_2 \frac{\partial w}{\partial y}. \quad (2)$$

Здесь  $G_i, a_{13}, a_{23}$  – постоянные,  $k(x, y)$  – гладкая функция.

На границе упругой и пластической областей предполагается непрерывными напряжения и смещения. С помощью законов сохранения [2–4] найдены упругопластические границы в анизотропной и неоднородной среде, имеющей несколько отверстий с кусочно гладкой границей, в случае когда пластическая область полностью охватывает отверстия.

## Список литературы

1. Аннин Б. Д., Черепанов Г. П. *Упруго-пластическая задача*. Новосибирск: Издательство Наука. Сибирское отделение. 1983. 239 с.
2. Senashov S. I., Vinogradov A. M. *Symmetries and conservation laws of 2-dimensional ideal plasticity*. Proc. Edinburg Math. Soc. 1988. V. 3(2). P. 415–439.
3. Киряков П. П., Сенашов С. И., Яхно А. Н. *Приложение симметрий и законов сохранения к решению дифференциальных уравнений*. Новосибирск: Издательство Наука. 2001.
4. Сенашов С. И., Гомонова О. В., Яхно А. Н. *Математические вопросы двумерных уравнений идеальной пластичности*. Красноярск: Сиб. гос. аэрокосмич. ун-т. 2012. 192 с.

## СДВОЕННЫЙ КРИТЕРИЙ КВАЗИХРУПКОГО РАЗРУШЕНИЯ ДЛЯ ТРЕЩИН III МОДЫ В СОСТАВНОМ СТЕРЖНЕ ИЗ УПРУГОПЛАСТИЧЕСКИХ МАТЕРИАЛОВ С УПРОЧНЕНИЕМ

*В. Д. Кургузов*

*Институт гидродинамики им. М. А. Лаврентьева СО РАН, Новосибирск*

Рассматривается продвижение кольцевой трещины продольного сдвига (III мода разрушения) при кручении стержня круглого поперечного сечения, выполненного из упрочняющихся упругопластических материалов, имеющих предельную деформацию. Процесс разрушения таких материалов описан с помощью модифицированной модели Леонова–Панасюка–Дагдейла, использующей дополнительный параметр – поперечник зоны пластичности (ширину зоны предразрушения). В условиях маломасштабной текучести предложен сдвоенный (достаточный) критерий квазихрупкого разрушения для трещин III моды в упругопластическом материале. Деформационный критерий разрушения сформулирован в вершине исходной трещины, а силовой критерий для касательных напряжений с учетом осреднения – в вершине модельной трещины. Длины исходной и модельной трещины отличаются на длину зоны предразрушения. Получены простые соотношения для критических сдвигающих напряжений, длин зон предразрушения и критический коэффициент интенсивности напряжений (КИН) для III моды разрушения. Имеет место предельный переход от достаточного критерия разрушения к необходимому критерию, когда длина зоны предразрушения стремится к нулю. Критические напряжения, полученные по необходимому и достаточному критериям, различаются существенно. В рамках предложенной модели критический КИН, полученный по достаточному критерию, – переменная величина, он зависит от характерного линейного размера структуры материала, параметров диаграммы деформирования и длины трещины. Указано правило подбора параметров предлагаемой модели разрушения по двум лабораторным экспериментам: по диаграмме деформирования материала при простом сдвиге и критическому КИН. Полученные критические параметры являются консервативными оценками критических напряжений. Эти оценки целесообразно использовать при расчете стальных конструкций, работающих при температурах ниже порога хладноломкости.

Методом конечных элементов проведено компьютерное моделирование распространения зон пластичности из вершины трещин III типа при квазистатическом кручении цилиндрических образцов. Получены оценки размеров пластической зоны в окрестности вершины трещины. Отличие численной модели от аналитической состоит в том, что исследованы такие материалы, характеристики которых соответствуют режимам деформирования при полномасштабной текучести. В окрестности вершины трещины возникают большие деформации, поэтому задача решалась в текущей лагранжевой постановке с учетом физической и геометрической нелинейности на основе общих уравнений механики деформируемого твердого тела. Установлено, что результаты численных экспериментов хорошо согласуются с результатами расчетов по аналитической модели разрушения образцов при кручении в режиме маломасштабной текучести.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект 18-08-00528).



## КОМПОЗИТЫ "МЕДЬ-АЛМАЗ": ПОЛУЧЕНИЕ, МИКРОСТРУКТУРА, СВОЙСТВА

А. В. Ухина<sup>1</sup>, Д. В. Дудина<sup>1,2</sup>, Б. Б. Бохонов<sup>1</sup>, М. А. Есиков<sup>2</sup>, Д. А. Самошкин<sup>3</sup>,  
С. В. Станжус<sup>3</sup>, И. Н. Сквородин<sup>4</sup>

<sup>1</sup>Институт химии твердого тела и механохимии СО РАН, Новосибирск

<sup>2</sup>Институт гидродинамики им. М. А. Лаврентьева СО РАН, Новосибирск

<sup>3</sup>Институт теплофизики им. С. С. Кутателадзе СО РАН, Новосибирск

<sup>4</sup>Институт автоматики и электрометрии СО РАН, Новосибирск

Композиции на основе алмаза используются как функциональные материалы: режущие инструменты, сверла, теплоотводящие и оптические элементы. При создании материалов на основе алмаза с высокой теплопроводностью наиболее часто используемыми составами являются композиции “медь-алмаз” и “алюминий-алмаз”, в связи с высокой теплопроводностью и относительно низкой стоимостью меди и алюминия. Теплопроводность меди (385 Вт/м·К) выше теплопроводности алюминия (205 Вт/м·К), что делает состав с медью более перспективным для достижения высоких значений теплопроводности. Для увеличения смачиваемости алмазов медной матрицей на поверхность алмазов может быть предварительно нанесено металлсодержащее покрытие.

В данной работе на поверхности синтетических алмазов было получено вольфрамсодержащее покрытие методом химического осаждения из газовой фазы в реакторе с вращающейся камерой с использованием карбонила вольфрама  $W(CO)_6$  в качестве прекурсора. Более подробно этот процесс описан в работах [1,2]. Алмазы с модифицированной вольфрамом поверхностью использовали для получения композитов “медь-алмаз”. Композиты были получены с помощью методов электроискрового спекания (Spark Plasma Sintering, SPS) и горячего прессования (Hot Pressing, HP). Данные методы различаются между собой механизмами нагрева: в SPS нагрев осуществляется путем пропускания постоянного тока в импульсном режиме непосредственно через спекаемый образец и пресс-форму, в то время как в установке HP нагрев обеспечивается за счет внешнего нагревательного элемента. Температура спекания составляла 920<sup>0</sup>С, время выдержки при максимальной температуре составляло 3 и 10 мин для SPS и 15, 30, 45 и 60 мин для HP. Фазовый состав и микроструктуру спеченных композиций исследовали методами рентгенофазового анализа и электронной микроскопии. Коэффициент температуропроводности определяли методом лазерной вспышки. Теплопроводность  $\lambda$  вычисляли по формуле  $\lambda = a \cdot \rho \cdot C_p$ , где  $a$  — коэффициент температуропроводности,  $C_p$  — удельная теплоемкость и  $\rho$  — плотность образца. В данном докладе будут рассмотрены особенности структурообразования полученных композитов; будет представлена зависимость теплопроводности композитов от времени выдержки образца при температуре спекания.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 19-43-543001) и Новосибирской области.

### Список литературы

1. Ukhina A. V., Yusuf A. A., Dudina D. V., Galashov E. N., Bokhonov B. B. *Surface modification of synthetic diamond with tungsten*. IFOST Proceedings 2016 11th International Forum on Strategic Technology. 2017. Article number 7884199. PP. 95–98.
2. Ukhina A. V., Dudina D. V., Samoshkin D. A., Galashov E. N., Skovorodin I. N., Bokhonov B. B. *Effect of the Surface Modification of Synthetic Diamond with Nickel or Tungsten on the Properties of Copper–Diamond Composites*. Inorganic Materials. 2018. V. 54. Iss. 5. PP. 426–433.

# РЕШЕНИЕ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ РЕЛАКСАЦИИ ОСТАТОЧНЫХ НАПРЯЖЕНИЙ В ПОВЕРХНОСТНО УПРОЧНЕННОМ ВРАЩАЮЩЕМСЯ СТЕРЖНЕ В УСЛОВИЯХ ПОЛЗУЧЕСТИ

*В. П. Радченко, А. Е. Либерман*

*Самарский государственный технический университет, Самара*

Поверхностное пластическое деформирование (ППД) является штатной технологией повышения ресурса элементов конструкций, например, в авиадвигателестроении. Положительное влияние ППД обусловлено созданием в тонком упрочненном поверхностном слое сжимающих остаточных напряжений (ОН), которые замедляют или вообще блокируют эволюцию (выход на поверхность детали) различного рода вакансий и дислокацией. Однако в процессе эксплуатации при высоких температурах вследствие ползучести происходит релаксация ОН. В данной работе разработан феноменологический метод реконструкции ОН после упрочнения и решена задача релаксации наведенных ОН в поверхностно упрочненном вращающемся стержне в условиях ползучести. Решение базируется на обобщение подхода, разработанного в [1] для расчета релаксации ОН в упрочненном стержне под действием осевой растягивающей нагрузки, на случай неоднородного напряженного состояния вдоль продольной координаты, вызванного массовыми силами. Задача решается в цилиндрической системе координат, схема решения состоит из трех этапов: моделирование напряженно-деформированного состояния (НДС) после ППД; эволюция НДС при изменении температуры, при которой происходило упрочнение, до температуры эксплуатации; решение задачи релаксации ОН в условиях ползучести под действием массовых сил, вызванных вращением стержня, которая решается численно «шагами по времени».

Выполнены детальные исследования кинетики остаточных напряжений в стержне из сплава ЭИ698 при  $T = 700^\circ\text{C}$  при различных скоростях вращения. Получены распределения осевых, окружных и радиальных напряжений для различных пространственно-временных сечений. Отмечены неклассические эффекты немонотонного характера скорости релаксации остаточных напряжений в зависимости от количества оборотов вращающегося стержня.

Данная задача является модельной (в первом приближении) для лопаток газотурбинных двигателей.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 19-01-00550А).

## Список литературы

1. Радченко В. П., Кочеров Е. П., Саушкин М. Н., Смыслов В. А. *Экспериментальное и теоретическое исследование влияния растягивающей нагрузки на релаксацию остаточных напряжений в упрочненном цилиндрическом образце в условиях ползучести*. ПМТФ. 2015. Т. 56. № 2(330). С. 169–177.

# МЕТОДИКА РЕКОНСТРУКЦИИ ОСТАТОЧНЫХ НАПРЯЖЕНИЙ В НАДРЕЗАХ БАЛОЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ ПОСЛЕ ОПЕРЕЖАЮЩЕГО ПОВЕРХНОСТНОГО ПЛАСТИЧЕСКОГО УПРОЧНЕНИЯ

*В. П. Радченко, Д. М. Шишкин*

*Самарский государственный технический университет, Самара*

Сквозные концентраторы в виде мелких надрезов являются составной частью многих элементов конструкций. Зоны концентрации напряжений в деталях являются очагами зарождения усталостных трещин и хрупких разрушений. В связи с этим для усталостных трещин и хрупких разрушений. В связи с этим для увеличения, например, сопротивления усталости изделий с концентраторами наводят технологические сжимающие остаточные напряжения (ОН) методами опережающего поверхностного пластического деформирования (ОППД). В работе разработана методика расчета ОН в балке квадратного сечения со сквозным надрезом полукруглого профиля после ОППД. При таком подходе после поверхностного упрочнения в балке возникают неоднородные поля остаточных пластических деформаций (ПД) и ОН, а после изготовления концентратора напряжений (фактически — удаления части материала) под действием остаточных пластических деформаций, играющих роль начальных деформаций, в концентраторе происходит перераспределение ОН. Согласно разработанной методике сначала выполняется реконструкция полей ОН и ПД в гладкой детали, затем наносится концентратор — мелкий надрез полукруглого профиля. Для оценки сформировавшихся ОН в концентраторе использован метод расчета по первоначальным деформациям [1] на основании использования аналогии между первоначальными (остаточными) ПД и температурными деформациями в неоднородном температурном поле. Такой подход позволил свести рассмотрение исходной задачи к задаче термоупругости, которая в дальнейшем решалась численно в вычислительном пакете ANSYS методом конечных элементов. Реализация методики осуществлена при исследовании балки  $10 \times 10 \times 100$  мм из сплава ЭП742 с полукруглыми надрезами радиусом  $\rho = \{0,1; 0,3; 0,5\}$  мм, нанесенными на упрочненную часть поверхности. Выполнен детальный анализ полей ОН в гладкой (без концентраторов) балке и с концентраторами напряжений. Один из важных результатов состоит в том, что величина сжимающих продольных (нормальных) напряжений по глубине от дна концентратора при  $\rho = 0,1$  мм практически в 2 раза больше (по модулю), чем соответствующие им ОН в гладкой балке, при  $\rho = 0,3$  мм они оказываются близкими, а при  $\rho = 0,5$  мм в области дна концентратора они становятся меньше, чем в балке без концентратора.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 19-01-00550А).

## Список литературы

1. Радченко В. П., Афанасьева О. С., Глебов В. Е. *Исследование влияния остаточных напряжений на геометрические параметры поверхностно упрочненного бруса*. Изв. Саратовского государственного университета. Нов. Сер. Математика. Механика. Информатика. 2019. Т. 19, вып. 4. С. 464–478. doi: 10.18500/1816-9791-2019-19-4-464-478

# СТАТИЧЕСКИЕ И ДИНАМИЧЕСКИЕ ЗАДАЧИ МИКРОПОЛЯРНОЙ ТЕОРИИ УПРУГОСТИ

А. А. Гаврильева<sup>1</sup>, Ю. М. Григорьев<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Институт физико-технических проблем Севера им. В. П. Ларионова СО РАН,  
Якутск

<sup>2</sup>Северо-Восточный федеральный университет имени М. К. Аммосова,  
Академия наук РС(Я), Якутск

В отличие от классической теории упругости каждая точка среды в микрополярной теории упругости [1, 2] характеризуются дополнительным независимым вектором вращения (среда Коссера [3]), что позволяет описать механические свойства многих современных материалов со сложной внутренней структурой (грунты, поликристаллические и композитные материалы, биокерамика и т.п.). Несмотря на достаточную разработку теоретических основ микрополярной упругости, опубликовано лишь небольшое количество работ с точными аналитическими решениями задач равновесия и колебания микрополярных упругих тел конечных размеров.

В данной работе рассматривается плоская статическая задача о равновесии и о собственных гармонических колебаниях прямоугольника с некоторыми смешанными краевыми условиями в рамках линейной микрополярной теории упругости. На основе результата работы [4] развивается новая методика сведения краевых задач исследуемого типа к последовательному решению известных краевых задач математической физики [5, 6]. С помощью новой методики получены точные аналитические решения рассматриваемых задач. Проведен параметрический анализ полученных точных решений краевых задач согласно которому наблюдается увеличение жесткости при уменьшении размеров среды по сравнению с классическим случаем (размерный эффект). Ранее такой эффект был обнаружен экспериментально, а теоретические объяснения были получены с использованием приближенных решений для задач изгиба и кручения. Предложенный метод может быть развит на случай других граничных условий и на трехмерный случай рассматриваемых задач.

## Список литературы

1. Купрадзе В. Д. *Трехмерные задачи математической теории упругости и термоупругости*. М.: Наука, 1976.
2. Новацкий В. *Теория упругости*. М.: Мир, 1975.
3. Cosserat, E., Cosserat, F. *Théorie des Corps Déformables*. Paris: Herman et Fils, 1909.
4. Хомасуридзе Н. Г. *О решении трехмерных граничных задач безмоментной и моментной теорий упругости*. Исследование некоторых уравнений математической физики: Сборник/Тбилис. гос. ун-т. Ин-т прикл. математики. Тбилиси: Изд. Тбил. гос. ун-та. 1972. Вып. 1. С. 123–147.
5. Григорьев Ю. М. *Аналитическое решение некоторых основных задач классической и моментной теорий упругости для прямоугольного параллелепипеда*. Моделирование в механике. 1992. Т. 6(23). № 4. С. 21–26.
6. Grigor'ev Yu. M., Gavrilieva A. A. *An equilibrium of a micropolar elastic rectangle with mixed boundary conditions*. Continuum Mechanics and Thermodynamics. 2019. V. 31. № 6. Pp. 1699–1718.

# МОДЕЛЬНАЯ ОЦЕНКА РЕСУРСА МЕТАЛЛОКОМПОЗИТНОГО БАКА ВЫСОКОГО ДАВЛЕНИЯ

*Н. В. Еремин*

*Институт вычислительных технологий СО РАН, Красноярский филиал, Красноярск, Россия*

*Институт вычислительного моделирования СО РАН – обособленное подразделение ФИЦ КНЦ СО РАН, Красноярск, Россия*

Слоистые композиционные материалы (КМ) на основе углеродных волокон и эпоксидного связующего широко применяются при производстве металлокомпозитных баков высокого давления (МКБВД) для космических аппаратов (КА). МКБВД находятся под действием постоянного внутреннего рабочего давления в течение активного срока существования КА на орбите. В течение 15 лет эксплуатации в МКБВД могут возникать процессы релаксации напряжений и развиваться повреждения в композиционной оболочке и лайнере. Кроме этого, КМ подвержены изменению физико-механических свойств при длительных механических и температурных нагружениях. Указанные процессы могут оказывать значительное влияние на геометрическую стабильность и прочность бака под нагрузкой. Однако, длительные ресурсные испытания МКБВД требуют больших финансовых затрат и труднореализуемы на практике [1].

На основе вышесказанного, в работе были поставлены цели исследования:

1) проведение механических испытаний лабораторных образцов из КМ МКБВД на ползучесть при повышенных температурах; 2) разработка численной модели прогнозирования ресурса МКБВД с учетом экспериментальных данных; 3) оценка ресурса МКБВД в зависимости от срока эксплуатации.

Испытания на ползучесть проводились согласно ГОСТ Р 57714-2017. Лабораторные образцы изготавливались путем отслоения композиционной ленты от поверхности композиционной оболочки (КО). Испытания проводились на электромеханической рычажной испытательной машине на ползучесть и длительную прочность АТС-2330, оснащенной термокриокамерой АТС-3710. Длительность одного испытания составляла 250 ч. По результатам проведенных испытаний были построены кривые ползучести и рассчитаны скорости ползучести для каждого образца.

Разработка численной модели прогнозирования ресурса с учетом экспериментальных данных ползучести проводилась в пакете конечно-элементного анализа Ansys Mechanical APDL [2]. Модель включала в себя ряд особенностей: полная параметризация под разные формы лайнера; моделирование переменной толщины слоистой композиционной оболочки; изменения механических свойств в зависимости от угла армирования; наличие контакта между КО и лайнером; модель ползучести.

По результатам проведенных численных расчетов была дана оценка прочности и ресурса МКБВД в зависимости от срока существования КА.

## Список литературы

1. Васильев В. В., Мороз Н. Г. *Композитные баллоны давления. Проектирование, расчет, изготовление и испытания.* М.: Машиностроение, 2015.
2. Sukhjinder S. S., Tejeet S., Gupta V. K. *Analysis of Steady State Creep Behaviour in Spherical Vessels Made of Composite Material.* ICMPC-2019. 2019. V. 2. P. 3401–3408.

# ВЛИЯНИЕ ВЗРЫВНОЙ ОБРАБОТКИ ПОРОШКА СВЕРХВЫСОКОМОЛЕКУЛЯРНОГО ПОЛИЭТИЛЕНА НА СВОЙСТВА КОМПАКТА, ПОЛУЧЕННОГО МЕТОДОМ ЦИКЛИЧЕСКОГО УДАРНОГО ПРЕССОВАНИЯ

П. А. Букатников<sup>1</sup>, Б. С. Злобин<sup>1</sup>, А. А. Штерцер<sup>1,2</sup>, В. В. Киселев<sup>1</sup>,  
С. Д. Шемелин<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Конструкторско-технологический филиал Института гидродинамики  
им. М. А. Лаврентьева СО РАН, Новосибирск

<sup>2</sup>Институт гидродинамики им. М. А. Лаврентьева СО РАН, Новосибирск

Метод циклического ударного прессования (ЦУП) позволяет получать плотные прочные компакты из порошка сверхвысокомолекулярного полимера (СВМПЭ), а также изготавливать композиты на основе СВМПЭ с металлическими армирующими элементами [1, 2]. При этом композиты характеризуются плотным контактом полимера и металлических армирующих элементов с отсутствием расслоений между ними (рис. 1). Рентгеновский дифракционный анализ исходного порошка СВМПЭ и спрессованного образца на дифрактометре Shimadzu XRD-7000S показывает, что в процессе ЦУП, в отличие от традиционных технологий получения объемного материала, существенного изменения долей аморфной и кристаллической фаз полимера не происходит.

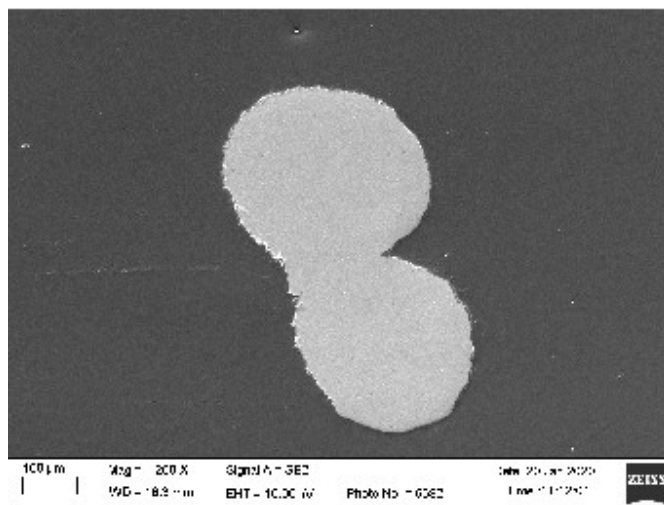


Рис. 1. Компакт из СВМПЭ, армированный сеткой из нержавеющей стали. Темное поле – полимер, светлое – металл (проволочки сетки)

В литературе имеются сведения о том, что взрывная обработка порошка СВМПЭ приводит к его активации, и, как следствие, увеличению адгезионных свойств [3]. В данной работе представлены сравнительные испытания прочностных характеристик объёмных образцов из порошка СВМПЭ, изготовленных методом циклического ударного прессования (ЦУП) без активации и с предварительной ударно-волновой активацией порошка методом взрывного нагружения.

## Список литературы

1. Злобин Б. С., Штерцер А. А., Киселев В. В. и др. *Циклическое ударное прессование порошка сверхвысокомолекулярного полиэтилена*. ПМТФ. Т. 58. №3. С. 68–76.

2. Zlobin B. S., Shtertser A. A., Kiselev V. V., Shemelin S. D. *Impact compaction of ultra high molecular weight polyethylene*. J. Phys.: Conf. Ser. 2017. V. 894. 012034.
3. Adamenko N. A., Fetisov A. V. *Study of the effect of a shock-wave treatment on adhesive interactions in polymer-metal joints*. Polym. Sci. Ser. C. 2007. V. 49. No 2. P. 127–130.

## ЗАДАЧА О РАВНОВЕСИИ ДВУХ СОЕДИНЕННЫХ ПЛАСТИН СО СКВОЗНОЙ ТРЕЩИНОЙ

*Е. В. Пяткина*

*Институт гидродинамики им. М. А. Лаврентьева СО РАН, Новосибирск*

Рассмотрена задача равновесия двух упругих пластин. Пластины расположены параллельно друг другу без зазора, жестко закреплены на своих внешних границах и склеены друг с другом вдоль отрезка, полностью содержащегося внутри области контакта. На части этого отрезка в обеих пластинах находится сквозная вертикальная трещина. На берегах трещины и между пластинами заданы условия непроникания [1, 2].

Показана однозначна разрешимость задачи равновесия. Приведены ее вариационная и дифференциальная постановки и доказана их эквивалентность. Рассмотрена задача оптимального управления.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 19-51-50004).

### Список литературы

1. Хлуднев А. М. *Задача о контакте двух упругих пластин*. ПММ. 1983. Т. 47. № 1. С. 140–146.
2. Хлуднев А. М. *Задачи теории упругости в негладких областях*. М.: Физматлит, 2010.

# МОДЕЛИРОВАНИЕ НАКОПЛЕНИЯ ПОВРЕЖДЕНИЙ В МАТЕРИАЛЕ С ИЗМЕНЯЮЩЕЙСЯ МИКРОСТРУКТУРОЙ ПРИ СТАТИЧЕСКОМ И ДИНАМИЧЕСКОМ НАГРУЖЕНИИ

*В. В. Лепов<sup>1,2</sup>, И. И. Дьячковский<sup>1</sup>*

<sup>1</sup>*Институт физико-технических проблем севера им. В.П. Ларионова СО РАН, Якутск;*

<sup>2</sup>*Академия наук Республики Саха (Якутия).*

Циклическое деформирование неоднородных крупногабаритных и протяженных металлоконструкций, к которым относятся магистральные трубопроводы, сварные резервуары, строительная техника, карьерные самосвалы и железнодорожный транспорт, при эксплуатации их в экстремальных климатических условиях, приводит к ускоренному накоплению повреждений как в результате деформационного снижения пластичности и образования микротрещин в материале [1, 2], так и вследствие низкотемпературного вязко-хрупкого перехода в стали [3]. В этой связи особенно актуальными становятся исследования по количественной оценке поврежденности стали и прогнозированию ресурса таких металлоконструкций. С другой стороны, немаловажной проблемой является обеспечение целостности и ресурса шахтных сооружений, когда горные породы также склонны претерпевать вязко-хрупкий переход и образовывать трещины [4].

Цель работы – сформулировать основные принципы моделирования накопления повреждений в материале с изменяющейся микроструктурой.

В процессе накопления повреждений в материале происходят необратимые изменения структуры вследствие движения и размножения дислокаций, процессов появления и слияния вакансий, микродефектов, образования полос скольжения, развития, разрыхления упрочнения и разупрочнения. Причиной всех этих процессов в основном являются внешние факторы, такие как параметры нагруженности, климатические условия и другие условия эксплуатации. При понижении температуры эксплуатации широко применяемых трубопроводных низколегированных сталей с ОЦК-решеткой, например, 09Г2С, в ней происходит вязко-хрупкий переход [5], вследствие чего падает пластичность материала, и механизм разрушения с вязкого меняется на хрупкий или квазихрупкий.

Современной механикой сплошных сред и механикой деформируемого твердого тела рассматриваются в основном модели, основанные на неизменности структуры материала, и слабого, или пренебрежимо малого воздействия процессов эволюции структуры на текущее состояние. Также в них не учитываются стохастические или случайные процессы, взаимовлияние различных структурных элементов системы [6]. Для сред с микроструктурой различают три подхода к построению моделей структуры: континуальный, структурно-феноменологический, статистический. Последний подход представляется наиболее перспективным с точки зрения свободы в усреднении, как по пространству, так и по времени, в зависимости от разнородности протекающих процессов. Введение поврежденности, как интегральной характеристики деградации материала под действием различных неблагоприятных факторов (силовых, температурных, коррозионных) и ее количественная оценка с помощью методов мультифрактального анализа и компьютерного моделирования позволяет оценивать достижение предельного состояния как самим материалом, так и элементами конструкций.

В инженерной практике расчет напряженно-деформированного состояния в элементах конструкций проводится на основе упрощенных схем в рамках теории упругости, деформационной теории пластичности, с использованием аппарата сопротивления материалов и



строительной механики. Адекватный прогноз прочности и долговечности конструкций может быть выполнен только на основе анализа процессов разрушения, в котором учтены влияния различных факторов на повреждаемость материалов, при этом первоочередной задачей становится выявление механизмов изменения и деградации структуры. Возможно построение структурных и статистических моделей на различных масштабных уровнях [7], а также обобщение модели на системы с неограниченной сложностью, путем нахождения решений, независимых от внешних факторов в широком диапазоне воздействия.

Предполагаемые исследования:

1. Расчет образца на ударный изгиб предварительно поврежденного материала с целью сравнительного анализа изменения распределения напряжений и деформаций в случае изменения структуры материала вследствие вязко-хрупкого перехода.
2. Расчет образца мерзлой породы на разрушение, учитывающий влияние температуры на прочностные свойства горной породы [8]. Пониженные температуры (от 0 до -20... -30°C), свойственные многолетнемерзлым грунтам и прилегающим массивам в условиях холодного климата, будут существенно менять прочностные свойства только при высоком водонасыщении пород. В частности, они упрочняются и переходят в категорию скальных пород, которые при дальнейшем охлаждении до -100... -196°C становятся хрупкими, и при динамических нагрузках легко разрушаются. Тем не менее, их статическая прочность с понижением температуры увеличивается в 1,1-1,7 раза. Поэтому разрушение мерзлой породы имеет вязко-хрупкий характер.
3. Учёт масштабного эффекта численными моделями сплошной среды и структурной механики разрушения, так как для инженерных расчётов предел прочности материалов значительно (в десятки, иногда в сотни раз) меньше установленных на образцах в лаборатории.

## Список литературы

1. Тютин М.Р., Ботвина Л.Р., Солдатенков А.П. О влиянии предварительной циклической деформации на остаточную прочность и поврежденность конструкционных сталей // VII Международная конференция «Деформация и разрушение материалов и наноматериалов». Москва. 7-10 ноября 2017 г. / Сборник материалов. – М: ИМЕТ РАН, 2017. - С.231-232
2. Ботвина Л.Р. О пользе и трудностях междисциплинарных исследований // Физическая мезомеханика, 2018. – 21(6). –С.9-16
3. Григорьев А.В. – Оценка надежности металлоконструкций из стали 09Г2С, эксплуатируемых в условиях Севера и Арктики / А.В. Григорьев, В.В. Лепов // Заводская лаборатория. Диагностика материалов – 2019. Том 85, №8. – С.53-58.
4. Сукнев С.В. Определение статического модуля упругости и коэффициента Пуассона горных пород при переходе из талого в мерзлое состояние// Проблемы недропользования, 2017. – 4. – С.72-79.
5. Структурный подход к многомасштабному моделированию эволюционных процессов в материалах с внутренней микроструктурой. / В.В. Лепов, В.С. Ачикасова, А.А. Иванова, К.Я. Лепова. // Якутск: ГУ АН РС(Я) – 2015. С. 82-87.

6. Лепов В.В. К структурной теории прочности и накопления повреждений / В.В. Лепов // Хладостойкость. Новые технологии для техники и конструкций Севера и Арктики – 2017. – С. 41-56.
7. Лепов В.В. Механизмы повреждения материалов и элементов стальных конструкций, эксплуатирующихся в экстремальных условиях Севера/ В.В. Лепов, А.В. Григорьев, А.М. Иванов// Природные ресурсы Арктики и Субарктики – 2018. Т.24, №2. – С.67-74.
8. Половинкина Ю.И., Структуры и текстуры изверженных и метаморфических горных пород, ч.1-2 (т.1-2), 1966. М., Недра, - С.238

Исследования выполнены в рамках программы фундаментальных исследований Министерства науки и высшего образования РФ (проект III.28.1.1) и при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект 18-48-140015).

## АТОМНЫЕ МЕХАНИЗМЫ ПЛАСТИЧНОСТИ В НАНОКРИСТАЛЛИЧЕСКОМ ЖЕЛЕЗЕ В УСЛОВИЯХ СДВИГОВОЙ ДЕФОРМАЦИИ

*К. П. Зольников, Д. С. Крыжевич, А. В. Корчуганов*

*Институт физики прочности и материаловедения СО РАН, Томск*

Благодаря наноразмерным и интерфейсным эффектам нанокристаллические металлические материалы обладают уникальными физико-механическими и химическими свойствами, в частности, высокой прочностью, твердостью и износостойкостью. Они характеризуются хорошей пластичностью и ударной вязкостью, что делает их перспективными материалами для многих практических приложений. Высокие показатели эксплуатационных характеристик этих материалов во многом обусловлены малыми размерами зерен.

В настоящей работе проведено изучение особенностей зарождения пластической деформации в нанокристаллическом железе при сдвиговом нагружении. Моделируемый образец имел зерна примерно одного размера с большими углами разориентации друг относительно друга. В двух направлениях кристаллита задавались периодические граничные условия, а в третьем направлении прикладывалась сдвиговая нагрузка. Расчеты проводились на основе молекулярно-динамического подхода с использованием многочастичных потенциалов межатомного взаимодействия. В работе определены пределы упругости и влияние скорости сдвигового нагружения на особенности зарождения пластичности в нанокристаллическом образце. На основании проведенных расчетов выявлены особенности миграции границ зерен, зернограничного проскальзывания, изменения размеров и фрагментации зерен.

# ВЛИЯНИЕ ПОРОВОЙ ЖИДКОСТИ НА ВЕЛИЧИНУ ПРОЧНОСТИ И ОСОБЕННОСТИ РАЗРУШЕНИЯ ПРОНИЦАЕМЫХ ХРУПКИХ МАТЕРИАЛОВ ПРИ ДИНАМИЧЕСКИХ ВОЗДЕЙСТВИЯХ

*Иг. С. Коноваленко<sup>1,2</sup>, Е. В. Шилько<sup>1</sup>, Ив. С. Коноваленко<sup>2</sup>*

<sup>1</sup>*Институт физики прочности и материаловедения СО РАН, Томск*

<sup>2</sup>*Национальный исследовательский Томский политехнический университет*

В настоящее время широкое применение в строительстве и технике получили хрупкие гетерогенные материалы с многомасштабной поровой структурой, в частности, высокопрочные бетоны. Многие инфраструктурные объекты, изготовленные из бетона, такие как дамбы, опоры мостов, основания портовых сооружений и морских буровых платформ, функционируют в условиях постоянного контакта с водой. Наличие проницаемой трещинно-поровой структуры обуславливает пребывание поверхностных слоев таких бетонных элементов в условиях водонасыщения. При динамических воздействиях на поверхность поровая жидкость способна оказывать значимое механическое влияние на напряженно-деформированное состояние и прочностные характеристики поверхностных слоев бетона, что важно учитывать при оценке интенсивности их изнашивания и прогнозировании ресурса работы. Сказанное определило актуальность исследований, направленных на выявление влияния поровой жидкости и особенностей поровой структуры материала на величину прочности и особенности разрушения в условиях механического нагружения различной интенсивности.

Исследования проводились на основе компьютерного моделирования методом дискретных элементов с применением механической модели, учитывающей композиционную структуру бетона, наличие в цементном камне проницаемого порового пространства двух различных масштабов и взаимовлияние поровой жидкости и твердофазного каркаса. Получены зависимости величины прочности на сжатие представительных объемов бетона мезоскопического масштаба от скорости деформации, размеров образца, вязкости поровой жидкости и параметров поровой структуры. Результаты моделирования показали возможность объединения полученных зависимостей в единую (обобщенную) кривую в терминах комбинированного безразмерного параметра, смысл которого аналогичен числу Дарси. Выявлены два ключевых фактора, контролирующие вид и параметры единой кривой динамической прочности. Первый фактор – мобильность поровой жидкости в сети капиллярных пор, которая определяет скорость выравнивания напряжений в пористом каркасе за счет фильтрации. Второй фактор – интегрированность крупных микропор в сеть мелких капиллярных пор-каналов. Показано, что вклады перечисленных факторов в изменение величины динамической прочности водонасыщенного бетона являются аддитивными, а величина их суммарного вклада достигает 25%.

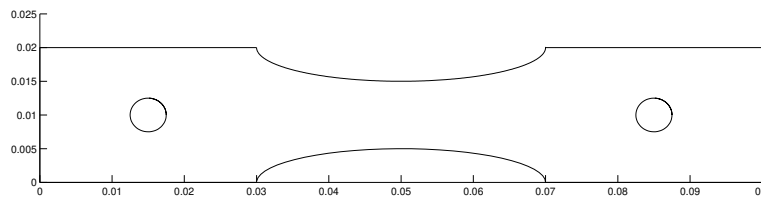
Рассмотрены некоторые представительные случаи контактного взаимодействия участков шероховатой поверхности водонасыщенного бетона с жестким индентором.

# ОПРЕДЕЛЕНИЕ УПРУГОЙ И ПЛАСТИЧЕСКОЙ ОБЛАСТЕЙ В ЗАДАЧЕ ОБ ОДНООСНОМ РАСТЯЖЕНИИ ПЛАСТИНКИ С ОТВЕРСТИЯМИ

О. В. Гомонова, С. И. Сенашов

Сибирский государственный аэрокосмический университет им. акад. М. Ф. Решетнева, Красноярск

В работе описана методика определения упругой и пластической областей в задаче об одноосном растяжении пластинки конечного размера, ослабленной двумя круглыми отверстиями, в условиях плоского напряженного состояния:



Для нахождения упругих и пластических зон в пластинке необходимо решить упругопластическую задачу для области, ограниченной контуром  $\Gamma$ , состоящим из внешнего контура пластинки и двух внутренних – окружностей. Контур  $\Gamma$  находится в пластическом состоянии с условием пластичности  $\sigma_x^2 + \sigma_y^2 - \sigma_x \sigma_y + 3\tau^2 = 3k^2$ . Для решения задачи применяется техника с использованием законов сохранения.

Решение задачи можно разбить на три этапа [2]. Первый этап заключается в решении уравнения Лапласа  $\Delta F = 0$  с граничными условиями  $F|_{\Gamma} = \sigma_x + \sigma_y$ . Второй – в нахождении функций  $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$ ,  $\tau$  в каждой точке  $(x_0, y_0)$  области, ограниченной контуром  $\Gamma$ , по формулам, полученным с помощью законов сохранения:

$$\sigma_x(x_0, y_0) = \frac{1}{2\pi} \int_{\Gamma} (\omega_1^1 \sigma_x + \omega_1^2 \tau) dy - (-\omega_1^2 \sigma_x + \omega_1^1 \tau + g_1) dx,$$

$$\tau(x_0, y_0) = \frac{1}{2\pi} \int_{\Gamma} (\omega_2^1 \sigma_x + \omega_2^2 \tau) dy - (-\omega_2^2 \sigma_x + \omega_2^1 \tau + g_2) dx,$$

$$\sigma_y(x_0, y_0) = F - \sigma_x(x_0, y_0),$$

здесь

$$\omega_1^1 = \frac{x - x_0}{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2}, \quad \omega_1^2 = -\frac{y - y_0}{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2}, \quad \omega_2^1 = \frac{y - y_0}{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2},$$

$$\omega_2^2 = \frac{x - x_0}{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2}, \quad g_1 = \int \omega_1^2 d_y F, \quad g_2 = \int \omega_2^2 d_y F.$$

На третьем этапе проверяется условие пластичности в каждой внутренней точке области, ограниченной контуром  $\Gamma$ , и определяются упругая и пластическая зоны пластинки. Подробнее с предложенной методикой можно ознакомиться в [1].

## Список литературы

1. Senashov S. I., Gomonova O. V. *Construction of Elastoplastic Boundary in Problem of Tension of a Plate Weakened by Holes*. INT J NONLIN MECH, 108 (2019), pp. 7-10.

# ВЛИЯНИЕ ПАРАМЕТРОВ МНОГОФАЗНОЙ СТРУКТУРЫ НА ДИНАМИЧЕСКИЕ МЕХАНИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ХРУПКИХ МАТЕРИАЛОВ

А. С. Григорьев, Е. В. Шилько

Институт физики прочности и материаловедения СО РАН, Томск

Одной из ключевых проблем компьютерного моделирования механического поведения многофазных материалов функционирующих в условиях интенсивных механических воздействий, является проблема задания динамических значений механических характеристик компонентов структуры (различных фаз) на более низких масштабах. Эта проблема актуальна, в частности, для хрупких материалов, макроскопический нелинейный отклик которых определяется процессами инкубации и развития ансамбля повреждений различного масштаба.

В представленной работе проведено исследование влияния параметров композиционной структуры на динамические механические характеристики образцов хрупких материалов. Исследование проводилось путем компьютерного моделирования методом однородно деформируемых дискретных элементов с использованием модели динамического механического поведения хрупких материалов [1], базирующейся на принципах структурно-кинетической теории прочности. Базовым материальным параметром данной модели является время инкубации (формирования) несплошности. Выявление структурной и масштабной зависимостей величины данного материального параметра является важным для понимания ключевых особенностей процесса разрушения многофазных материалов и прогнозирования их механических характеристик в условиях сложного динамического нагружения.

Результаты численных исследований показали, что классические представления о том, что изменение линейных размеров области разрушения материала сопровождается пропорциональным изменением времени инкубации разрушения, не применимы, когда изменение размеров области сопровождается качественным изменением характеристик внутренней структуры. На примере бетонов ЦГБ с различным объемным содержанием армирующих включений установлено, что ключевым фактором, определяющим нелинейный характер изменения времени инкубации разрушения при переходе от макромасштабных к мезомасштабным объемам, является фактор межфазных интерфейсов, на которых преимущественно локализируются первичные повреждения. Данный вывод подтверждается выраженной зависимостью времени разрушения и коэффициента скоростной зависимости прочности образцов бетона от объемного содержания включений (диоксидциркониевых агрегатов и микропор) и от их количественной концентрации (которая определяет характерное расстояние между включениями).

Работа выполнена в рамках государственного задания ИФПМ СО РАН, проект III.23.1.4.

## Список литературы

1. Grigoriev A. S., Shilko E. V., Skripnyak V. A., Psakhie S. G. *Kinetic approach to the development of computational dynamic models for brittle solids*. International Journal of Impact Engineering. 2019. V. 123. P. 14–25.

# ВЛИЯНИЕ ВНУТРЕННЕЙ СТРУКТУРЫ И НАПРЯЖЕННОГО СОСТОЯНИЯ НА МЕХАНИЗМЫ ЗАРОЖДЕНИЯ ДЕФЕКТОВ В ОЦК МЕТАЛЛЕ ПРИ МЕХАНИЧЕСКОМ НАГРУЖЕНИИ

А. В. Корчуганов, Д. С. Крыжевич, К. П. Зольников

Институт физики прочности и материаловедения СО РАН, Томск

Изучение атомных механизмов зарождения пластичности в металлических материалах является одной из актуальнейших задач материаловедения. Экспериментальные исследования и компьютерное моделирование показывают, что в основе зарождения пластичности лежат структурные перестройки, происходящие на атомном масштабе [1–4]. Особенности этих перестроек во многом зависят от характера распределения внутренних напряжений в материале. В свою очередь распределение напряжений в материале определяется его структурой, схемой и типом нагружения. В виду малости пространственно-временных масштабов процессов на микроуровне компьютерное моделирование является одним из наиболее эффективных подходов для изучения динамики пластической деформации материалов. В настоящей работе в рамках молекулярно-динамического моделирования исследовано влияние структуры образцов, характера и особенностей напряженного состояния кристаллической решетки на активацию различных механизмов зернограничной деформации и зарождения дефектов структуры в нанокристаллическом ОЦК железе. Исследовано влияние размера зерен, различных схем и типов механического нагружения, кристаллографической ориентации зерен относительно направлений нагружения на зарождение пластичности. Установлена связь характера распределения напряжений в моделируемых кристаллитах с величинами деформаций, при которых формируются дефекты структуры.

## Список литературы

1. Psakhie S. G., Zolnikov K. P., Kryzhevich D. S., Korchuganov A. V. *Key role of excess atomic volume in structural rearrangements at the front of moving partial dislocations in copper nanocrystals*. Sci. Rep. 2019. V. 9. article 3867.
2. Korchuganov A. V., Tyumentsev A. N., Zolnikov K. P., Litovchenko I. Yu., Kryzhevich D. S., Gutmanas E., Li S., Wang Z., Psakhie S. G. *Nucleation of dislocations and twins in fcc nanocrystals: dynamics of structural transformations*. J. Mater. Sci. Technol. 2019. V. 35. I. 1. P. 201-206.
3. Korchuganov A. V., Zolnikov K. P., Kryzhevich D. S. *Atomic mechanisms of stacking fault propagation in copper crystallite*. Mater. Lett. 2019. V. 252. P. 194-197.
4. Wang S. J., Wang H., Du K., Zhang W., Sui M. L., Mao S. X. *Deformation-induced structural transition in body-centred cubic molybdenum*. Nat. Commun. 2014. V. 5. P. 3433.

# ПОВЕДЕНИЕ НАНОКРИСТАЛЛИЧЕСКОГО ОБРАЗЦА FE С ГЕТЕРОГЕННОЙ СТРУКТУРОЙ ПРИ МЕХАНИЧЕСКОМ НАГРУЖЕНИИ

Д. С. Крыжевич, А. В. Корчуганов, К. П. Зольников

Институт физики прочности и материаловедения СО РАН, Томск

В настоящее время градиентные металлические материалы представляют значительный интерес для проведения научных исследований и для различного рода практических приложений. Структура и физико-механические свойства этих материалов равномерно или скачкообразно изменяются хотя бы в одном направлении. В процессе формирования таких материалов происходит существенное перераспределение нормальных и касательных напряжений в области с градиентной структурой. Эти особенности внутренней структуры и распределения напряжений приводят к тому, что градиентные металлические материалы одновременно обладают высокой твердостью и большой ударной вязкостью. Изучение особенностей поведения, в частности, механизмов зарождения пластичности и разрушения таких материалов в экстремальных условиях является актуальной задачей.

В настоящей работе проведено молекулярно-динамическое моделирование поведения нанокристаллического железа с градиентной структурой при механических нагрузках. Моделирование проводилось с помощью программного пакета LAMMPS [1]. Градиентная структура формировалась изменением размера зерен в выделенном направлении. Для генерации структуры использовался алгоритм тесселяции Вороного-Лагерра [2]. Анализ структуры проводился на основе методов CNA [3] и DXA [4]. Была изучена роль характера распределения напряжений в зарождении пластичности в моделируемом материале. Проведено изучение влияния градиентного изменения размера зерен на механические свойства образца. Исследованы особенности миграции границ зерен и эволюции дислокаций в образце железа с градиентной структурой.

## Список литературы

1. Plimpton S. *Fast Parallel Algorithms for Short-Range Molecular Dynamics*. J. Comput. Phys. 1995. V. 117. P. 1–19.
2. Hitti K., Laure P., Coupez T., Silva L., Bernacki M. *Precise generation of complex statistical Representative Volume Elements (RVEs) in a finite element context*. Com. Mat. Science. 2012. V. 61. P. 224–238.
3. Honeycutt J. D., Andersen H. C. *Molecular dynamics study of melting and freezing of small Lennard-Jones clusters*. J. Phys. Chem. 1987. V. 91. P. 4950–4963.
4. Stukowski A., Bulatov V. V., Arsenlis A. *Automated identification and indexing of dislocations in crystal interfaces*. Modell. Simul. Mater. Sci. Eng. 2012. V. 20. A. 085007.

## ПЛАВЛЕНИЕ ГИДРОКСИАПАТИТА ПРИ ОБРАБОТКЕ ИЗЛУЧЕНИЕМ $CO_2$ -ЛАЗЕРА

Н. В. Булина<sup>1</sup>, С. Г. Баев<sup>2</sup>, А. М. Воробьев<sup>1</sup>, С. В. Макарова<sup>1</sup>, В. П. Бессмельцев<sup>2</sup>,  
А. И. Тутков<sup>1</sup>, Н. З. Ляхов<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Институт химии твердого тела и механохимии СО РАН, Новосибирск

<sup>2</sup>Институт автоматики и электрометрии СО РАН, Новосибирск

Изготовление биомедицинских изделий с использованием трехмерной (3D) печати открывает широкие возможности для персонализированного подхода в медицине. Одним из перспективных материалов для создания биокерамических имплантов является гидроксиапатит – основная минеральная компонента зубных и костных тканей человека [1]. Среди различных способов 3D-печати селективное лазерное плавление имеет ряд преимуществ, таких как локальная концентрация энергии, сверхбыстрый нагрев и охлаждение, удобство управления [2], однако работ по селективному лазерному плавлению гидроксиапатита не обнаружено.

В данной работе приведены результаты исследования морфологии и структуры поверхности компактированных изделий из наноразмерного гидроксиапатита, обработанных излучением  $CO_2$ -лазера при различных режимах сканирования. Показано, что конгруэнтное плавление гидроксиапатита наблюдается при диаметре пятна 1.5 мм и скорости сканирования в диапазоне 400–700 мм/с при мощности используемого лазера 4 Вт. Увеличение диаметра пятна приводит к сужению диапазона скоростей, при которых наблюдается конгруэнтное плавление. При увеличении мощности лазера наблюдается частичный развал гидроксиапатита. Наличие в продуктах развала высокотемпературной фазы  $\alpha - Ca_3(PO_4)_2$  указывает на то, что поверхность образца при лазерной обработке в данных условиях локально нагревается до температуры не менее 1400<sup>0</sup> С. Варьируя скоростью сканирования, мощностью лазера и диаметром пятна можно переходить из режима спекания гидроксиапатита в режим конгруэнтного и инконгруэнтного плавления.

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 18-29-11064.

### Список литературы

1. Dorozhkin S. V., Epple M. *Biological and medical significance of calcium phosphates*. Angew. Chem. Int. Ed. 2002. V. 41, No. 17. P. 3130–3146.
2. Mazzoli A. *Selective laser sintering in biomedical engineering*. Med. Bio. Eng. Comp. 2013. V. 51, No. 3. P. 245–256.



## РЕАКЦИОННОЕ СПЕКАНИЕ СМЕСЕЙ Ti-C-Cu ПРИ ПРОПУСКЕНИИ ИМПУЛЬСНОГО ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ТОКА И СВОЙСТВА СПЕЧЕННЫХ МАТЕРИАЛОВ

*Т. М. Видюк<sup>1,2</sup>, Д. В. Дудина<sup>1,3,4</sup>, М. А. Корчагин<sup>1,4</sup>, А. Г. Анисимов<sup>3</sup>, М. А. Есиков<sup>3,4</sup>,  
М. А. Леган<sup>1,4</sup>, В. И. Мали<sup>3</sup>, В. В. Крижановский<sup>3</sup>*

<sup>1</sup>Институт химии твердого тела и механохимии СО РАН, Новосибирск

<sup>2</sup>Институт теоретической и прикладной механики им. С. А. Христиановича СО РАН, Новосибирск

<sup>3</sup>Институт гидродинамики им. М. А. Лаврентьева СО РАН, Новосибирск

<sup>4</sup>Новосибирский государственный технический университет

Структура композитов, полученных неравновесным компактированием порошковых смесей, существенно зависит от структуры и фазового состава исходного порошка. Целью данной работы является установление закономерностей структурообразования композитов TiC-Cu при реакционном электроискровом спекании смесей Ti-C-Cu. Нами осуществлен синтез композитов при электроискровом спекании механически обработанных порошковых смесей Ti-C-3Cu, где в качестве источника углерода использовали сажу ПМ-15. Длительность механической обработки порошков в планетарной шаровой мельнице АГО-2 составляла 3, 5 и 10 мин, а температуру выдержки при спекании варьировали от 900 до 980<sup>0</sup>С. По данным рентгенофазового анализа, в полученных образцах присутствует карбид титана. Частицы TiC распределены в медной матрице. В структуре композитов различимы два типа областей: композитные области, обогащенные карбидом титана, и области, обогащенные медью. Образование областей, обогащенных медью, связано как с недостаточным перемешиванием компонентов во время механической обработки, так и с локальным плавлением материала на контактах спекаемых частиц при пропускании импульсного электрического тока. Проведена оценка диффузионных расстояний для титана в ходе его реакционной диффузии в твердом растворе Cu(Ti) к границе раздела металл/углерод. Композиты, имеющие в структуре области, обогащенные медью, образовавшиеся при локальном плавлении, имеют наибольшую относительную плотность – до 93±1%. Установлено, что электропроводность композитов зависит не только от относительной плотности материала, но и от размеров кристаллитов медной матрицы. Максимальная электропроводность спекенного материала данного состава составляет 19±1% от электропроводности чистой меди. Условный предел текучести (при сжатии) полученных композитов составляет 850-1000 МПа.

Исследование выполняется при финансовой поддержке РФФИ в рамках научных проектов 19-33-90228 (Крижановский В. В.) и 20-33-90035 (Видюк Т. М.).

# ИССЛЕДОВАНИЕ ГРАДИЕНТНОГО ПОКРЫТИЯ ИЗ ИНТЕРМЕТАЛЛИДА ТИТАН-АЛЮМИНИЙ НА ПОВЕРХНОСТИ ТИТАНА

С. П. Киселев<sup>1</sup>, В. П. Киселев<sup>1</sup>, Т. М. Видюк<sup>1</sup>, А. В. Ухина<sup>2</sup>, В. С. Шикалов<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Институт теоретической и прикладной механики им. С. А. Христиановича  
СО РАН, Новосибирск

<sup>2</sup>Институт химии твердого тела и механохимии СО РАН, Новосибирск

В работе представлены результаты исследования градиентного покрытия интерметаллида титан – алюминий (Ti-Al) на поверхности пластины титана (Ti). Для создания покрытия использовалась аддитивная технология с использованием метода холодного газодинамического напыления (ХГН). Сначала методом ХГН на поверхность Ti наносилось покрытие из микро-частиц Al. Затем образовавшийся композит под давлением 5 МПа выдерживался некоторое время в печи при температуре выше температуры плавления Al. В работе [1] было показано, что при температуре 1000 С на поверхности Ti образуется градиентное покрытие, состоящее из двух слоев интерметаллидов  $TiAl_3$  и  $Ti_3Al$ . При этом оказалось, что с поверхностью Ti граничит внутренний слой интерметаллида  $TiAl_3$ , более обогащенный Al, чем наружный слой  $Ti_3Al$ . В данной работе методами рентгенодифрактометрии и сканирующего SEM электронного микроскопа, оснащенного EDS детектором исследована структура градиентного интерметаллидного покрытия. Показано, что внутренний слой, прилегающий к пластине Ti, имеет гетерогенную структуру, состоящую в основном из наночастиц  $TiAl_3$ , окруженных раствором из компонент Ti и Al. Наружный слой интерметаллида  $Ti_3Al$  имеет более однородную структуру, в которой видны полосы, образовавшиеся в результате пластического деформирования слоя. Измерение микротвердости (по Виккерсу) градиентного покрытия из интерметаллида Ti-Al показало, что микротвердость внутреннего слоя  $TiAl_3$  в 1,3 раза выше микротвердости Ti, а микротвердость наружного слоя  $Ti_3Al$  в 2,8 раза выше микротвердости Ti.

Исследование выполняется при финансовой поддержке РФФИ в рамках научных проектов 19-33-90228 и 20-33-90035.

## Список литературы

1. Киселев С. П., Ряшин Н. С., Максимовский Е. А., Киселев В. П., Клинков С. В., Косарев В. Ф., Филиппов А. А., Шикалов В. С. *Создание покрытия из интерметаллида титан – алюминий на пластинах из титана с использование метода холодного газодинамического напыления*. ПМТФ. 2018. Т. 59. № 6. С. 190–200.

## О ВЛИЯНИИ ТЕХНОЛОГИИ ПЛАЗМЕННОГО ЭЛЕКТРОЛИТИЧЕСКОГО ОКСИДИРОВАНИЯ НА ПРОЧНОСТНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ СПЛАВА В96Ц1

К. В. Захарченко<sup>1,2</sup>, В. И. Капустин<sup>1,2</sup>, И. Д. Зверков<sup>3</sup>, М. А. Леган<sup>1,2</sup>, А. Ю. Ларичкин<sup>1</sup>,  
Я. Л. Лукьянов<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Институт гидродинамики им. М. А. Лаврентьева СО РАН, Новосибирск

<sup>2</sup>Новосибирский государственный технический университет, Новосибирск

<sup>3</sup>Институт теоретической и прикладной механики им. С.А. Христиановича СО  
РАН, Новосибирск

Одной из задач современного материаловедения является получение новых функциональных покрытий с высокой прочностью и износостойкостью на конструкционных материалах (алюминиевых сплавах). Сплав марки В96Ц1 является самым прочным высоколегированным алюминиевым сплавом ( $\sigma_B = 730$  МПа) [1]. В работе исследуется влияние модифицированного поверхностного слоя методом плазменного электролитического оксидирования (ПЭО) на механические свойства.

На поверхности деталей из алюминиевого сплава В96Ц1 за счет микроплазменных разрядов формируется слоистое керамикоподобное покрытие толщиной 80 – 90 мкм, содержащее тугоплавкие фазы оксида алюминия [2]. Микротвёрдость поверхности может достигать 20 ГПа.

Усталостные испытания образцов проводилось при нормальных условиях, амплитуде напряжений цикла 205 МПа с коэффициентом асимметрии  $R = 0$ , на частоте  $f = 4$  Гц.

При помощи ускоренной методики определены зависимости температуры диссипативного разогрева и необратимой деформации от амплитуды приложенного напряжения, которое монотонно увеличивалось по линейному закону [3].

Представлены результаты экспериментов, показывающие влияние покрытия ПЭО на начало процесса деградации при циклировании и циклическую долговечность образцов, подробный фрактографический анализ разрушенных образцов.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований и Новосибирской области, проект № 19-48-543028.

### Список литературы

1. Фридляндер И. Н. *Современные алюминиевые, магниевые сплавы и композиционные материалы на их основе*. Металловедение и термическая обработка металлов. 2002. №. 7. С. 24–29.
2. Yerokhin A. L., Nie X., Leyland A., Matthews A., Dowe S. J. *Plasma electrolysis for surface engineering*. Surface and Coatings Technology. 1999. V. 122. Issues 2-3. P. 73–93.
3. Zakharchenko K. V., Kapustin V. I., Shutov A. V. *On the analysis of energy dissipation and ratcheting during cyclic deformation of the titanium alloy VT6 (Ti-6Al-4V)*. Journal of Physics: Conference Series Collection of Materials of the VIII International Conference. 2020. P. 012025.

# ИССЛЕДОВАНИЕ ОСТАТОЧНЫХ НАПРЯЖЕНИЙ В КОМПОЗИТАХ, ПОЛУЧЕННЫХ ВЫСОКОКОНЦЕНТРИРОВАННЫМИ ИСТОЧНИКАМИ ЭНЕРГИИ

*Е. В. Кузьмин, М. П. Королев, В. И. Лысак, С. В. Кузьмин*

*Волгоградский государственный технический университет, Волгоград*

Применение композиционных материалов является перспективным направлением развития промышленности и техники во многих областях. Соединения разнородных материалов с резко отличающимися физическими и механическими характеристиками представляют интерес, прежде всего с экономической точки зрения, поскольку позволяют комбинировать положительные стороны использования отдельных материалов – высокая коррозионная стойкость в сочетании с низкой себестоимостью и т.д.

Одной из проблем при создании композиционных материалов, состоящих из слоев с различными физико-механическими свойствами, является возникновение в композитах остаточных внутренних напряжений, значительных по уровню и по градиенту, которые могут негативно сказываться на прочности изделий [1].

При создании технологии производства высококачественных композитов важно контролировать уровень остаточных напряжений с целью обеспечения их максимально благоприятного распределения.

Наиболее оптимальным для изучения остаточных напряжений после сварки взрывом представляется метод, основанный на последовательном удалении тонких слоев металла с поверхности образца и измерении деформаций образца с противоположной стороны при помощи тензорезисторов [2].

Экспериментально установлено, что введение ультразвука в процессе сварки взрывом приводит как к перераспределению остаточных напряжений в образцах, сваренных взрывом с воздействием ультразвука, так и значительному снижению их максимальных значений. Так, в образцах сваренных взрывом с воздействием ультразвука (исследуемые образцы) максимальные значения остаточных напряжений растяжения, измеренные в непосредственной близости от зоны соединения, составляли порядка 350 МПа, против 450 МПа в контрольных образцах, полученных сваркой взрывом без воздействия ультразвука.

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 20-08-00545

## Список литературы

1. Кузьмин С. В., Лысак В. И., Кузьмин Е. В. *Применение ультразвука при сварке взрывом. Наукоёмкие технологии в машиностроении*. 2017. № 7 (73). С. 3–10.
2. Кузьмин Е. В., Королев М. П., Кузьмин С. В., Лысак В. И., Маслов Н. О., Овчаренко Д. Ю., Гарпак Г. А. *Программное обеспечение для расчётно-экспериментального определения остаточных напряжений в композитах, полученных сваркой взрывом*. Известия ВолгГТУ. Сварка взрывом и свойства сварных соединений. 2019. № 11 (234). С. 55–61.

## ФОРМИРОВАНИЕ МЕТАЛЛОКЕРАМИЧЕСКИХ МАТЕРИАЛОВ ВЗРЫВНЫМ ПРЕССОВАНИЕМ ПОРОШКОВЫХ СМЕСЕЙ НА ОСНОВЕ КАРБИДОВ С ТИТАНОМ

*А. В. Крохалев, В. О. Харламов, М. А. Тупицин, Е. А. Иваненко, С. В. Кузьмин, В. И. Лысак*

*Волгоградский государственный технический университет*

Композиционные материалы сложного состава, в том числе твердые сплавы антифрикционного назначения, получают методами порошковой металлургии, что позволяет реализовать в них комплекс заданных свойств и необходимую структуру, регулируемых в широких пределах за счет подбора состава компонентов и режимов обработки в процессе изготовления материала.

В этой связи особый интерес представляет метод импульсного прессования за счет энергии, выделяемой при детонации взрывчатых веществ (ВВ), который позволяет помимо максимального уплотнения порошковой смеси создать температурно-силовые условия для образования между компонентами прочных связей на стадии прессования, а также существенно расширить возможности порошковых технологий при получении труднопрессуемых композиций большой площади. Давление продуктов взрыва обеспечивает равномерное спрессовывание порошка до высокой плотности и успешно заменяет силовое воздействие дорогостоящего прессового оборудования.

Однако, как показали исследования в работе [1] при взрывном прессовании порошковых смесей содержащих в своем составе карбиды тугоплавких металлов и металлическую связку, достижение практически беспористого состояния оказывается возможным далеко не всегда и требует соблюдения некоторых условий, базирующихся на понимании механизма их уплотнения в ударных волнах.

Целью данной работы было рассмотрение основных закономерностей уплотнения взрывом порошковых смесей состоящих из карбида хрома, карбида кремния и различных металлических связок (титан, никель, медь).

Полученные в результате проведенных исследований данные указывают, что механизм уплотнения порошковых смесей карбидов с металлами при взрывном прессовании существенно отличается от механизма уплотнения при статическом прессовании, что связано прежде всего с его ударно-волновой природой.

Основным фактором, определяющим уплотнение порошковых смесей, содержащих в своем составе частицы тугоплавких карбидов и металлической связки, является динамическое затекание связки в промежутки между карбидными частицами за счет скорости, приобретаемой металлом частиц связки при разгрузке с их свободных (т.е. не контактирующих с другими частицами) поверхностей.

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФ, грант № 18-19-00518.

### Список литературы

1. Крохалев А.В., Харламов В.О., Тупицин М.А., Кузьмин С.В., Лысак В.И. *О возможности получения твердых сплавов из смесей порошков карбидов с металлами взрывным прессованием без спекания*. Изв. вузов. Порошк. металлургия и функц. покрытия. 2017. №. 2. С. 22–30.

## ВЛИЯНИЕ ТЕРМИЧЕСКОЙ ОБРАБОТКИ НА ПРОЧНОСТНЫЕ СВОЙСТВА ПОКРЫТИЯ ИЗ ТВЕРДОГО СПЛАВА КАРБИДА ХРОМА С ТИТАНОМ, ПОЛУЧЕННОГО ВЗРЫВОМ

*В. О. Харламов, А. В. Крохалев, М. А. Тупицин, Е. А. Иваненко, С. В. Кузьмин, В. И. Лысак*

*Волгоградский государственный технический университет*

Технология взрывного прессования дает возможность совместить процесс формирования твердого сплава из смеси порошков с его нанесением в виде покрытия на поверхность заготовок деталей. При этом толщина покрытия может быть существенно выше, чем при использовании традиционных способов напыления. В настоящее время известно большое число схем взрывного прессования порошковых материалов, позволяющие получать как прессовки различных размеров и форм, так и покрытия на поверхности деталей. Наиболее удобны для исследования общих закономерностей взрывной обработки порошковых материалов, а также получения заготовок относительно большого размера схемы нагружения скользящей и нормально падающей детонационной волной благодаря возможности достижения высоких давлений прессования простыми технологическими методами [1].

Исследования показали, что параметры сжатия, оптимальные для консолидации твердых сплавов, позволяют одновременно получать покрытия из них с прочностью сцепления со стальным основанием при испытаниях на срез 25...40 МПа. При отслоении покрытия разрушение происходит по прилегающим к линии соединения слоям твердого сплава. При этом поверхность разрушения не имеет видимых признаков окисления. Это может свидетельствовать о том, что покрытие отслаивается в результате действия остаточных термических напряжений после охлаждения твердого сплава и стальной подложки.

Для получения более благоприятных эпюр остаточных напряжений между твердым сплавом и стальной основой дополнительно размещали слой порошка титана толщиной 1 мм (100...120 мкм в консолидированном материале), что позволило, в конечном итоге, повысить в 2...2,5 раза прочность соединения твердых сплавов, содержащих 40 и 50 об. % Ti, со стальной основой. Кроме того, сплав с 30 об. % Ti, который ранее отслаивался, удалось сохранить в виде покрытия с прочностью при испытаниях на срез 65...75 МПа.

При использовании термической обработки образцов с титановой прослойкой (нагрев от 300 до 800 °С, выдержка 1 час, охлаждение на воздухе). В результате установлено, что при 400 °С прочность соединения резко возрастает до 120...130 МПа, затем снижается до 80...90 МПа при 500...600 °С, и при 800 °С наблюдается отслоение покрытия. Таким образом, основным фактором, определяющим прочность соединения образующихся в процессе взрывного прессования покрытий из твердых сплавов Cr<sub>3</sub>C<sub>2</sub>-Ti с покрываемой стальной поверхностью, являются внутренние термические напряжения, обусловленные разностью остаточных температур материалов покрытия и основы в момент разгрузки после ударно-волнового сжатия.

Работа выполнена при поддержке РФФИ в рамках проекта № 18-08-00433 А.

### Список литературы

1. Рогозин, В.Д. *Взрывная обработка порошковых материалов*. Волгоград: РПК «Политехник», 2002.

# МОЛЕКУЛЯРНО-ДИНАМИЧЕСКОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ АДСОРБЦИОННОГО ИЗМЕНЕНИЯ ПРОЧНОСТИ МЕТАЛЛИЧЕСКИХ НАНОСТРУКТУР ПРИ ВЗАИМОДЕЙСТВИИ С МЕТАЛЛИЧЕСКИМ РАСПЛАВОМ

*И. Ф. Головнев, Е. И. Головнева, В. М. Фомин*

*Институт теоретической и прикладной механики им. С. А. Христиановича СО  
РАН, Новосибирск*

Настоящая работа направлена на разработку методики расчетов понижения прочности металлических образцов, находящихся под воздействием внешних нагрузок, с помощью метода молекулярной динамики. Такое понижение прочности возникает в результате адсорбционного взаимодействия с металлическим расплавом на поверхности наноструктуры (одна из разновидностей эффекта Ребиндера).

Актуальность данной проблемы связана с созданием оптимальной технологии формирования и обработки конструкционных материалов современной техники.

Подробный обзор работ по этой теме проведен группой авторов [1]. За последние два десятилетия по данной теме выделяется лишь работа [2], в которой рассмотрена граница раздела твердого кристаллического Al и жидкого Al.

Проведено детализированное исследование динамических процессов на микроуровне, которые сопровождают процесс адсорбционного взаимодействия основной металлической структуры с расплавленным металлом, для трехмерных систем. В качестве твердотельной наноструктуры на первом этапе рассмотрен бездефектный кристалл Cu при криогенных температурах. На поверхности меди формировалась капля расплавленного серебра при температуре около 1500 К. Для описания взаимодействия атомов металлов использовался многочастичный потенциал, полученный по методу погруженного атома. Механическая нагрузка моделировалась приложением внешнего растягивающего напряжения к твердотельному образцу меди.

В результате показано, что последовательность формирования окончательной структуры должна быть следующей:

1. Формирование кристаллических структур Cu и Ag заданной геометрии и размеров и их раздельное охлаждение до криогенных температур.
2. Относительного размещения кристалла Ag на Cu и вторичное охлаждение серебряной компоненты в поле неподвижных атомов меди для минимизации потенциальной энергии серебряной компоненты.
3. Прогрев серебряной компоненты в поле неподвижных атомов меди до температуры, превышающей температуру плавления серебра.
4. Моделирование нагружения медной компоненты внешним напряжением.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 20-01-00048-а).

## Список литературы

1. *Метод молекулярной динамики в физической химии.* / Отв. ред. Товбин Ю.К. М.: Наука, 1996.
2. Men H., Fan Z. *Atomic ordering in liquid aluminium induced by substrates with misfits.* Comp. Mat. Sci. 2014. V. 85. P. 1–7.

## О НАНЕСЕНИЯ ПОКРЫТИЙ, СЛОЕВ И ПЛЕНОК ИЗ РАСПЛАВОВ НА ЦИЛИНДРИЧЕСКУЮ ПОВЕРХНОСТЬ ВРАЩЕНИЕМ

А. В. Жук<sup>1</sup>, П. Н. Конон<sup>1</sup>, В. Я. Шкадов<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Белорусский государственный университет, Минск

<sup>2</sup>Московский государственный университет, Москва

Развитие новых перспективных технологий, в основе которых лежат течения слоев расплавов на вращающихся поверхностях в поле центробежных сил, вызывает необходимость изучения движения слоев жидкости с переменной вязкостью, зависящей от температуры. В работе исследовано неизотермическое течение нетонкого слоя вязкой жидкости на внешней и внутренней поверхности горизонтального круглого цилиндра, вращающегося с постоянной угловой скоростью. Учитывается влияние сил инерции, поверхностного натяжения и гравитации. Подобного рода течения можно использовать для нанесения покрытий, пленок, изоляции на цилиндрические поверхности методом вращения.

В случае умеренного и достаточно быстрого вращения цилиндра получены уравнения первого приближения, подобные уравнениям пограничного слоя. Прямым методом Капицы-Шкадова выведена, численно решена и проанализирована система уравнений определения эволюции свободной поверхности плоского слоя.

Решение задачи является продолжением исследований течений пленок и слоев на вращающихся цилиндрических поверхностях, инициированных в работах [1, 2], в неизотермическом случае и с более полным учетом инерционных сил. Учет неизотермичности течения, остывание жидкости во время движения позволил объяснить возможность нанесения слоя почти постоянной толщины на внешнюю цилиндрическую поверхность и найти необходимые режимы течения [3].

Работа выполнена при финансовой поддержке БРФФИ (проект Ф18Р-225), ГПНИ Республики Беларусь «Энергетические системы, процессы и технологии» (задание № 2.86) и РФФИ (проект 18-51-00006).

### Список литературы

1. Moffat H. K. *Behavior of a viscous film on the outer surface of rotating cylinder*. *Jornal de Mehanique*. 1977. V. 16. № 8. P. 651–673.
2. Пухначев В. В. *Движение жидкой пленки на поверхности вращающегося цилиндра в поле тяжести*. ПМТФ. 1977. № 3. С. 78–88.
3. Konon P. N., Shkadov V. Y., Zhuk A. V. *Non-isothermal motion of viscous fluid layer on outer surface of horizontal rotating cylinder*. *Journal of Physics: Conference Series*. 2019. Vol. 1268–012036.



# МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ПРОБЛЕМЫ РАСЧЕТА И ОПТИМИЗАЦИИ КОМПОЗИТНЫХ КОНСТРУКЦИЙ

С. К. Голушко

Новосибирский государственный университет  
Институт вычислительных технологий СО РАН, Новосибирск

Разработан и реализован комплексный подход к построению математических моделей нелинейно-упругого деформирования слоисто-волоконистых композиционных материалов при изгибе, учитывающий эффект разносопротивляемости при растяжении и сжатии [1,2]. Рассмотрены различные постановки задач расчета прочности и оптимального проектирования однородных, слоистых, армированных и анизотропных пластин и оболочек. Получены условия разрешимости и построены разрешающие системы дифференциальных уравнений относительно различных функций проектирования. Исследован ряд конкретных задач расчета и оптимизации тонкостенных конструкций [3,4]. Численные решения рассмотренных выше задач получены с использованием метода коллокаций и наименьших квадратов [5,6].

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда (код проекта 18-13-00392) и Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 18-29-18029).

## Список литературы

1. Golushko S. *Mathematical Modeling and Numerical Optimization of Composite Structures*. Optimum Composite Structures, 2019. London: IntechOpen. - P.13-34.
2. Амелина Е.В., Голушко С.К., Ерасов В.С., Идимешев С.В., Немировский Ю.В., Семисалов Б.В., Юрченко А.В., Яковлев Н.О. *О нелинейном деформировании углепластиков: эксперимент, модель, расчёт*. Вычислительные технологии. 2015. Т.20. №5. С.27-52.
3. Голушко С.К., Семисалов Б.В. *Численное моделирование деформирования анизотропных конструкций с применением высокоточных схем без насыщения*. Математическое моделирование и численные методы. 2015. №2. С.23-45.
4. Амелина Е.В., Буров А.Е., Голушко С.К., Лепихин А.М., Москвичев В.В., Юрченко А.В. *Расчетно-экспериментальная оценка прочности металлокомпозитного бака высокого давления*. Вычислительные технологии. 2016. Т.21. №5. С.3-21.
5. Голушко С.К., Идимешев С.В., Семисалов Б.В. *Методы решения краевых задач механики композитных пластин и оболочек*. Учеб. пособие по курсу «Прямые и обратные задачи механики композитов». Новосибирск: КТИ ВТ СО РАН, 2014. - 131 с.
6. Shapeev V., Belyaev V., Golushko S., Idimeshev S. *New Possibilities and Applications of the Least Squares Collocation Method*. EPJ Web of Conferences. 2018. Vol.173. Art.01012.

## ДВУМЕРНАЯ МОДЕЛЬ СИНТЕЗА КОМПОЗИТА Ni3Al В ЦИЛИНДРИЧЕСКОМ РЕАКТОРЕ В УСЛОВИЯХ ОБЪЕМНОГО СИНТЕЗА

*Н. В. Букрина*

*ФГБУН Институт физики прочности и материаловедения СО РАН, Томск*

В настоящее время объемный синтез композиционных материалов привлекает большое внимание. С помощью этого метода получают высокопрочные материалы, которые имеют наилучшие свойства для эксплуатации в агрессивных средах. Объемный синтез композитов позволяет получить наиболее равномерное распределение состава и свойств в конечном материале по сравнению с другими условиями синтеза. Высокие скорости реакций в условиях объемного синтеза создают значительные трудности в управлении процессом формирования структурно-фазового состояния конечного продукта. Математическое моделирование может дополнить экспериментальные данные и стать аналогом дорогого и сложного бесконтактного метода измерения температуры.

В настоящей работе предложена двумерная математическая постановка задачи процесса синтеза композита из порошков Ni и Al в режиме теплового взрыва при нагреве порошковой прессовки в стальном реакторе. Задача сводится к решению двумерного уравнения теплопроводности в реакционной смеси и стенках реактора с учетом сопряженного теплообмена между областями. В первом приближении химические реакции образования конечного продукта описываются суммарной схемой «реагент-продукт реакции». Кинетический закон учитывает сильное торможение скорости суммарной реакции с накоплением продукта синтеза.

Задача решалась численно по неявной разностной схеме второго порядка точности по пространству и первого по времени, с использованием расщепления по координатам и линейной прогонки.

Показано, что процесс синтеза в данных технологических условиях является неоднородным. Такие параметры, как толщина стенок реактора, скорость нагрева, а также наличие в смеси тугоплавких частиц, оказывают существенное влияние на динамику синтеза, однородность температурного поля и формирования конечного продукта. Инертные частицы поглощают часть тепла, идущего на нагрев, тем самым оказывают значительное влияние на динамику процесса синтеза. Динамика самого процесса существенно зависит от пористости прессовки, влияющей на ее теплофизические свойства.

Автор выражает благодарность д.ф.-м.н. А.Г. Князевой за значимые замечания и важнейшие советы при проведении исследования и оформления результатов. Работа выполнена в рамках государственного задания ИФПМ СО РАН, проект III.23.2.12.

# КОНЕЧНО-ЭЛЕМЕНТНЫЙ АНАЛИЗ ИЗГИБА КОМПОЗИТНЫХ СТЕРЖНЕЙ НА ОСНОВЕ МЕТОДА АСИМПТОТИЧЕСКОГО РАСЩЕПЛЕНИЯ

С. К. Голушко<sup>1,2</sup>, Г. Л. Горынин<sup>3</sup>, А. Г. Горынин<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Новосибирский государственный университет

<sup>2</sup> Институт вычислительных технологий СО РАН, Новосибирск

<sup>3</sup> Сургутский государственный университет

Предложен новый балочный многослойный конечный элемент для решения задач изгиба композитных стержней. В основу конечно-элементной модели положен метод асимптотического расщепления [1,2], позволяющий получить решение линейной пространственной задачи теории упругости без введения упрощающих гипотез. Достоинством подхода является учет всех компонент тензора напряжений и детальное рассмотрение напряженных состояний композитных стержней сложного профиля.

Асимптотическое решение построено разложением компонент тензора напряжений и вектора перемещений по степеням дифференциальных операторов, действующих вдоль продольной координаты стержня  $z$ , что позволяет свести задачу к последовательному решению двумерных краевых задач в поперечном сечении стержня для определения его жесткостных характеристик  $K_\phi, \zeta$  и одномерного уравнения изгиба балки (1) для определения функции прогиба  $u_0$ :

$$\frac{d^4 u_0}{dz^4} = \frac{p_x^*}{[EI]}, \quad p_x^* = p_x - \zeta h^2 \frac{d^2 p_x}{dz^2}, \quad (1)$$

$$\phi = \frac{du_0}{dz} - \frac{K_\phi h^2}{[EI]} \left( Q_x + \zeta h^2 \frac{dp_x^*}{dz} \right), \quad Q_x = -[EI] \left( \frac{d^3 u_0}{dz^3} + \frac{\zeta h^2}{[EI]} \frac{dp_x^*}{dz} \right), \quad (2)$$

где  $p_x$  – распределенная поперечная нагрузка;  $[EI]$  – изгибная жесткость многослойного стержня;  $h$  – высота поперечного сечения стержня. Формулы (2) для угла наклона поперечного сечения  $\phi$  и перерезывающей силы  $Q_x$  имеют принципиальные отличия от их аналогов в классической теории балок Бернулли-Эйлера и уточненной теории балок Тимошенко.

В случае тонкостенных композитных профилей двумерные краевые задачи решены аналитическими методами и найдены их точные аналитические решения. В общем случае двумерные и одномерные краевые задачи решаются численно методом коллокаций и наименьших квадратов [3, 4] и методом конечных элементов.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 18-29-18029).

## Список литературы

1. Горынин Г.Л., Немировский Ю.В. *Пространственные задачи изгиба и кручения слоистых конструкций. Метод асимптотического расщепления*. Новосибирск: Наука, 2004.
2. Горынин Г.Л., Немировский Ю.В. *GN-теория расчета композитной балки при изгибе. Общая теория*. Известия вузов. Строительство. 2012. №6. С. 3-12.
3. Голушко С.К., Идимешев С.В., Шапеев В.П. *Метод коллокаций и наименьших невязок в приложении к задачам механики изотропных пластин*. Вычислительные технологии. 2013. Т. 18. №6. С. 31-43.

4. Shapeev V., Belyaev V., Golushko S., Idimeshev S. *New Possibilities and Applications of the Least Squares Collocation Method*. EPJ Web of Conferences. 2018. V. 173, 01012.

## ЗАДАЧА О РАВНОВЕСИИ ДВУСЛОЙНОЙ УПРУГОЙ КОНСТРУКЦИИ С ПРЯМОЛИНЕЙНЫМ ДЕФЕКТОМ

*И. В. Фанкина*

*Институт гидродинамики им. М. А. Лаврентьева СО РАН, Новосибирск*

В рамках плоской задачи теории упругости исследуется задача о равновесии двуслойной упругой конструкции. Предполагается, что верхний слой накрывает одну из вершин прямолинейного дефекта в конструкции. Для описания дефекта используются нелинейные краевые условия, содержащие параметр повреждаемости, который характеризует их сцепление.

Установлено существование решения задачи равновесия в вариационном виде. Изучено поведение решения задачи при стремлении параметра, характеризующего жесткость верхнего слоя, к нулю и к бесконечности. Получены формулировки задач равновесия при стремлении параметра повреждаемости дефекта к своим предельным значениям. Доказана разрешимость задачи оптимального управления, сформулированной на основе критерия Гриффитса; функционалом качества в задаче выбрана производная функционала энергии по длине дефекта, а функциями управления является пара параметров, указанных выше.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 18-29-10007).

## О ЗАВИСИМОСТИ СКОРОСТИ РЕАКЦИИ ОТ НАПРЯЖЕНИЙ: ТЕРМОДИНАМИКА И МЕХАНИКА

*А. Г. Князева*

*Институт физики прочности и материаловедения СО РАН, Томск*

Одним из традиционных направлений термодинамики и МСС (механики сплошных сред) является исследование влияния внешних факторов (внешних полей) на фазовые превращения и химические реакции в разных фазах и в окрестности границ раздела. Это связано как с общетеоретической проблемой изучения взаимодействия полей различной физической природы, так и с изучением способов управления физико-химическими процессами в современных технологиях синтеза новых материалов. В полной мере это относится к процессам синтеза новых материалов горением. В настоящей работе анализируются известные к настоящему времени модели, которых учитывается зависимость скорости реакций от напряжений. Показывается, что особенности влияния напряженно-деформированного состояния на режимы превращения заложены в классической термодинамике необратимых процессов. Это удается продемонстрировать при построении связанных моделей, т.е. моделей, учитывающих перекрестные явления между процессами разной физической природы. Приводятся простые примеры, показывающие изменение формально-кинетических параметров реакций в разных условиях для систем  $Al + Cr_2O_3 + Ti$  и  $Al + Fe_2O_3 + Ni$ .

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 20-03-00303).

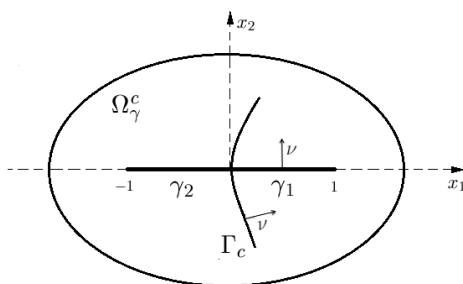
# ЗАДАЧА О СОПРЯЖЕНИИ ТОНКИХ ВКЛЮЧЕНИЙ В УПРУГИХ ТЕЛАХ ПРИ НАЛИЧИИ ТРЕЩИНЫ

Н. А. Николаева

Северо-Восточный федеральный университет им. М.К. Аммосова (г. Якутск)

В настоящей работе исследуется задача о равновесии двумерного упругого тела с трещиной, пересекающей тонкое жесткое включение в некоторой точке. На трещине и в точке пересечения трещины с жестким включением заданы условия непроникания, которые имеют вид неравенств. Рассмотрен также случай, когда кривая задающая включение соответствует тонкому упругому включению. Доказана однозначная разрешимость задач, получены полные системы краевых условий [1, 2]. Исследована эквивалентность двух постановок: вариационной и дифференциальной. Установлено, что предельный переход по параметру жесткости в задачах о равновесии упругого тела с упругим включением приводит к задаче о равновесии упругого тела с жестким включением.

Рассмотрим ограниченную область  $\Omega$  в пространстве  $\mathbb{R}^2$  с гладкой границей  $\Gamma$ . Пусть  $\bar{\gamma} \subset \Omega$ ,  $\bar{\Gamma}_c \subset \Omega$  – гладкие кривые без самопересечений, которые пересекаются в точке  $P : \gamma \cap \Gamma_c = \{P\} = \{(0, 0)\}$ . Предположим, что существуют продолжения кривых  $\Gamma_c$  и  $\gamma$ , пересекающие границу  $\Gamma$  и разбивающие область  $\Omega$  на четыре подобласти  $D_1, D_2, D_3, D_4$  с липшицевыми границами  $\partial D_i$ , причем  $meas(\Gamma \cap \partial D_i) > 0$ ,  $i = 1, 2, 3, 4$ . Для упрощения записи нормали к  $\Gamma_c$  и к  $\gamma$  обозначим через  $\nu = (\nu_1, \nu_2)$ ;  $\nu_0$  – нормаль в точке  $P$ , которая совпадает с направлением нормали  $\nu$  к  $\Gamma_c$  (см. рис. 1). Направлением нормалей  $\nu$  определяются положительные и отрицательные берега данных кривых. Обозначим  $\Omega_\gamma^c = \Omega \setminus (\bar{\gamma} \cup \bar{\Gamma}_c)$ . В наших рассуждениях  $\Omega_\gamma^c$  будет соответствовать упругому телу в естественном состоянии,  $\gamma$  – тонкому включению,  $\Gamma_c$  – трещине. Следовательно трещина разбивает тонкое включение на две части;  $\gamma = \gamma_1 \cup \gamma_2 \cup \{P\}$ , где  $\gamma_1$  и  $\gamma_2$  гладкие кривые.



Работа поддержана Российским фондом фундаментальных исследований и Республики Саха (Якутия) (проект 18-41-140003).

## Список литературы

1. Хлуднев А.М. Задачи теории упругости в негладких областях.– М.: ФИЗМАТЛИТ, 2010. – 252 с.
2. Фикера Г. Теоремы существования в теории упругости. М.: Мир, 1974. 159 с.

# НОВЫЕ КОМПОЗИТЫ С МЕТАЛЛИЧЕСКОЙ МАТРИЦЕЙ

*С. Т. Милейко*

*Институт физики твердого тела РАН, Москва*

Композиты с металлической матрицей (КММ), давшие работами А. Келли середины 60-х годов прошлого столетия рождение всему современному композитоведению, далее ушли в тень в результате всеобъемлющего, полезно-агрессивного распространения углепластиков. Успехи в разработке композитов с керамической матрицей (ККМ) также способствовали этому. КММ, в частности – боро-алюминий, лишь изредка выходили из тени, демонстрируя свои уникальные возможности и, одновременно - слабости, связанные, главным образом, с дороговизной соответствующих армирующих волокон.

И всё же, КММ суждено в ближайшее время выйти из тени по ряду причин, среди которых:

1. Углепластики сегодня по уровню своего развития приближаются к металлическим сплавам, и потому часть специалистов-композитчиков высшей квалификации займутся относительно новыми композитами с металлической матрицей.
2. Применение армированных пластиков ограничено в элементах конструкций сложной формы с концентраторами напряжений из-за их относительно низкой трещиностойкости.
3. Температура применения армированных пластиков ограничена естественными причинами. Высокотемпературные применения ККМ также ограничиваются их относительно низкой трещиностойкостью.

Четыре ниши, которые будут заняты КММ:

1. Элементы конструкций, работающие при повышенных температурах, - детали компрессора авиационного двигателя, обшивка сверхзвуковых и гиперзвуковых летательных аппаратов (ЛА).
2. Элементы конструкций ЛА сложной формы, такие как, например, шпангоуты.
3. Оболочки глубоководных аппаратов (требование высоких упругих характеристик).
4. Элементы конструкций типа рабочей лопатки газовой турбины.

Первые три ниши могут быть заполнены угле-титановыми, четвёртая – оксид-молибденовыми композитами, разрабатываемыми исследовательской группой автора.

В докладе будут приведены технология получения композитов, микроструктура, характеристики прочности, трещиностойкости, сопротивления ползучести и сопротивления окислению материалов. Здесь приведём лишь некоторые данные по прочности и трещиностойкости композитов (Таблица 1 – угле-титан и Таблица 2 – оксид-молибденовые композиты с волокнами  $YAlO_3$  и  $Al_2O_3-Al_5Y_3O_{12}$  и матрицей  $Mo-Mo_3Si-Mo_5SiB_2$ ).

Таблица 1. Средние величины прочности в направлении армирования ( $\sigma_1^*$ ) и в трансверсальном ( $\sigma_2^*$ ) и критического коэффициента интенсивности напряжений  $K^*$  образцов угле-титана

$\sigma_1^*/\text{МПа}$	1095
$\sigma_2^*/\text{МПа}$	770
$K^*/\text{МПа}\cdot\text{м}^{1/2}$	23.6

Таблица 2. Прочность при 1400 °С и трещиностойкость оксид-молибденовых образцов

$\sigma_1^*/\text{МПа}$	393±41
$K^*/\text{МПа}\cdot\text{м}^{1/2}$	13.9±1.7

Заметим, что активно разрабатываемые в настоящее время молибденовые сплавы, близкие по составу к материалу матрицы, достигают таких величин  $K^*$  лишь при прочности значительно ниже прочности композитов. Работа выполняется по проектам РФФ 16-19-10624 (оксид-молибден) и РФФИ 19-08-00804 (угле-титан).

## ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ ДЕФОРМИРОВАНИЯ И РАЗРУШЕНИЯ ПРЕДВАРИТЕЛЬНО НАПРЯЖЕННЫХ ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ КОНСТРУКЦИЙ

*П. А. Радченко<sup>1</sup>, С. П. Батуев<sup>1</sup>, А. В. Радченко<sup>2</sup>*

<sup>1</sup>ФГБУН Институт физики прочности и материаловедения СО РАН, Томск, Россия

<sup>2</sup>Балтийский государственный технический университет (БГТУ) "Военмех". Санкт-Петербург, Россия.

Актуальность исследования предварительно напряженного бетона обуславливается тем фактом, что в реальных конструкциях бетонные элементы испытывает постоянное напряжение от других конструктивных элементов. И поэтому учет характера предварительного напряжения важен для точности и корректности описания поведения бетонных изгибаемых элементов. В связи с этим, для определения влияния преднапряжения на поведения бетонных изгибаемых элементов был проведен ряд численных расчетов. В качестве критерия разрушения использовался критерий по предельной величине деформаций. Исследовалась балка длиной 2 м., шириной 0,1 м и высотой 0,1 м. Величину преднапряжения приняли равной 100 кН и она была равномерно распределена по всем элементам. Параметры нагружения принимались следующие: нагрузка равномерно увеличивалась с течением времени до достижения значения 160 кН. Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований, проект № 18-48700035 и государственного задания ИФПМ СО РАН, проект III.23.1.1.



# ОБ ЭФФЕКТЕ ПРОЯВЛЕНИЯ АНОМАЛЬНО ВЫСОКИХ ДЕМПФИРУЮЩИХ СВОЙСТВ ДИСПЕРСНО АРМИРОВАННЫХ И ВОЛОКНИСТЫХ КОМПОЗИТОВ

С. А. Лурье<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup>Московский авиационный институт (Технический университет), Москва

<sup>2</sup>Институт прикладной Механики РАН, Москва

Исследуются демпфирующие свойства наполненных композитов со сферическими включениями и волокнистых композитов, в которых и сферические включения и волокна имеют дополнительные покрытия из вязкоупругих материалов. Предполагается, что и матрица, и включения в дисперсном композите (волокна в волокнистом композите) являются упругими, а следовательно, эффективные диссипативные свойства композита реализуются исключительно за счет диссипативных свойств вязкоупругих покрытий.

Вопреки вполне естественным ожиданиям, что значения эффективных диссипативных свойств значений увеличиваются с увеличением толщин вязкоупругих покрытий, показано, что аномально высокие диссипативные свойства рассмотренного класса композитов реализуются для тонких по сравнению с радиусом включений и волокон покрытий в достаточно узком диапазоне оптимальных толщин.

Увеличение эффективного модуля потерь для оптимальных значений толщины дополнительного вязкоупругого слоя настолько существенно, что можно говорить о синергетическом эффекте для модуля эффективных потерь, который значительно превышает модуль потерь вязкого покрытия. Было установлено, что для рассматриваемых композитов имеются пиковые зависимости демпфирующих свойств, которые реализуются при очень малых толщинах вязкоупругой фазы. Этот пик многократно (более чем в 20 раз для наполненных композитов и более чем в 5 раз для волокнистых композитов) превышает модуль потерь вязкоупругого слоя, который и является первопричиной диссипативных свойств композита. Теоретическое моделирование демпфирующих свойств композитов проводилось с использованием вязкоупругой аналогии на основе самосогласованного метода четырех фаз Эшелби-Кристенсена. Этот подход позволил получить аналитическое решение проблемы определения оптимальных толщин покрытий. Показано, что аналитические решения дают чрезвычайно точный прогноз, который почти везде (даже для больших значений объемных содержаний) практически совпал с результатами численных решений, полученных для проверки с использованием метода конечных элементов.

Исследование модуля потерь показало существование двух пиков в зависимости эффективного модуля потерь композитов от толщин вязкоупругого покрытия, причем максимальные диссипативные свойства проявляются именно для второго пика, на толщинах межфазного слоя порядка 0.005 от радиуса включений и определяется сдвиговым характером энергии диссипации. Для столь тонких покрытий объемное содержание вязкоупругого слоя весьма мало (порядка 1%), поэтому удается реализовать чрезвычайно высокие демпфирующие свойства для композитов с высокими эффективными упругими характеристиками.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда, проект № 20-19-00395.

# ЗАДАЧА ОПТИМАЛЬНОГО КОЛИЧЕСТВА ЖЕСТКИХ ТОНКИХ СЕГМЕНТОВ В МОДЕЛИ О РАВНОВЕСИИ ДВУМЕРНОГО ТЕЛА С ТРЕЩИНОЙ

Н. П. Лазарев<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Северо-Восточный федеральный университет, Якутск

Рассматриваются задачи равновесия для неоднородного двумерного тела с трещиной и жестким включением. Матрица тела предполагается упругой. Граничное условие на кривой трещины представляет собой неравенство, описывающее непроникание берегов трещины. Мы изучаем две разные модели равновесия. Для первой модели мы предполагаем, что объемное жесткое включение описывается областью, а вторая — описывает тело, содержащее набор скрепленных тонких жестких включений, каждое из которых соответствует кривой [1]. Трещина задается одинаковой кривой в обеих моделях. Задача оптимального управления формулируется в рамках второй модели, при этом управление задается количеством тонких жестких тонких прямолинейных сегментов. Предельный случай, соответствующий бесконечному количеству сегментов, как оказалось, соответствует первой модели. Функционал качества задается произвольным непрерывным в подходящем пространстве Соболева функционалом. Доказана разрешимость задачи оптимального управления.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 18-41-140003).

## Список литературы

1. Lazarev N., Semenova G. *On the connection between two equilibrium problems for cracked bodies in the cases of thin and volume rigid inclusions*. Bound. Value. Probl. 2019. Article number: 87 <https://doi.org/10.1186/s13661-019-1201-5>

## МОДЕЛИРОВАНИЕ ЦИКЛИЧЕСКОГО ВЫШАГИВАНИЯ СПЛАВА ВТ6 В ШИРОКОМ ДИАПАЗОНЕ СЦЕНАРИЕВ НАГРУЖЕНИЯ

А. А. Кайгородцева<sup>1,2</sup>, К. В. Захарченко<sup>1,3</sup>, В. И. Капустин<sup>1,3</sup>, А. В. Шутов<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup>Институт гидродинамики им. М. А. Лаврентьева СО РАН, Новосибирск

<sup>2</sup>Новосибирский государственный университет

<sup>3</sup>Новосибирский государственный технический университет

В докладе изучаются закономерности накопления пластической деформации в титановом сплаве ВТ6, подвергнутом циклическому нагружению с ненулевым средним напряжением. Представлен набор экспериментальных данных, содержащих информацию о поведении материала в широком диапазоне нагрузок; исследованы сценарии циклического нагружения с постоянным средним напряжением и монотонно возрастающей амплитудой. В каждом эксперименте регистрируются продольные и поперечные деформации, а также диссипативный разогрев.

Распространённые в инженерной практике методы оценки ресурса основываются на учёте параметров петель гистерезиса, таких как прирост пластической деформации и количество рассеянной энергии. По этой причине в докладе обсуждается вопрос максимально точного предсказания формы петель гистерезиса.

На идейном уровне, феноменологические модели ратчетинга (пластического вышагивания) схожи с моделями ползучести при циклическом нагружении [2]. В работе рассмотрены четыре различных феноменологических подхода к описанию пластического ратчетинга. Подходы отличаются способом моделирования нелинейного кинематического упрочнения; они включают кинематическое упрочнение по типам Армстронг-Фредерик (Armstrong-Frederick) и Оно-Ванг (Ohno-Wang) [1], а также их модификации. Определяющие соотношения реализованы в виде численных алгоритмов, модели откалиброваны. Последующая валидация моделей и наборов параметров проведена сравнением результатов расчётов эволюции температуры с экспериментальными данными.

В работе опровергнуто распространённое мнение, что модели типа Армстронг-Фредерик уступают моделям типа Оно-Ванг и переоценивают накопленные деформации. Показано, что предсказательная сила всех четырёх моделей приблизительно одинакова. Кроме того, установлено, что параметр Одквиста не контролирует процессы изотропного упрочнения в сплаве ВТ6. Предложен новый скалярный параметр, более точно учитывающий историю нагружения.

Работа выполнена при финансовой поддержке гранта РФФИ № 17-08-01020 и Российского Научного Фонда (номер проекта 19-19-00126).

### Список литературы

1. Ohno N., Wang J. D. *Kinematic hardening rules with critical state of dynamic recovery, part I: formulations and basic features for ratcheting behavior*. IJP. 1993. Т. 9. С. 375–390.
2. Shutov A. V., Larichkin A. Yu., Shutov V. A. *Modelling of cyclic creep in the finite strain range using a nested split of the deformation gradient*. ZAMM. 2017. Т. 97. № 9. С. 1083–1099.

# ОДНОЗНАЧНАЯ РАЗРЕШИМОСТЬ ЗАДАЧИ О РАВНОВЕСИИ ПЛАСТИНЫ КИРХГОФА-ЛЯВА С ТРЕЩИНОЙ ВДОЛЬ ГРАНИЦЫ ПЛОСКОГО ЖЕСТКОГО ВКЛЮЧЕНИЯ

Г. Е. Семенова, Н. П. Лазарев

Северо-Восточный федеральный университет, Якутск

В работе рассмотрена новая модель о равновесии пластины Кирхгофа-Лява с плоским жестким включением. При этом плоское включение описывается с помощью цилиндрической поверхности. Предполагается, что вдоль части границы жесткого включения расположена сквозная трещина. При моделировании деформирования пластины с плоским жестким включением применяется новый подход, который характеризуется тем, что углы поворота поперечных волокон пластины принимают в состоянии равновесия одно и то же значение в пределах всего плоского жесткого включения. На трещине задаются условия непроникания для общего случая перемещений [1]. Доказана однозначная разрешимость новой постановки задачи для пластины с плоским жестким включением и трещиной.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 18-41-140003).

## Список литературы

1. Khludnev A. M., Kovtunenkov V. A. *Analysis of Cracks in Solids*. Southampton; Boston: WIT-Press, 2000.

# МАТЕМАТИЧЕСКОЕ И ФИЗИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПОЛИМЕРНЫХ КОМПОЗИТОВ С ПАМЯТЬЮ ФОРМЫ

*Б. Д. Аннин, Е. В. Карпов, Е. В. Москвичев, А. Ю. Ларичкин*

*Институт гидродинамики им. М. А. Лаврентьева СО РАН, Новосибирск*

Применение «умных» материалов является актуальной задачей для авиа-космической отрасли. Вопросы стабильности и точности транслируемых сигналов со спутников связаны в частности с жесткостью антенных отражателей, которую можно увеличить при помощи установки шпангоутов с памятью формы [1]. В данной работе рассмотрен углепластик с памятью формы, из которого может состоять подобный шпангоут. Материал представляет собой несколько слоёв ткани полотняного плетения из углеродных волокон СТ 12073, пропитанных рекастопластом Diaplex MP5510, который обладает эффектом памяти формы (ЭПФ). Активация эффекта памяти формы происходит при достижении определенной температуры. В работе рассмотрено влияние ориентации волокон на характер деформирования образцов при поперечном и продольном изгибе, а также восстановление начальной формы при активации ЭПФ.

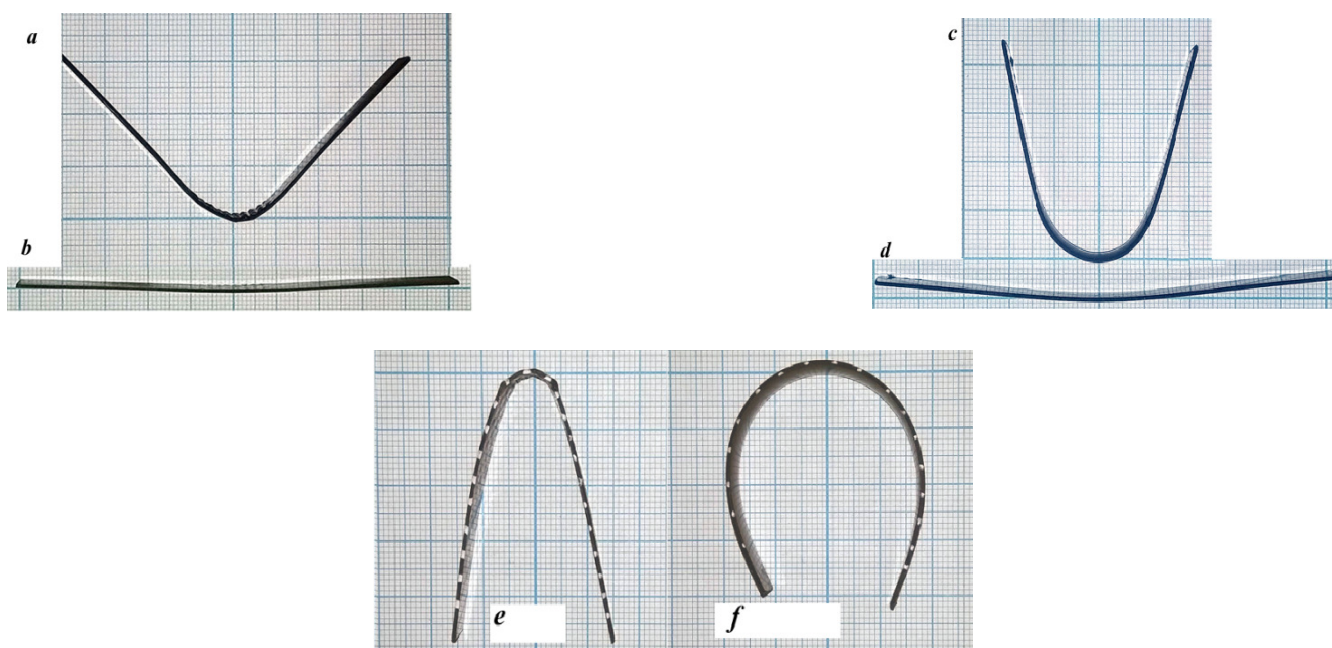


Рис. 1: Вид образцов после фиксации формы: а, с, е, f и ее восстановления b,d . Результат поперечного изгиба: а, с; продольного изгиба: е, f. Ориентация волокон  $[0,0,0]$ : а, b, е;  $[0,45,-45]$ : с, d, е.

Выявлено существенное влияние ориентации волокон на появление систем необратимых дефектов структуры при формовании, от которых зависит степень восстановления формы при реализации ЭПФ и воспроизводимость исходной формы при повторении циклов «формование-восстановление». Приведены варианты модели материала с линейным упрочнением и модели Фойгта для описания эффекта памяти формы при моделировании этапов формовки и восстановления. Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ № 19-01-00511.

## Список литературы

1. Москвичев Е.В., Ларичкин А.Ю. *Исследования функциональных и механических свойств полимерного композитного материала с памятью формы для рефлектора космической антенны*. Заводская лаборатория. Диагностика материалов. 2020;86(1):51-56. <https://doi.org/10.26896/1028-6861-2020-86-1-51-56>

# МЕХАНИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА БАКТЕРИАЛЬНОЙ НАНОЦЕЛЛЮЛОЗЫ

А. И. Липовка<sup>1,2</sup>, Д. В. Паршин<sup>1,2</sup>, А. В. Харченко<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Институт гидродинамики им. М. А. Лаврентьева СО РАН, Новосибирск

<sup>2</sup>Новосибирский государственный университет

<sup>3</sup>ННИИТО им. Я.Л. Цивьяна

Бактериальная целлюлоза – это нанобиополимер, близкий по свойствам к коллагену, получаемый культивированием в среде, содержащей углеводы (глюкоза, фруктоза, сахароза и т. Д.) бактерии *Comagataeibacter xylinus* в статических условиях. Он широко используется в медицине, в частности для закрытия дефектов твёрдой мозговой оболочки.

Так как от материала, используемого для такой задачи требуется определённая степень прочности, требуется знать механические свойства используемого биополимера. Ранее в литературе уже приводились результаты касательно прочностных свойств такого материала, однако в виду широкого диапазона результатов и отсутствия единой парадигмы в проведении испытаний на разрыв, настоящее исследование является актуальным и предлагает новые подходы к исследованию прочностных свойств бактериальной целлюлозы. Была проведена серия экспериментов по одноосному нагружению образцов материала с различными параметрами синтеза. Для испытания была использована универсальная разрывная машина Instron 5944, эксперимент проводился в условиях, максимально приближенных к естественным. Для надёжного закрепления образца были изготовлены специальные зажимы методом 3D-печати. При выполнении испытания данные о деформации образца получались из двух каналов: датчика перемещения траверсы и штатного видеоэкстензометра машины.

Получены значения максимальной деформации и напряжения, проведён статистический анализ полученных данных, выполнено сравнения с механическими свойствами твёрдой мозговой оболочки человека.

Работа выполнена при финансовой поддержке Правительства Российской Федерации (грант №14.W03.31.0002) и РФФИ (грант №19-48-540010).

## ЛОКАЛЬНЫЕ ЭФФЕКТЫ ПРИ ЭЛЕКТРОИСКРОВОМ СПЕКАНИИ

*Д. В. Дудина*

*Институт гидродинамики им. М. А. Лаврентьева СО РАН, г. Новосибирск  
Новосибирский государственный технический университет, г. Новосибирск  
Институт химии твердого тела и механохимии СО РАН, г. Новосибирск*

Электроискровое спекание представляет собой современный метод спекания порошков, основанный на пропускании импульсов постоянного электрического тока через образец. Спекание происходит в пресс-форме под давлением. Электроискровое спекание позволяет значительно сократить время процесса по сравнению с традиционным спеканием (и часто горячим прессованием) и контролировать размер зерна материалов.

В ходе электроискрового спекания частицы проводящего материала нагреваются благодаря джоулевой теплоте. Особенностью электроискрового спекания является пропускание через образец постоянного тока в режиме ON-OFF. Кратковременное протекание электрического тока по пористому образцу может приводить к разогреву в точках контактов между частицами. Локальное повышение температуры приводит к увеличению электросопротивления данного участка. При приложении следующего импульса высокотемпературные области перемещаются по образцу, обеспечивая тем самым равномерность спекания по всему объему.

В докладе будут представлены результаты исследований структуры композитов TiC-Cu, Ti<sub>3</sub>SiC<sub>2</sub>-Cu, TiB<sub>2</sub>-Cu, W-Cu и Fe<sub>66</sub>Cr<sub>10</sub>Nb<sub>5</sub>B<sub>19</sub>-Al, полученных электроискровым спеканием при различных температурах. В данных системах наблюдается зависимость микроструктуры спеченных материалов от геометрических характеристик контактов между частицами до спекания. Структурные особенности материалов свидетельствуют о локальном перегреве межчастичных контактов при определенной геометрии последних. Будет представлено обсуждение роли локального плавления и локальных химических реакций в процессах консолидации порошковых смесей и композиционных частиц методом электроискрового спекания.

## Авторский указатель

- Antontsev S. N., 41  
Batraev I. S., 159  
Chirkunov Yu. A., 21, 22  
De Oliveira H. B., 41  
Fedorova N. N., 192  
Fomin P. A., 192  
Grebenev V. N., 98  
Khludnev A. M., 28  
Khompyskh Kh., 41  
Lukyanov Ya. L., 159  
Lyubanova A. Sh., 39  
Medvedev S. B., 98  
Nazarenko S. V., 98  
Pikmullina E. O., 21  
Popova T. S., 28  
Rybin D. K., 159  
Semisalov B. V., 98  
Shlapunov A. A., 64  
Shtertser A. A., 159  
Shvab I. V., 56  
Tarkhanov N. N., 64  
Uljanitsky V. Yu., 159  
Valger S. A., 192  
Vaskevich V. L., 56  
Velisevich A. V., 39  
Абдулин И. М., 31  
Абзаев Ю. А., 213  
Азанов А. А., 40  
Акимов А. А., 187  
Алексеев Г. В., 24  
Амосова Е. В., 59  
Андреев В. К., 40  
Анисимов А. Г., 233  
Анисичкин В. Ф., 194, 195  
Анисичкин Ю. В., 171  
Аннин Б. Д., 253  
Антипов М. В., 199  
Арендаренко М. С., 119  
Афанасенко С. И., 97  
Афанасьева С. А., 137  
Бабкин А. В., 162  
Бадретдинова Л. Х., 186  
Баев С. Г., 232  
Базотов В. Я., 186  
Бакиров А. Р., 186  
Балаганский И. А., 141  
Барсуков А. В., 120  
Батраев И. С., 141, 168, 197  
Батуев С. П., 188, 197, 248  
Баутин С. П., 18, 19, 67, 70, 131  
Башуров В. В., 85  
Бекежанова В. Б., 75  
Белов Г. В., 142  
Белоусова Н. С., 191  
Белоусова О. Е., 31  
Бервицкий А. В., 89  
Бессмельцев В. П., 232  
Бирюкова М. А., 190  
Бицоев Г. Д., 208  
Бланк В. Д., 133  
Блинов В. А., 125  
Блохин А. М., 36, 48  
Богданов А. Н., 43  
Богомякова О. Б., 104  
Бойко А. Владим., 107  
Бойко А. Владис., 50, 84  
Бойко М. М., 173, 175  
Болотнова Р. Х., 161  
Бордзиловский С. А., 135  
Ботвина Л. Р., 187  
Бохонов Б. Б., 217  
Бризицкий Р. В., 26  
Бугаенко А. А., 47  
Букатников П. А., 222  
Букрина Н. В., 242  
Булина Н. В., 232  
Будушев Д. А., 200  
Буркин В. В., 137, 169  
Быков А. В., 126  
Быковский Ф. А., 172



- Ванько В. И., 71  
Васюткин С. А., 44  
Ведерников Е. Ф., 172  
Видюк Т. М., 233, 234  
Вирц Р. А., 66  
Власова М. А., 136  
Волгин А. А., 199  
Воробьев А. М., 232  
Воронин Д. С., 163  
Воротилин М. С., 187  
Гаврильева А. А., 220  
Гаджиев Д. А., 34  
Гайнуллина Э. Ф., 161  
Гайфуллин А. М., 33, 34  
Галиев Ф. Ф., 150  
Гармашев А. Ю., 194, 201, 204  
Гатина Р. Ф., 182  
Георгиевская А. Б., 199  
Герасимов Е. Ю., 200  
Гилев С. Д., 132  
Глотов О. Г., 191  
Глушко Т. А., 119  
Гнуттов И. С., 183, 198  
Гныря А. И., 213  
Головин С. В., 125  
Головнев И. Ф., 239  
Головнева Е. И., 239  
Гологуш Т. С., 105  
Голуб А. П., 107  
Голубь Ф. С., 200  
Голушко С. К., 241, 243  
Гольх Р. Н., 97, 186  
Гомонова О. В., 228  
Гончарова О. Н., 20  
Гордеев В. В., 196  
Гордиенко М. Р., 117  
Горобчук А. Г., 88  
Горынин А. Г., 243  
Горынин Г. Л., 243  
Григорьев А. С., 101, 229  
Григорьев Ю. М., 46, 220  
Григорьев Ю. Н., 78, 88  
Гриф Е. М., 185  
Грязнов Е. Ф., 173, 175, 187  
Гурин А. М., 184  
Гуськов А. В., 185, 191  
Давыдов М. Н., 119  
Дегтярев А. А., 194  
Демьянко К. В., 84  
Дерябин С. Л., 18  
Доманский А. В., 79  
Дрожжин А. П., 171, 177  
Дубовой А. В., 89  
Дудина Д. В., 217, 233, 255  
Дьячковский А. С., 137  
Дьячковский А. С., 169  
Дьячковский И. И., 224  
Ежак А. С., 195  
Езендеева Д. П., 117  
Енейкина Т. А., 182  
Еремин Н. В., 221  
Еремина Г. М., 213  
Ермилов Н. П., 158  
Ерохин С. В., 133  
Ерошин В. А., 107  
Ершов А. П., 140, 174  
Ершов И. В., 78, 88  
Есиков М. А., 217, 233  
Жапбасбаев У. К., 208  
Жвик В. В., 33  
Ждан С. А., 172  
Жук А. В., 240  
Жуланов В. В., 201, 205  
Завьялова К. Н., 94, 95  
Замураев В. П., 138  
Занин Б. Ю., 126  
Захарченко К. В., 235, 251  
Зверков И. Д., 235  
Зинин П. В., 133  
Зиновьев В. Н., 99  
Злобин Б. С., 156, 158, 222  
Зольников К. П., 226, 230, 231  
Зубарева А. Н., 178  
Зубашевский К. М., 181  
Зудов В. Н., 144  
Иваненко Е. А., 237, 238  
Иванов А. В., 84  
Иванов И. О., 157  
Исаев С. А., 99  
Исаенко Е. А., 119  
Иткина Н. Б., 106  
Ищенко А. Н., 137, 169  
Кабардин И. К., 117  
Кадочников Д. Ю., 194  
Казаков А. Л., 37, 38  
Казачинский А. О., 82  
Казутин М. В., 196  
Кайгородцева А. А., 251

- Какаулин С. В., 117  
Калашников Д. А., 183, 198  
Калинина А. П., 138  
Кальманов А. В., 150  
Канунников Р. Н., 193, 194  
Капустин В. И., 235, 251  
Караханов С. М., 135  
Карпов Е. В., 253  
Касимов В. З., 169  
Кашкаров А. О., 140, 199–201, 205  
Кедринский В. К., 127  
Кенжалиев Б. К., 208  
Киреев И. В., 68  
Кириловский С. В., 50, 84  
Кирьянова А. С., 18, 81  
Киселев В. В., 156, 222  
Киселев В. П., 234  
Киселев С. П., 234  
Клименко Л. С., 109, 110  
Климонов И. А., 117  
Князева А. Г., 91, 245  
Ковалев Ю. М., 190  
Коврижных А. М., 207  
Ковыркина О. А., 123  
Козлов В. Г., 113  
Козлова Л. А., 182  
Козырев Н. В., 196  
Колесова А. А., 170  
Колпаков В. И., 139, 173, 175  
Кондратьев И. М., 43  
Кондратьев С. А., 43  
Коноваленко Ив. С., 227  
Коноваленко Иг. С., 227  
Конон П. Н., 240  
Кононов С. Н., 70  
Конторович А. Э., 101  
Коробейников С. Н., 32  
Коробкин А. А., 94, 96  
Коробков С. В., 213  
Королев М. П., 236  
Королев Ю. П., 74  
Коростышевская А. М., 86  
Корсакова Н. К., 80  
Корчагин М. А., 233  
Корчуганов А. В., 226, 230, 231  
Котельникова М. С., 177  
Кошатова Е. В., 150  
Крайко А. Н., 54  
Крайнов А. Ю., 145–148  
Крайнов Д. А., 145  
Крижановский В. В., 233  
Крохалев А. В., 237, 238  
Крутова И. Ю., 47, 82, 92, 131  
Крыжевич Д. С., 226, 230, 231  
Крючков Д. В., 150  
Кудряшова О. Б., 170  
Кузавов В. Т., 212  
Кузнецов И. В., 23  
Кузнецов П. А., 37  
Кузьмин Е. В., 236  
Кузьмин С. В., 176, 236–238  
Кукушкин Д. Е., 93  
Кульницкий Б. А., 133  
Кураев А. А., 129  
Кургузов В. Д., 216  
Курепин А. Е., 205  
Кусаинов П. И., 146, 147  
Куюнова Ю. О., 89  
Лаврентьев М. М., 73  
Лавров В. В., 178  
Ладов С. В., 136, 139  
Лазарев Н. П., 250, 252  
Ларичкин А. Ю., 125, 235, 253  
Лебедев А. В., 204  
Лебига В. А., 99  
Левунина Э. С., 70  
Леган М. А., 125, 233, 235  
Лежнев В. Г., 60  
Лемперт А. А., 37  
Лепов В. В., 224  
Леу Ц.-Ш., 99  
Либерман А. Е., 218  
Липовка А. И., 254  
Лобачёв А. С., 193, 194  
Лукашов О. Ю., 146, 147  
Лукьянов Я. Л., 181, 235  
Лурье С. А., 249  
Лысак В. И., 176, 236–238  
Лысаков К. Ф., 73  
Ляпидевский В. Ю., 93, 102  
Ляхов Н. З., 232  
Мазепа Е. Е., 146, 147  
Майер А. Е., 163  
Макаренко Н. И., 93  
Макарова С. В., 232  
Максимова Н. Н., 27  
Маламанов С. Ю., 72  
Малев В. В., 201

- Мали В. И., 233  
Малёв В. В., 193, 194  
Маматюков М. Ю., 130  
Мамонтов А. Е., 51  
Маркелова Т. В., 119  
Марков В. А., 142  
Марков С. И., 106  
Марковский А. Н., 60  
Мартюшов С. Н., 143  
Марченко А. В., 203  
Марчук Ан. Г., 73, 86  
Марышев Б. С., 109, 110  
Маслов А. Л., 91  
Масловская А. Г., 27  
Матвеев А. Д., 53  
Матвеев К. А., 153  
Меграбов А. Г., 55  
Медведев Р. Н., 177  
Мезенцев А. В., 81  
Мейрманов А. М., 61  
Меледин В. Г., 117  
Мелешко С. В., 25  
Мелихов В. И., 115  
Мелихов О. И., 115  
Мещеряков Ю. П., 158  
Микулянец Е. И., 154  
Милевский К. Е., 185  
Милейко С. Т., 247  
Минаков В. Д., 186  
Михайлов А. Л., 199  
Михайлов Ю. М., 182  
Мищенко Д. А., 84  
Моисеева К. М., 148  
Морандо А., 52  
Мороз Б. Л., 200  
Москвичев Е. В., 253  
Мочалова В. М., 173, 175, 179  
Мошкин Н. П., 43  
Мухин Д. В., 193, 194  
Мяу Дж. Дж., 99  
Назаренко Н. Н., 108  
Накрохин С. А., 33  
Нечепуренко Ю. М., 84  
Никитина Е. В., 173, 175  
Николаев А. Ю., 193  
Николаев Ю. В., 67  
Николаева Н. А., 246  
Никонорова Р. Ф., 63  
Никулин В. В., 177  
Никущенко Д. В., 99  
Новоселов А. Н., 125  
Новосельцев А. С., 162  
Новотрясов В. В., 90  
Облаухов К. К., 73  
Обухов А. Г., 76, 131  
Овчарова А. С., 75  
Огородников В. А., 199  
Орлов К. Ю., 128  
Орлов С. А., 153  
Осипов Н. В., 90  
Остапенко В. В., 105, 123, 124  
Очеретяный С. А., 103  
Павленко А. М., 126  
Павлов С. И., 166  
Пай В. В., 176, 181  
Палымский В. И., 149, 151  
Палымский И. Б., 149, 151  
Папин А. А., 66, 83  
Паршин Д. В., 86, 89, 128, 130, 254  
Пахомов М. А., 122  
Пеньковский В. И., 80  
Перегудин С. И., 116  
Перегудина Э. С., 116  
Петреков П. В., 186  
Петров А. Г., 49, 100  
Петров Д. В., 190, 201, 204  
Петров Е. А., 170  
Петров М. Г., 211  
Пинаев А. В., 180  
Пластинин А. В., 141, 154, 157  
Погудалина С. В., 118  
Понькин Е. И., 19  
Поплавская Т. В., 50, 84  
Попов М. Ю., 133  
Попов Ю. В., 142  
Попок В. Н., 186  
Попок Н. И., 186  
Порошина Я. Э., 165  
Порязов В. А., 145  
Потапов И. И., 100  
Правдина М. Х., 117  
Прокофьев В. В., 103  
Прокудин Д. А., 51  
Прохоров Е. С., 197  
Прууэл Э. Р., 134, 135, 140, 194, 199–201, 205  
Пусев В. И., 142  
Пухначев В. В., 25  
Пушков В. А., 150

- Пяткина Е. В., 223  
Радченко А. В., 188, 197, 248  
Радченко В. П., 218, 219  
Радченко П. А., 188, 197, 248  
Разумков Е. А., 183  
Рамазанова Г. И., 208  
Расторгуев Г. И., 153  
Резанова Е. В., 77  
Решетова Г. В., 17  
Рогаев К. С., 169  
Роговой А. А., 209  
Роменский Е. И., 17  
Ротанова Т. А., 32  
Рубцов И. А., 140, 199, 201, 205  
Рудой Е. М., 210  
Румянцев Б. В., 166  
Рыбин Д. К., 168  
Рыкова В. Е., 179  
Савостьянова И. Л., 215  
Садовская О. В., 68  
Садовский В. М., 68  
Сажеников С. А., 23  
Саморокова Н. М., 169  
Самошкин Д. А., 217  
Самсонов А. Н., 184  
Самсонов В. А., 107  
Санникова А. С., 121  
Сарицкая Ж. Ю., 30  
Сатонкина Н. П., 140, 174, 202, 203  
Свирский О. В., 136  
Секки П., 52  
Секретарчук В. В., 201  
Селиванов В. В., 142  
Семенко Е. В., 80  
Семенко Р. Е., 36  
Семенко Т. И., 80  
Семенова Г. Е., 252  
Семёнов А. Б., 129  
Сенашов С. И., 215, 228  
Сенницкий В. Л., 65  
Сибин А. Н., 83  
Сибиряков Б. П., 69  
Сибиряков Е. Б., 69  
Сиваков Н. С., 115  
Сидоренко Д. А., 164  
Сидоров А. Д., 169  
Сидоров К. С., 193  
Симонов Е. В., 184  
Сираева Д. Т., 35  
Сковородин И. Н., 217  
Скоков В. И., 150  
Смирнов А. С., 205  
Смирнов Е. Б., 190, 193, 194, 201, 204  
Смолехо И. В., 68  
Смолин А. Ю., 213  
Снытников В. Н., 119  
Соболева О. В., 45  
Согрина О. Б., 199  
Сорокин П. Б., 133  
Спевак Л. Ф., 38  
Спирин И. А., 199  
Станкевич А. В., 186  
Станкус С. В., 217  
Старовойтов В. Н., 29  
Степанов Е. Ю., 137, 169  
Столбиков М. Ю., 201  
Столбова О. С., 209  
Стояновская О. П., 119  
Стурова И. В., 28  
Субботин С. В., 113  
Судаков А. Г., 99  
Сычев А. И., 155  
Тайбинов Н. П., 186  
Тарасов Ф. И., 193  
Тен К. А., 199, 201, 205  
Терехов В. В., 120  
Терехов В. И., 120, 122  
Терешко Д. А., 24  
Тесленко В. С., 171, 177  
Титков А. И., 232  
Титов В. М., 181, 201, 205  
Титова А. А., 58  
Тихвинский Д. В., 128  
Ткачев Д. Л., 48  
Ткачева Л. А., 28  
Токарева М. А., 66  
Толочко Б. П., 201, 205  
Трахинин Ю. Л., 52  
Требески П., 52  
Третьяков П. К., 152  
Трилис А. В., 184  
Троцюк А. В., 189  
Тулупов А. А., 104  
Тупикин А. В., 152  
Тупицин М. А., 237, 238  
Тютюник А. М., 87  
Ульяницкий В. Ю., 141, 168, 197  
Усов Э. В., 117

- Утенков А. А., 199  
Уткин А. В., 173, 175, 178, 179  
Уткин П. С., 164, 165  
Уткина Е. А., 86  
Утяшев И. М., 114  
Ухина А. В., 217, 234  
Фанкина И. В., 245  
Фаталиев Р. В., 182  
Федоров А. В., 198  
Федоров В. Е., 57  
Федоров С. В., 136, 139  
Федорова Н. Н., 118  
Федосеев А. В., 199  
Финюшин С. А., 183, 198  
Фомин В. М., 239  
Фомин П. А., 149, 189  
Фролов В. В., 142  
Фурцев А. И., 62  
Фёдоров А. В., 183  
Хабахпашева Т. И., 95, 96  
Хабин М. Р., 110  
Хабиров С. В., 42  
Халеменчук В. П., 157  
Харламов В. О., 237, 238  
Харченко А. В., 254  
Хаустов С. В., 176  
Хе А. К., 104, 130  
Хмелёв В. Н., 97  
Холодова С. Е., 116  
Хорунженко А. С., 202  
Чанышев А. И., 31  
Черевко А. А., 104, 105  
Черепанова О. Н., 215  
Чесноков А. А., 102  
Чирков А. О., 213  
Чугайнова А. П., 111  
Чудаков Е. А., 183, 198  
Чуков А. Н., 187  
Чумаков Ю. А., 160  
Чупахин А. П., 44, 86, 130  
Чупашев А. В., 137  
Чуркин В. Д., 133  
Шадрин М. Ю., 73  
Шакирьянов М. М., 114  
Шалунов А. В., 97  
Шаргатов В. А., 111, 112  
Шелухин В. В., 121  
Шемелин С. Д., 222  
Шехтман Л. И., 201, 205  
Шикалов В. С., 234  
Шилько Е. В., 101, 227, 229  
Широбоков А. К., 201  
Шишкин Д. М., 219  
Шишмарев К. А., 90, 94–96  
Шкадов В. Я., 240  
Шмагунов О. А., 144  
Шмелев И. В., 183  
Штерцер А. А., 141, 156, 158, 168, 222  
Шурина Э. П., 106  
Шутов А. В., 251  
Щербаков В. Н., 204  
Юлмухаметов А. А., 114  
Юношев А. С., 154, 157  
Юрлов А. В., 150  
Юртов И. В., 199  
Юсупов Д. Т., 193  
Яворский Н. И., 117  
Яговкин А. О., 198  
Яковлев Е. А., 103  
Яковлев А. М., 46  
Якуш С. Е., 115  
Янькова Г. С., 104  
Яшин В. Б., 205

---

Выход в свет 02.09.2020  
Усл. печ. л. 32.2

Формат 60×84 1/8.  
Уч.-изд. л. 29.8.                      Тираж 200 экз.

Офсетная печать.  
Заказ № 277.

---

Лицензия ПД N 12-0143 от 22.10.2001  
Отпечатано на полиграфическом участке  
Института гидродинамики им. М. А. Лаврентьева СО РАН,  
630090, Новосибирск, проспект акад. Лаврентьева, 15.