Казахский национальный университет им. Аль-Фараби
АО «Научный центр противоинфекционных препаратов»
Институт вычислительной математики
и математической геофизики СО РАН
Институт математики имени С.Л. Соболева СО РАН
Новосибирский государственный университет

проводят

шестую международную молодежную научную
школу-конференцию

ТЕОРИЯ И ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ ОБРАТНЫХ И НЕКОРРЕКТНЫХ ЗАДАЧ

Алматы, Казахстан, 8-14 декабря 2014 года

СБОРНИК ТЕЗИСОВ

Международный программный комитет

С.И. Кабанихин (председатель), М.А. Бектемесов (председатель), Б.Д. Аннин, С.К. Годунов, Н.А. Колчанов, А.Н. Коновалов, И.А. Тайманов, Ю.И. Шокин, М.И. Эпов, О.М. Алифанов, Л.А. Большов, В.В. Васин, С.С. Гончаров, П.В. Логачев, Д.М. Маркович, И.Б. Петров, В.Г. Романов, Е.Е. Тыртышников, А.М. Федотов, М.И. Белишев, Ю.Я. Белов, А.Ф. Воеводин, Ю.М. Волчков, В.П. Голубятников, С.К. Голушко, И.Е. Егоров, И.Н. Ельцов, Г.Н. Ерохин, В.П. Ильин, К.Т. Искаков, А.Л. Карчевский, А.И. Кожанов, М.Ю. Кокурин, И.В. Коптюг, М.М. Лаврентьев-мл., Ан.Г. Марчук, В.В. Пененко, В.В. Пененко, В.В. Пикалов, Н.Л. Подколодный, И.В. Прохоров, К.К. Сабельфельд, В.Н. Снытников, Т.А. Сушкевич, М.П. Федорук, М.В. Фокин, А.И. Хисамутдинов, В.А. Чеверда, А.П. Чупахин, Д.А. Шапиро, М.А. Шишленин, А.Г. Ягола, A.L. Bugheim, A. Hasanoglu, S. Tordeux, Y.F. Wang.

Организационный комитет

Д.Б. Нурсеитов (председатель), М.А. Шишленин (председатель), А.В. Пененко (зам. председателей), О.И. Криворотько (зам. председателей), Д.А. Воронов (ученый секретарь), Б.Б. Шолпанбаев, И.М. Куликов, Н.С. Новиков, Н.Ю. Зятьков, Д. Бакытов, А.С. Плаксиенко, М.А. Каменщиков.

Содержание

Акимжан Н.Ш.
К вопросам обучения некорректным и обратным задачам в ВУЗе **5**

M. P. Anisimov
Nucleation Rate Surfaces as a New Tool for the Nucleation Kinetics Description . . . **6**

Baydin A.V.
Boundary element approach in impedance cloacking problems **7**

Витвицкий А.А.
Клеточно-автоматная модель процесса самоорганизации бактериальной системы белков MinCDE **8**

Воронов Д.А.
Математические модели в фармакокинетике **9**

Bondarenko A.N., Dedok V.A.
Inverse factional diffusion problem: determination of the order of the fractional derivative **10**

Dyakonova O. E.
Active cloaking for two dimensional sound fields **11**

Ершова А.А., Танана В.П.
Задача восстановления спектральной плотности кристаллов **12**

Захаров В.И., Рокотян Н.В., Грибанов К.Г.
Решение обратной задачи зондирования парниковых газов в атмосфере методом масштабирования начального приближения **13**

Зятьков Н.Ю.
Пакет МНКВ дифракционного моделирования сейсмических волновых полей, адаптированный для GPU-кластера **14**

Криворотько О.И.
Математическое моделирование и визуализация прямых и обратных задач цунами **15**

Kulbay M.N.
Numerical solution to inverse source problems for advection-diffusion model **16**

Lobanov A.V.
Control problems for 2-D electromagnetic wave scattering model **17**

Marchenko M.A.
Solving direct problems of charged particles transport with Monte Carlo method . . . **18**

Оралсын Г.
Об одной обратной коэффициентной задаче теплопроводности с нелокальным условием **19**

Пененко А.В.[1], Пененко В.В.[1]
Вариационное усвоения данных измерений для задач атмосферной химии **20**

Пененко А.В.[1], Бубликов А.А.[2], Рахметуллина С.Ж.[2], Турганбаев Е.М.[2]
О проверке на реальных данных вариационного алгоритма поиска источников выбросов для промышленного города **21**

Полынцева С.В.
Задача идентификации трех коэффициентов в многомерном параболическом уравнении специального вида **22**

Полякова А.П., Светов И.Е.
Алгоритм приближенного обращения для решения задач векторной и 2-тензорной томографии **23**

Бризицкий Р.В., Сарицкая Ж.Ю.
Задача восстановления коэффициента реакции, зависящего от концентрации вещества для уравнения конвекции-диффузии-реакции **24**

Сизиков В.С.
Гравитационная томография месторождений с использованием сфероидальных моделей **25**

Sosnov V.V.
Analysis of control problems for two-dimensional Helmholtz equation in unbounded domain **26**

Spivak Yu.Ye.
Numerical solution of the acoustic cloaking problem for the 3D Helmholtz equation . . **27**

Хисамутдинов А.И
Задачи уравнения переноса и ядерно-геофизические технологии **28**

И.Э.Ниёзов, Ж. Элмуродов
Задача Коши для системы уравнений моментной теории упругости **29**

К ВОПРОСАМ ОБУЧЕНИЯ НЕКОРРЕКТНЫМ И ОБРАТНЫМ ЗАДАЧАМ В ВУЗЕ

Акимжан Н.Ш.
КазНПУ имени Абая, Алматы
nagima_ akim@mail.ru

В настоящее время во всем мире хорошо осознана роль теории обратных задач в естественных науках и их приложениях, несмотря на то, что интенсивно она развивается лишь последние полвека. Фундаментальный вклад в ее развитие внесли выдающиеся ученые: А.Н.Тихонов, М.М.Лаврентьев, В.Г.Романов, С.И.Кабанихин и др., создавшие научные школы обратных задач, занимающие передовые позиции в научном мире. В развитие данной теории в последние десятилетия вносят определенный вклад и зарубежные исследователи из Италии, Голландии, Швеции, Франции, Японии, США и др. На сегодняшний момент вопросы теории обратных задач включены в учебные программы подготовки специалистов в области прикладной математики ведущих российских и казахстанских вузов, таких как МГУ им. М.В.Ломоносова, Санкт-Петербургский государственный университет, Новосибирский государственный университет, КазНУ им.Аль-Фараби и др. А в отдельных педагогических вузах, в частности, в МГПУ специальные курсы по обратным задачам для дифференциальных уравнений читаются и будущим учителям математики. На протяжении уже многих лет в учебные планы подготовки и будущих учителей информатики в КазНПУ им. Абая также включен специальный курс по теории и практике исследования некорректных и обратных задач для дифференциальных уравнений. Однако длительное время в силу несформированности содержания данного курса, поскольку он является новым, нетрадиционным для педагогических вузов, курс некорректных и обратных задач читался по-разному.

Несмотря на вышесказанное до сих пор отсутствуют исследования по методике обучения некорректных и обратных задач. Эффективная организация обучения теории обратных задач требует разработки и внедрения методической системы обучения. При этом целями обучения курсу по некорректным и обратным задачам являются: формирование научного мировоззрения; обеспечение знаний; умений и навыков; развитие математического и системного мышления; формирование опыта педагогической деятельности; воспитание интереса к теории обратных задач; формирование математической и информационной культуры и др. При формировании содержания обучения необходимо, прежде всего, руководствоваться дидактическими и методическими принципами отбора содержания. В дальнейшем при формировании содержания обучения обратным задачам будущих учителей математики и информатики необходимо и целесообразно учесть систематизацию обратных и некорректных задач в приложениях, предложенную одним из ведущих специалистов по обратным задачам С.И.Кабанихиным. Для эффективного обучения теории обратных задач целесообразно использование современных образовательных и информационно-коммуникационных технологий.

Nucleation Rate Surfaces as a New Tool for the Nucleation Kinetics Description

M. P. Anisimov

Nanoaerosol Research Laboratory, FSBSI Technological Design Institute of Scientific Instrument Engineering SB RAS (TDISIE SB RAS, anisimovmp@mail.ru), 41 Russkaya Street, 630058, Novosibirsk, Russia

ABSTRACT

One can find in scientific literature a pretty fresh idea of the nucleation rate surfaces design over the diagrams of phase equilibria. That idea looks like profitable for the nucleation theory development and for various practical applications where predictions of theory have no high enough accuracy for today. The common thermodynamics has no real ability to predict parameters of the first order phase transition. Kinetics of that transition is complicate problem as well. It is known widely that many-body problem has no exact solution. The usual way of any theory is to reduce the many-body problem to one body in some field. The features of one body and the field are adjusted usually to get the reasonable compliance to the empirical results. Relation of the theoretical and empirical results is not good enough in case of the Nucleation Theory.

Nucleation experiment can be provided in very local nucleation conditions even the nucleation takes place from the critical conditions down to the absolute zero temperature limit and from zero nucleation rates at phase equilibria up to the spinodal conditions. Theory predictions have low reliability as a rule. It is well known that any phase diagram has several lines of phase equilibria. It is easy to show that each line of phase equilibria generates the nucleation rate surface in space of nucleation process parameters. It means that one has multi sheet nucleation rate surfaces in the common case. Each nucleation rate surface is related to one phase state generation, or it is related to a single channel of nucleation. Semiempirical design of the nucleation rate surfaces over diagrams of phase equilibria have a potential ability to provide a reasonable quality information on nucleation rate for each channel of nucleation. Consideration and using of the nucleation rate surface topologies to optimize synthesis of a given phase of the target material can be available when data base on nucleation rates over diagrams of phase equilibria will be created.

BOUNDARY ELEMENT APPROACH IN IMPEDANCE CLOACKING PROBLEMS

Baydin A.V.
Far Eastern Federal University, Vladivostok
thulf.m@gmail.com

The impedance cloacking problem belongs to a set of the inverse scattering problems. A lot of recent publications are devoted to developing the theoretical and practical methods of solving such problems. In [1] it was proposed that perfect invisibility cloaking shells can be constructed for hiding objects from electromagnetic illumination. However, the difficulty in fabricating such shells stems from the requirements on the material that composes it: such cloaking shells have anisotropic, spatially varying optical constants with infinite values at the interior surface of the cloak. Another approach in cloaking material bodies consists of coating theirs outer boundaries with special material having the certain value of surface impedance [2]. We consider the simpliest 2-D model of acoustic scattering with impedance boundary condition.

Let Ω be a bounded domain in $\mathbb{R}^2$ with a connected complement $\Omega^c = \mathbb{R}^2 \setminus \overline{\Omega}$ and with a boundary Γ. Let $u = u^{inc} + u^s$ satisfy the Helmholtz equation (1) and obey the impedance boundary condition (2) and Sommerfield radiation condition (3):

$$\Delta u + k^2 u = 0 \quad \text{in } \Omega^c, \tag{1}$$

$$\partial u/\partial n - ik\lambda u = 0 \quad \text{on } \Gamma, \tag{2}$$

$$\lim_{r\to\infty} \sqrt{r}(\partial u^s/\partial r - iku^s) = 0 \quad \text{as } r = |x| \to \infty. \tag{3}$$

Here u^{inc} is an incoming wave, u^s is a scattered wave, k is a positive wave number, λ is a surface impedance of a boundary Γ.

Using the approach developed in [2, 3] the impedance cloacking problem is reduced to the optimal control of parameter λ problem. The theorem of solveability of this problem is proved. Otimality system describing the necessary extremum conditions is derived. The algorithm for numerical solving of the control problem based on the optimality system and boundary element method is designed.

The work has been supported by the Russian Science Foundation (project no. 14-11-00079).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Pendry J.B., Shurig D., Smith D.R.* Controlling electromagnetic fields // Science, 2006, No. 312, P. 1780 – 1789.
2. *G.V. Alekseev* Cloaking via impedance boundary condition for the 2-D Helmholtz equation // Applicable Analysis, 2014, No. 93, P. 254-268.
3. *Alekseev G.V., Baydin A., Larkina O.* Analysis of 2-D Impedance Cloaking Problem Based on Boundary Element Method // Applied Mechanics and Materials, 2014, No. 635-637, P. 3 – 6.

КЛЕТОЧНО-АВТОМАТНАЯ МОДЕЛЬ ПРОЦЕССА САМООРГАНИЗАЦИИ БАКТЕРИАЛЬНОЙ СИСТЕМЫ БЕЛКОВ MINCDE

Витвицкий А.А.
Институт Вычислительной Математики и Математической Геофизики СО РАН, Новосибирск
vitvit@ssd.sscc.ru

Система белков MinCDE присутствует в бактериях *E. coli* и некоторых других видах. В естественных условиях, MinCDE предотвращает неправильное деление бактериальной клетки. В лабораторных экспериментах, MinCDE образует движущиеся белковые волны и некоторые другие пространственно-временные паттерны. Точные механизмы этого процесса самоорганизации до сих пор не ясны, однако, в [1] было сделано предположение, что самоорганизация в системе MinCDE возникает в результате двух противоположных механизмов: коллективное связывание белков MinD с мембраной, и их последующее открепление в результате гидролиза АТФ, ускоряющееся за счет накапливания белков MinE на мембране. Кроме того, в [2] было предположено, что система MinCDE может чувствовать геометрию клетки. Основываясь на этих предположениях, мы разработали клеточно-автоматную модель процесса самоорганизации белков MinDE и протестировали ее на решетках с различной геометрией. В результате компьютерного моделирования были получены белковые волны и спирали, схожие с теми, что отображены на снимках, полученных при помощи покадровой микроскопии в лабораторных условиях.

Исследование выполнено по Программе фундаментальных исследований Президиума РАН, проект 15.9 (2014), а также поддержано грантом РФФИ 14-01-31425 mol a.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Loose M., Fischer-Friedrich E., Herold C., Kruse K., Schwille P.* Min protein patterns emerge from rapid rebinding and membrane interaction of MinE. Nat. Struct. Mol. Biol. 2011. V. 18, P. 577-583.
2. *Schweizer J, Loose M, Bonny M, Kruse K, Monch I, et al.* Geometry sensing by self-organized protein patterns. 2012. PNAS 109: 15283–15288.

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ В ФАРМАКОКИНЕТИКЕ

Воронов Д.А.
Новосибирский государственный университет, Новосибирск
Институт Вычислительной Математики и Математической Геофизики, Новосибирск
voronov-dima@mail.ru

В докладе рассмотрен круг вопросов, возникающих при математическом моделировании физиологических процессов на примере фармакокинетики. Динамические системы описываются системами обыкновенных дифференциальных уравнений. Рассмотрен вопрос идентифицируемости физиологических систем. Продемонстрированы различные подходы к анализу идентифицируемости в зависимости от изучаемой модели. Рассмотрен камерный подход к моделированию фармакокинетических процессов. Продемонстрированы способы решения прямых и обратных задач, возникающих при таком подходе. Рассмотрен вопрос о выборе временных точек отбора экспериментальных проб. Приведены результаты численных расчетов методами простой итерации и Ньтона-Канторовича.

Работа проводилась при частичной поддержке Министерства образования и науки Российской Федерации, а также при поддержке гранта президента РФ для поддержки ведущих научных школ № НШ-5666.2014.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Rescigno Aldo* Foundations of pharmacokinetics. // Kluwer Academic Publishers, 2003, New York.
2. *Macheras Panos, Iliadis Athanassios* Modeling in Biopharmaceutics, Pharmacokinetics, and Pharmacodynamics. // Springer Science+Business Media, Inc., 2006, New York.

INVERSE FACTIONAL DIFFUSION PROBLEM: DETERMINATION OF THE ORDER OF THE FRACTIONAL DERIVATIVE

Bondarenko A.N., Dedok V.A.
Sobolev Institute of Mathematics, Novosibirsk
bondarenkoan1953@mail.ru, dedok@math.nsc.ru

In this paper we continue to discover numerical solution of the inverse problem for a time fractional diffusion equation started in [1] using Multilayer Perceptron Neural Networks:

$$\frac{\partial^\alpha u}{\partial t^\alpha} = \triangle u, \quad \alpha \in (0,1];$$
$$u|_{t=0} = u_0(x), \quad x \in \overline{\Omega};$$
$$u|_{\Gamma_D} = h(x,t), \frac{\partial u}{\partial n}|_{\Gamma_N} = g(x,t), \quad t \geq 0.$$

The main goal of our research is to find the order of the fractional derivative. Neural network we use is trained by the training set which is obtained using finite element method to solve a lot of direct problems [2]. Numerical results presented in this paper are based on study of noiseless and noisy data of system state.

Finally we study significance of the inputs of our neural network. It may be represented by the following formula:

$$\chi(a_k|x^p) = \frac{1}{q}\sum_{s=1}^{q}\left|\frac{\partial H(x^p, a^a)}{\partial a_k}\right| \left|a_k - a_k^0\right|.$$

The work was partially supported by RFBR, research projects 14-01-00208, 12-01-31436a, Interdisciplinary integration project of SB RAS 14, Joint project of SB RAS and NAS, 12 - 2013.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Bondarenko A.N., Dedok V.A.* Neural network approach for inverse factional diffusion problem // International conference "Advanced mathematical computations and applications-2014, 8-11 June, Novosibirsk, P. 54.
2. *Bondarenko A.N., Ivaschenko D.S.* Finite element method for multi-dimensional time-fractional diffusion equation // International conference mathematics days in Sofia, July 7-10, 2014, Sofia, Bulgaria, P. 37

ACTIVE CLOAKING FOR TWO DIMENSIONAL SOUND FIELDS

Dyakonova O. E.
Far Eastern Federal University, Vladivostok
ohgod42@gmail.com

Within the last decade the increasing interest in development of effective methods in achievement of invisibility of objects to waves of various origins is observed (electromagnetic, acoustic, etc.).

Generally the methods and strategies of cloaking developed by now can be separated into two main classes: classes of the active and passive strategies. The class of the active strategies is based on using for suppression of scattering of the cloaked object of the active sources, way which reminds the noise suppression method developed in the 70th years of the last century. It originates from a method of the active suppression of sound fields, the last century for the first time offered by the Russian scientist G. D. Malyuzhinets in the sixties and further intensively developed abroad, and in our country. The review of the researches in this area which received abroad the name "noise reduction"executed till 2005 can be found in G. V. Alekseev's book [1, p. 254-282]. There are works that are devoted to questions of justification and application of the active methods for cloaking of the material bodies (see e.g. [2, 3, 4]).

In this work we will apply methods developed in [2, 3, 4] for solving the problems of cloaking from acoustic detection based on the model described by the two dimensional Helmholtz equation. We will assume that the active sources surrounding the masked region in points $x_1, x_2, ..., x_N$. When performing these conditions the problem of masking is reduced to finding unknown coefficients $b_{m,n}$ of the following expression for the field created by the active sources:

$$u(x) = \sum_{m=1}^{M} \sum_{n=-1}^{N} b_{m,n} H_n^{(1)}(k(x - x_m)) \exp(m\theta_m) \tag{1}$$

Here $H_n^{(1)}$ – Hankel function of the first kind of order n, θ_m – the angle between vectors $x - x_m$ and $(1, 0)$. For finding coefficients $b_{m,n}$ we apply the method of the reduced singular decomposition described in [1, p. 259-267].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Alekseev, G. V.* Normal waves method in underwater acoustic // Dalnauka, 2006, Vladivostok, P. 224.
2. *D. A. B. Miller* On perfect cloaking. Opt. Express, 14:12457-12466, 2006.
3. *F. Guevara Vasquez, W. Milton, and D. Onofrei* Active exterior cloaking for the 2D Laplace and Helmholtz equations. Phys. Rev. Lett,, 103:073901, 2009.
4. *F. Guevara Vasquez, W. Milton, and D. Onofrei* Broadband exterior cloaking. Opt. Express, 17:14800-14805, 2009.

ЗАДАЧА ВОССТАНОВЛЕНИЯ СПЕКТРАЛЬНОЙ ПЛОТНОСТИ КРИСТАЛЛОВ

Ершова А.А., Танана В.П.
Челябинский государственный университет, Челябинск
anya.erygina@ya.ru

Была рассмотрена задача определения спектральной плотности кристалла по теплоемкости, зависящей от температуры. Данная задача впервые была поставлена в [1].
Связь энергетического спектра бозе-системы описывается интегральным уравнением первого рода:

$$\overline{S}n(\varepsilon) = \int_0^\infty S\left(\frac{\varepsilon}{\theta}\right) n(\varepsilon)\frac{d\varepsilon}{\varepsilon} = \frac{C(\theta)}{\theta}; \quad 0 \le \theta < \infty, \tag{1}$$

где $S(x) = \frac{x^3}{2\,\mathrm{sh}^2(\frac{x}{2})}$, $C(\theta)$ - теплоемкость системы, $\theta = kT$, T - абсолютная температура, а k - постоянная, определяемая системой, $n(\varepsilon)$ - спектральная плотность.

В работе по исходным данным $\frac{C_\delta(\theta)}{\theta} \in H$ и $\delta > 0$ определено приближенное решение $n_\delta(\varepsilon) \in H$, получена

$$\|n_\delta(\varepsilon) - n_0(\varepsilon)\|_H \leqslant \frac{2r}{\sqrt{1 + \frac{1}{\pi}\ln^2\left(\frac{r}{4\delta}\right)}}, \delta \in (0, \delta_0]$$

и построено численное решение задачи.
Кроме того, определены дальнейшие перспективы исследования данной задачи.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Об определении энергетического спектра бозе-системы по ее теплоемкости. // Журн. эксперемент. и теор. физики, 1954, Т.26, № 5, с. 551-556.

РЕШЕНИЕ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ ЗОНДИРОВАНИЯ ПАРНИКОВЫХ ГАЗОВ В АТМОСФЕРЕ МЕТОДОМ МАСШТАБИРОВАНИЯ НАЧАЛЬНОГО ПРИБЛИЖЕНИЯ

Захаров В.И., Рокотян Н.В., Грибанов К.Г.
Уральский федеральный университет, Екатеринбург
v.zakharov@remotesensing.ru

В работе приводятся оригинальные результаты по определению количественного содержания углеродсодержащих парниковых газов и изотопов водяного пара в атмосфере из инфракрасных спектров ее пропускания высокого разрешения, полученных наземным Фурье-спектрометром на Уральской атмосферной станции в Коуровке. Для решения этой обратной задачи использовался метод масштабирования начального приближения. В результате компьютерного моделирования установлено, что решение обратной задачи по содержанию искомых газов в атмосфере методом масштабирования слабо зависит от начального приближения для вертикального профиля их концентраций. Исследовано влияние отношения сигнал/шум в исходном спектре на точность решения обратной задачи. В качестве прикладных результатов приводятся полученные данные зондирования углеродсодержащих парниковых газов и изотопов водяного пара в атмосфере Уральского региона за период 2010-2013 гг. Данная работа поддержана грантом Правительства РФ (договор № 11.G34.31.0064) и грантом РФФИ №12-01-00801-а.

ПАКЕТ МНКВ ДИФРАКЦИОННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ СЕЙСМИЧЕСКИХ ВОЛНОВЫХ ПОЛЕЙ, АДАПТИРОВАННЫЙ ДЛЯ GPU-КЛАСТЕРА

Зятьков Н.Ю.
Новосибирский государственный университет, Новосибирск
nikolay.zyatkov@gmail.com

В докладе представлен прототип пакета программ для дифракционного моделирования сейсмических волновых полей, который основан на теории, разрабатываемой группой распространения и дифракции волн ИНГГ СО РАН. Данная теория использует сконструированные физически-реализуемый поверхностный интегральный оператор распространения внутри неоднородных геологических слоёв и оператор прохождения (отражения и преломления) на криволинейных границах слоёв [1]. Использование этих операторов позволяет аналитически описывать решение прямой задачи для слоистой среды с границами произвольной формы.

Аппроксимация теории операторов распространения-прохождения получила название Метод наложения концевых волн (МНКВ). В рамках МНКВ все операторы аппроксимируются в виде матриц и вычисление волновых полей для заданной слоистой модели среды (решение прямой задачи) сводится к последовательному перемножению этих матриц. Следует отметить, что передаточная матрица распространения учитывает формы границ слоя и позволяет моделировать дифракционные эффекты, порождённые на вогнутых частях границ [1]. Матрица прохождения (отражения и преломления на границе слоя) содержит эффективные коэффициенты отражения/преломления (ЭКО/П), использование которых позволяет учесть кривизну границы и моделировать эффекты головных волн [2].

Ввиду того, что матрицы МНКВ имеют большие размеры и для вычисления волновых полей требуется обработка огромных массивов данных (измеряются терабайтами), разрабатываемый пакет был адаптирован для гибридного кластера с GPU-ускорителями, что позволило производить вычисления в сотни раз быстрее.

Авторы надеются, что данный пакет программ или его части могут быть использованы в качестве моделирующего ядра в оптимизационных методах интерпретации.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Aizenberg A.M., Zyatkov N.Y., Ayzenberg A.A., and Rakshaeva E.Z.* New concepts of the transmission-propagation operator theory in seismic diffraction modeling and interpretation. // 76th Conference & Exhibition, EAGE, 2014, Amsterdam, Holland, We P06 07.
2. *Rakshaeva E., Zyatkov N., and Aizenberg A.M.* Modified effective reflection coefficient adapted for AVO inversion of de- and long-offset data. // 84th SEG Technical Program, 2014, Denver, USA, Vol. 33, pp. 496-500.

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ И ВИЗУАЛИЗАЦИЯ ПРЯМЫХ И ОБРАТНЫХ ЗАДАЧ ЦУНАМИ

Криворотько О.И.
[1] *Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН (ИВМиМГ СО РАН);*
[2] *Новосибирский государственный университет, Новосибирск, Россия*
krivorotko.olya@mail.ru

Разрушительность события цунами поставили вопрос о прогнозировании этого явления. Любой прогноз события цунами, порожденного подводным землетрясением, подразумевает наличие ошибки в расчетах (неточные сейсмические данные и данные с надводных датчиков, спутниковые данные, вычислительные и модельные ошибки), в результате чего увеличивается вероятность ложного прогноза. Поэтому одним из важных вопросов является уточнение параметров источника волны цунами (обратная задача).

В докладе численно исследована задача моделирования и наката волн цунами на берег (прямая задача), проанализированы обратные задачи цунами по (1) дискретным данным внутри рассматриваемой области [1] и (2) непрерывным данным на времениподобной поверхности [2]. Обратные задачи 1 и 2 являются некорректными [3], степень некорректности которых исследуется с помощью метода сингулярного разложения [4]. Важным этапом регуляризации является исследование совмещенной обратной задачи, в которой одновременно используются данные обратных задач 1 и 2. Решения обратных задач получены с помощью метода сопряженных градиентов. Приведены результаты численных расчетов.

Визуализация полученных результатов проводилась с использованием геинформационной системы ITRIS (Integrated Tsunami Research and Information System), разработанной в ИВМиМГ СО РАН в тесном сотрудничестве с ООО «ГеоСистема» с возможностью изменения масштаба в реальном времени.

Работа поддержана Министерством образования и науки Российской Федерации и грантом Президента РФ для поддержки ведущих научных школ № НШ-5666.2014.5.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Kabanikhin S., Hasanov A., Marinin I., Krivorotko O., Khidasheli D.* A variational approach to reconstruction of an initial tsunami source perturbation. Applied Numerical Mathematics. – 2014. – V. 83. – P. 22-37.
2. *Kabanikhin S.I., Bektemesov M.A., Nurseitov D.B., Krivorotko O.I., Alimova A.N.* An optimization method in the Dirichlet problem for the wave equation. Journal of Inverse and Ill-Posed Problems. – 2012. – V. 20, N. 2. – P. 193-211.
3. *Кабанихин С.И.* Обратные и некорректные задачи. Новосибирск: Сибирское научное издательство, 2009. - 457 с.
4. *Кабанихин С.И., Криворотько О.И.* Сингулярное разложение в некорректных задачах. Усть-Каменогорск: ВКГТУ, 2014. – 218 с.

NUMERICAL SOLUTION TO INVERSE SOURCE PROBLEMS FOR ADVECTION-DIFFUSION MODEL

Kulbay M.N.
Al-Farabi Kazakh National University, Almaty, Kazakhstan
makulbai@mail.ru

Inverse source problems occur in many branches of science and engineering, which aim to detect the unknown source from some measurable information related to the source. The relevance of the considered problems are caused by the fact that the direct and inverse boundary value problems for a diffusion equation with advection term are widely used for mathematical modeling of natural and technological processes [1, 2].

Inverse source problems with a spacewise dependent heat source have been considered in [3, 4]. Both theoretical and numerical studies have been provided in [3]. In [4] the authors considered the problem with a variable thermal conductivity coefficient.

Numerical solution of inverse source problem for advection-diffusion equation by boundary measured data is presented in [5]. Here, the diffusion coefficient assumed as a constant and the analytical formulas are obtained and applied for the solution of this problem.

In this paper we study numerically the problem of identifying the unknown spacewise and time dependent source $F(x)$ or $H(t)$ in the advection-diffusion equation with variable diffusion coefficient from boundary measured data. To the best knowledge of the authors, this problem with such kind of coefficient has not been studied yet. The novelty is also in the fact that we recover spacewise dependent source term from time dependent boundary measurement.

We analyze different types of source function. A numerical method for solving this problem is implemented. The quality of recovery depending on advection velocity, an initial approach to the solution, a noise level, the smoothness and the behavior of the unknown right-hand side and the time of observation is studied.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Alifanov O.* Inverse Heat Transfer Problems, Springer-Verlag, Berlin Heidelberg, 1994.
2. *Beck J., Blackwell B., Clair C.S.* Inverse Heat Conduction: Ill-Posed Problems, Wiley, New York, 1985.
3. *Johansson T., Lesnic D.* Determination of a spacewise dependent heat source, J. Comput. Appl. Math. 209 (2007) 66-80.
4. *Hasanov A., Pektas B.* A unified approach to identifying an unknown spacewise dependent source in a variable coefficient parabolic equation from final and integral over determinations, Appl. Numer. Math. 78 (2014) 49-67.
5. *Mukanova B., Kulbai M., Tazhibayev E.* Inverse Source Problem for Advection-Diffusion Equation: The Numerical recovery via boundary measurement data // Abstracts of the 7-th International Conference "Inverse Problems: Modeling and Simulation held on May 26-31, 2014, Fethiye, Turkey, p. 36

CONTROL PROBLEMS FOR 2-D ELECTROMAGNETIC WAVE SCATTERING MODEL

Lobanov A.V.
Institute of Applied Mathematics FEB RAS, Vladivostok, Russia
alekslobanov1@mail.ru

In recent years much attention has been given to constructing invisibility cloaking devices for material bodies. Beginning with the pioneering paper by J. Pendry et al. [1] the large number of publications was devoted to developing methods of solving the cloaking problems. It should be emphasized that the technical realization of solutions obtained in these papers is connected with substantial difficulties.

One of the approaches overcoming these difficulties consists of replacing the exact cloaking problem by approximate cloaking problem for which solutions admit simple technical realization. There are different approaches of replacing exact cloaking problem by approximate one which were developed in a number of papers. Among them we mention paper [2] where the transformation optics approach proposed in [1] is used and papers [4, 5, 6] in which the optimization method is used for solving the impedance cloaking problems.

In this paper we will consider control problems for 2-D electromagnetic wave scattering model describing the scattering TM-polarized electromagnetic waves in an infinite homogeneous medium containing permeable dielectric obstacle. These problems arise when optimization method is applied for solving cloaking problems for respective 2D electromagnetic scattering model. The refraction index of the obstacle plays the role of the control. We prove the solvability of direct and control problems, derive the optimality system and develop the numerical algorithm for the solution of the control problem.

This work was financially supported by the Russian Science Foundation (project no. 14-11-00079).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Pendry J.B., Shurig D., Smith D.R.* Controlling electromagnetic fields // Science, vol. 312, 2006, P. 1780-1782.
2. *Liu H., Zhou T.* Transformation optics and approximate cloaking // Contemporary Mathematics, vol. 559, 2011, P. 65-83.
3. *Alekseev G.V.* Optimization in problems of material-body cloaking using the wave-flow method // Doklady Physics, vol. 58, 2013, P. 147-151.
4. *Alekseev G.V.* Control of boundary impedance in two-dimensional material-body cloaking by the wave flow method // Computational Mathematics and Mathematical Physics, vol. 53, 2013, P. 1853-1869.
5. *Alekseev G.V.* Cloaking via impedance boundary condition for 2-D Helmholtz equation // Applicable Analysis, vol. 93, 2014, P. 254-268.
6. *Alekseev G.V. et al.* Control approach in cloaking problems for 2-D model of sound scattering // Applied Mechanics and Materials, vol. 635-637, 2014, P. 13-16.

SOLVING DIRECTPROBLEMS OF CHARGED PARTICLES TRANSPORT WITH MONTE CARLO METHOD

Marchenko M.A.
Institute of Computational Mathematics and Mathematical Geophysics of SB RAS;
Novosibirsk State University,
Prospekt Akademika Lavrentieva 6, 6300090, Novosibirsk, Russian Federation
marchenko@sscc.ru

Monte Carlo method (or numerical stochastic simulation) is often used for simulation of particle avalanches or particle showers (see, e.g. [1, 2]). Corresponding stochastic models are detailed enough and enable one to get adequate description of the avalanche evolution. Using Monte Carlo approach, one can also take into account some single important fluctuations in the state of the avalanche to estimate specific physical characteristics (effect of runaway electrons, e.g.).

In our research paper [3], three-dimensional parallel Monte Carlo algorithm for modelling the electron avalanches in gases was presented. This algorithm was implemented in the parallel program ELSHOW (ELectron SHOWer). The ELSHOW enables fast calculation of functionals such as the number of particles in avalanche, first Townsend coefficient, drift velocity, etc. In addition, using the method of correlated statistical trajectories the value of time step was evaluated. Main features of the algorithm are special methods of stochastic distributions simulation, lexicographic scheme for realization of the trajectories branching, 'Russian roulette', reasonable evaluation of the histogram and the stochastic errors for functionals' estimates. The comparison of the simulation results for the nitrogen with the theoretical and experimental values published earlier was carried out.

Also, we discuss details of parallel implementation of the stochastic simulation on supercomputers with massive- parallel and hybrid architectures. The software library PARMONC was used for massive-parallel stochastic simulation [4].

This work was supported by the Interdisciplinary Integration Projects of the Siberian Branch of the RAS No. 39, 126 and 130; grants of the Russian Foundation for Basic Research No. 12-01-00034, 12-01-00727, 13-01-00746 and 13-07-00589.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Settaouti A.* Monte Carlo Simulation of Avalanche Formation and Streamer Discharge. Electrical Engineering. - 2010. - V. 92, No 1. - P. 35–42.
2. *Xiao D.* Monte Carlo Simulation of Insulating Gas Avalanche Development. Applications of Monte Carlo Method in Science and Engineering. - 2011.
3. *Lotova G.Z., Marchenko M.A., Mikhailov G.A., Rogasinsky S.V., Ukhinov S.V., Shklyaev V.A.* Algorithms of Numerical Stochastic Simulation of Electron Avalanches in Gases. Rus. J. Numer. Anal. Math. Modelling. - 2014. (in print)
4. *Marchenko M.* PARMONC - a Software Library for Massively Parallel Stochastic Simulation. In: Malyshkin V. (ed.) PACT-2011. LNCS. - 2011. - V. 6873. - P. 302–316.

ОБ ОДНОЙ ОБРАТНОЙ КОЭФФИЦИЕНТНОЙ ЗАДАЧЕ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ С НЕЛОКАЛЬНЫМ УСЛОВИЕМ

Оралсын Г.
КазНУ им. аль-Фараби, Алматы
g.oralsyn@list.ru

В докладе рассматривается задача, моделирующая процесс определения функции распределения температуры и изменяющейся со временем структуры однородного стержня по заданному закону изменения средней температуры. Так возникает обратная задача для уравнения теплопроводности, в которой вместе с решением уравнения требуется найти и неизвестный коэффициент, зависящий только от временной переменной. В области $\Omega = (x,t) : 0 < x < 1, 0 < t < T$ рассмотрим задачу о нахождении неизвестного коэффициента $p(t)$ уравнения теплопроводности

$$u_t(x,t) = u_{xx}(x,t) - p(t)u(x,t) + f(x,t) \tag{1}$$

и его решения $u(x,t)$, удовлетворяющего начальному условию

$$u(x,0) = \varphi(x), 0 \leq x \leq 1, \tag{2}$$

нелокальным граничным условиям

$$u_x(0,t) = u_x(1,t) + \alpha u(1,t), u(0,t) = 0, 0 \leq t \leq T, \tag{3}$$

и интегральному условию переопределения

$$\int_0^1 u(x,t)dx = E(t), 0 \leq t \leq T. \tag{4}$$

Здесь параметр α- любое положительное число, а $f(x,t)$, $\varphi(x)$ и $E(t)$ - заданные функции. При $\alpha = 0$ краевые условия (3) хорошо известны и носят в литературе название условий Самарского-Ионкина. Наиболее близкой к тематике нашего доклада является работа [1], в которой было обосновано существование классического решения обратной задачи, аналогичной исследуемой нами. Однако, в связи с тем, что краевые условия (3) в [1] являются регулярными, но не усиленно регулярными, от входных данных задачи были затребованы повышенные гладкости и удовлетворения дополнительным условиям. В настоящем докладе эти условия полностью сняты и показано, что обратная задача имеет единственное обобщенное решение.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Kerimov N.B., Ismailov M.I.* An inverse coefficient problem for the heat equation in the case ofnonlocal boundary conditions // Journal of Mathematical Analysis andApplications. - 2012. - V. 396. - P. 546 - 554.

ВАРИАЦИОННОЕ УСВОЕНИЯ ДАННЫХ ИЗМЕРЕНИЙ ДЛЯ ЗАДАЧ АТМОСФЕРНОЙ ХИМИИ

Вариационное усвоения данных измерений для задач атмосферной химии

Пененко А.В.[1], Пененко В.В.[1]

[1] *Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН, Новосибирск, Россия*

a.penenko@yandex.ru

Основным источником информации о распределении химических веществ в атмосфере являются измерения, однако, измерению обычно доступно относительно небольшое количество видов химических веществ в ограниченном числе постов наблюдений. Недостающую информацию можно попытаться восстановить посредством математической модели процессов переноса и трансформации примесей и методов обратного моделирования, в частности, методов усвоения данных. С математической точки зрения задачи усвоения данных представляют собой последовательность связанных обратных задач с различными наборами данных измерений.

В нашей работе для решения задачи усвоения данных используется вариационный подход. При этом в жесткую структуру модели процессов конвекции-диффузии-реакции добавляются функции управления. Решение задачи усвоения данных разыскивается как минимум целевого функционала, связывающего невязку между измеренными и смоделированными величинами, а также некоторую норму функции управления. Для обеспчения высокой вычислительной эффективности усвоение данных производится на отдельных стадиях расщепления исходной модели по физическим процессам и пространственным переменным.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (гранты 14-01-31482 мол и 14-01-00125), Президиума РАН, Программа № 1 и 4, № 3 ОМН РАН, а также интеграционными проектами СО РАН № 8 и 35.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *А.В. Пененко, В.В. Пененко* Прямой метод вариационного усвоения данных для моделей конвекции-диффузии на основе схемы расщепления, Вычислительные технологии Т.19, №4, 2014 69-83.

О проверке на реальных данных вариационного алгоритма поиска источников выбросов для промышленного города

Пененко А.В.[1], Бубликов А.А.[2], Рахметуллина С.Ж.[2], Турганбаев Е.М.[2]
[1] *Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН, Новосибирск, Россия*
[2] *Восточно-Казахстанский государственный технический университет имени Д.Серикбаева, Усть-Каменогорск, Казахстан*
a.penenko@yandex.ru

В работе рассматриваются вопросы использования алгоритма решения обратной задачи локализации источников загрязнения в оперативной автоматизированной системе мониторинга города Усть-Каменогорска. Проверка алгоритма осуществлена на реальных данных измерений автоматизированной системой мониторинга. В городе Усть-Каменогорске основные источники выбросов расположены на двух промышленных площадках, что позволило провести качественную проверку решения. Количественная проверка решения осуществлялась посредством сравнения решений обратной задачи, полученных на одной части данных наблюдений, с другой частью наблюдений. Необходимыми параметрами для решения задачи поиска источников на основе модели конвекции-диффузии-реакции являются функции: скорость ветра, температура, давление. Эти поля получены посредством свободно-распространяемой модели прогноза погоды WRF. Результаты моделирования прогноза погоды были проверены на имеющихся данных метеонаблюдений.

Алгоритм, посредством которого производился поиск источников загрязнения, основан на применении сопряженных уравнений, с их помощью обратная задача сводится к решению недоопределённой системы линейных алгебраических уравнений [1,2,3].

Работа частично поддержана Программой № 4 Президума РАН и № 3 ОММ РАН, грантами РФФИ 14-01-31482 мол и 11-01-00187, интеграционными проектами СО РАН № 8 и 35. Работа проводилась в рамках государственного заказа по бюджетной программе 120 «Грантовое финансирование», Комитет науки Министерства образования и науки Республики Казахстан.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *J.P., Issartel.* Rebuilding source of linear tracers after atmospheric concentration measurements. Atmos. Chem. Phys. Discuss. (2003), 3173-3203.
2. *V. Penenko, A. Baklanov, E.Tsvetova.* Methods of sensitivity theory and inverse modeling for estimation of source term. Future Generation Computer Systems (2002), 661- 671.
3. *А.В. Пененко, С.Ж. Рахметуллина* Алгоритмы локализации источников загрязнения атмосферного воздуха на основе данных автоматизированной системы экологического мониторинга // Сибирские Электронные Математические Известия // Том 10, стр. с.35–54 (2013) .

ЗАДАЧА ИДЕНТИФИКАЦИИ ТРЕХ КОЭФФИЦИЕНТОВ В МНОГОМЕРНОМ ПАРАБОЛИЧЕСКОМ УРАВНЕНИИ СПЕЦИАЛЬНОГО ВИДА

Полынцева С.В.
Сибирский федеральный университет, Красноярск
siriuspsv@mail.ru

Рассмотрим в полосе $G_{[0,T]} = \{(t,x,z)|\, 0 \leqslant t \leqslant T, x \in E_n, z \in E_1\}$ задачу Коши

$$u_t = \sum_{i=1}^{n} \beta_i(t,x_i) u_{x_i x_i} + a_1(t,x) \sum_{i=1}^{n} u_{x_i} +$$

$$+a_2(t,x)u_{zz} + a_3(t,x)u_z + a_4(t,x)u + a_5(t,x)f(t,x,z), \tag{1}$$

$$u(0,x,z) = u_0(x,z),\ x \in E_n, z \in E_1. \tag{2}$$

Функции $f(t,x,z), u_0(x,z)$ заданы в $G_{[0,T]}$ и E_{n+1} соответственно, коэффициенты $\beta_i(t,x_i)$, $i = \overline{1,n}$, $a_j(t,x)$, $j = 2,3,-$ непрерывные действительнозначные функции переменных t, x_i и t, x соответственно, $0 \leqslant t \leqslant\ T$, $T > 0, T = const$, причем $a_2(t,x) > 0$, $\beta_i(t,x_i) > 0$. E_n- $n-$мерное евклидово пространство, $n \in N$.

Неизвестными в задаче являются коэффициенты $a_1(t,x)$, $a_4(t,x)$, $a_5(t,x)$ и решение $u(t,x,z)$ задачи (1), (2).

Предполагается, что выполняются условия переопределения

$$u(t,x,\alpha_1(t)) = \varphi(t,x),\ u(t,x,\alpha_2(t)) = \psi(t,x),\ u(t,x,\alpha_3(t)) = \chi(t,x), \tag{3}$$

где $(t,x) \in \Pi_{[0,T]}$, $\Pi_{[0,T]} = \{(t,x)|\ 0 \leqslant t \leqslant T,\ x \in E_n\}$; $\alpha_l(t)$, $l = 1,2,3$, - различные действительнозначные функции переменной t, причем $\alpha_l(t) \in C^1[0,T]$; $\varphi(t,x)$, $\psi(t,x)$, $\chi(t,x)$ - заданные функции, удовлетворяющие условиям согласования

$$\varphi(0,x) = u_0(x,\alpha_1(0)), \quad \psi(0,x) = u_0(x,\alpha_2(0)), \quad \chi(0,x) = u_0(x,\alpha_3(0)), \quad x \in E_n.$$

Под решением задачи (1)-(3) в полосе $G_{[0,t^*]}, 0 < t^* \leqslant T$, понимается четверка функций $a_1(t,x)$, $a_4(t,x)$, $a_5(t,x)$, $u(t,x,z)$, которые удовлетворяют соотношениям $(1)-(3)$.

В работе доказана теорема существования и единственности классического решения обратной задачи (1)-(3) в классе гладких ограниченных функций. Доказательство теоремы было проведено с помощью перехода от обратной задачи (1)-(3) к прямой вспомогательной задаче Коши для нагруженного уравнения. Разрешимость прямой задачи доказана методом слабой аппроксимации [1], [2].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Белов Ю.Я., Кантор С.А.* Метод слабой аппроксимации. Красноярск: КрасГУ, 1999.
2. *Яненко Н.Н.* Метод дробных шагов решения многомерных задач математической физики. Новосибирск, 1967.

АЛГОРИТМ ПРИБЛИЖЕННОГО ОБРАЩЕНИЯ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ВЕКТОРНОЙ И 2-ТЕНЗОРНОЙ ТОМОГРАФИИ В $\mathbb{R}^2$

Полякова А.П., Светов И.Е.
Институт математики им. С.Л. Соболева СО РАН, Новосибирск Новосибирский государственный университет, Новосибирск
anna.polyakova@ngs.ru, svetovie@math.nsc.ru

Сформулируем постановку задачи двумерной векторной (2-тензорной) томографии. В единичном круге, заполненном средой с прямолинейным характером распространения лучей, распределено векторное (симметричное 2-тензорное) поле. Требуется восстановить это поле по известным значениям продольного или поперечного (продольного, смешанного или поперечного) лучевых преобразований. Для численного решения поставленных задач предлагается использовать алгоритм приближенного обращения хорошо себя зарекомендовавший при решении задач скалярной томографии (см. например [1]).

Идея метода приближенного обращения состоит в следующем. Пусть требуется найти решение (функцию f) операторного уравнения $Af = g$, для оператора $A : H \to K$. Для этого используются усредняющие функции e_x, обладающие свойствами $\langle e_x, e_x\rangle_H = 1$ и $\langle f, e_x\rangle_H \approx f(x)$. Пусть A^* — двойственный оператор для A, тогда существуют функции ψ_x такие, что $A^*\psi_x = e_x$. Тогда имеем

$$f(x) \approx \langle f, e_x\rangle_H = \langle f, A^*\psi_x\rangle_H = \langle Af, \psi_x\rangle_K = \langle g, \psi_x\rangle_K.$$

Таким образом приближенное решение строится путем скалярного произведения исходных данных g и функций ψ_x, которые могут быть найдены до получения томографических данных. Зачастую найти точные выражения для вычисления ψ_x оказывается проблематично. В таких случаях значения ψ_x могут быть найдены приближенно с использованием сингулярного разложения оператора A.

Опишем схему алгоритма приближенного обращения для восстановления векторного поля $v = (v_1, v_2)$. Операторы преобразования Радона $\mathcal{R}$, продольного $\mathcal{P}$ и поперечного $\mathcal{P}^\perp$ лучевых преобразований определяются стандартным образом. Вектор ξ — направляющий для луча, η — ему ортогональный. Тогда имеем

$$\begin{cases} [\mathcal{P}v] = \xi^1[\mathcal{R}v_1] + \xi^2[\mathcal{R}v_2], \\ [\mathcal{P}^\perp v] = \eta^1[\mathcal{R}v_1] + \eta^2[\mathcal{R}v_2]. \end{cases} \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} [\mathcal{R}v_1] = \xi^1[\mathcal{P}v] + \xi^2[\mathcal{P}^\perp v], \\ [\mathcal{R}v_2] = \eta^1[\mathcal{P}v] + \eta^2[\mathcal{P}^\perp v]. \end{cases}$$

Таким образом задача векторной томографии сведена к двум задачам скалярной томографии.

Работа проводилась при поддержке РФФИ (проект 14-01-31491-мол_а).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Derevtsov E.Yu., Dietz R., Louis A.K., Schuster T.* Influence of refraction to the accuracy of a solution for the 2D-emission tomography problem // Journal of Inverse and Ill-Posed Problems, 2000, Vol. 8, No. 2, pp. 161–191.

ЗАДАЧА ВОССТАНОВЛЕНИЯ КОЭФФИЦИЕНТА РЕАКЦИИ, ЗАВИСЯЩЕГО ОТ КОНЦЕНТРАЦИИ ВЕЩЕСТВА, ДЛЯ УРАВНЕНИЯ КОНВЕКЦИИ–ДИФФУЗИИ–РЕАКЦИИ

Бризицкий Р.В., Сарицкая Ж.Ю.
Институт прикладной математики ДВО РАН, Владивосток
Дальневосточный федеральный университет, Владивосток
mlnwizard@mail.ru, zhsar@icloud.com

В ограниченной области $\Omega \subset \mathbb{R}^3$ с границей Γ рассматривается следующая краевая задача:

$$-\lambda\Delta\varphi + \mathbf{u}\cdot\nabla\varphi + k\varphi = f \text{ в } \Omega, \quad \varphi = 0 \text{ на } \Gamma. \tag{1}$$

Здесь функция φ имеет смысл концентрации загрязняющего вещества, $\mathbf{u}$ – заданный вектор скорости, f – объемная плотность внешних источников вещества, λ – постоянный коэффициент диффузии, $k = k(\varphi) \geq 0$ – коэффициент реакции.

С помощью теоремы Шаудера доказано существование слабого решения нелинейной задачи (1). Так же получены условия его локальной единственности. За основу взят метод исследования нелинейных задач для моделей гидродинамики, описанный в [1].

Задача восстановления коэффициента реакции $k = k(\varphi)$ сведена к задаче условной минимизации функционала качества

$$\int\limits_Q (\varphi - \varphi_d)^2 dx \to \inf, \tag{2}$$

на слабых решениях краевой задачи 1. Здесь $Q \subset \Omega$ – подобласть области Ω, φ_d заданное (измеренное) в подобласти Q поле концентрации вещества. Доказано существование решения экстремальной задачи (2).

Работа проводилась при частичной поддержке Министерства образования и науки РФ (контракт 14.Y26.31.0003).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Алексеев Г.В.* Оптимизация в стационарных задачах тепломассопереноса и магнитной гидродинамики // М.: Научный мир, 2010. 412 с.

ГРАВИТАЦИОННАЯ ТОМОГРАФИЯ МЕСТОРОЖДЕНИЙ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ СФЕРОИДАЛЬНЫХ МОДЕЛЕЙ

Сизиков В.С.
Санкт-Петербургский Университет ИТМО, Санкт-Петербург
sizikov2000@mail.ru

Прямая задача гравиметрии [1] – расчет гравитационного поля месторождения (а именно, вертикальной компоненты напряженности V_z на поверхности Земли) решается путем разбиения каждого тела месторождения на набор вертикальных стержней. *Обратная задача* (определение параметров месторождения по измеренной аномалии поля) решается с использованием моделирования каждого тела однородным сфероидом (эллипсоидом вращения вокруг вертикальной оси z). Известные формулы для V_z сжатого и вытянутого сфероидов преобразованы в удобную форму. Определение параметров каждого сфероида (полуосей, координат центра и плотности) выполняется путем минимизации сглаживающего функционала Тихонова модифицированным методом координатного спуска с использованием сужающихся ограничений на параметры. Это позволяет сделать обратную некорректную задачу однозначной и устойчивой. Начальная оценка глубины и массы каждого тела месторождения выполнена обобщенным алгоритмом Булаха. Методика работы расширяет известный подход Сретенского и теорему Новикова о единственности решения обратной задачи гравиметрии, так как плотность не полагается известной, а включается в искомые параметры. При этом однозначность решения достигается за счет введения ограничений на параметры и использования регуляризации. Методика проиллюстрирована численным модельным примером с месторождением в виде двух тел (рис. 1 и 2). Задача гравиметрии трактуется как задача гравитационной томографии Земли.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Сизиков В.С., Голов И.Н.* Моделирование месторождений сфероидами // Физика Земли. 2009, № 3. С. 83–96.

ANALYSIS OF CONTROL PROBLEMS FOR TWO-DIMENSIONAL HELMHOLTZ EQUATION IN UNBOUNDED DOMAIN

Sosnov V.V.
Far Eastern Federal University, Vladivostok
megachuhancer@gmail.com

Currently, many researchers are intensively studying problems associated with constructing electromagnetic or acoustic cloaking shells. Overview of large number of papers devoted to cloaking problems can be found in [1, 2, 3].

There is approach to cloaking which consists of replacing exact cloaking problem by approximate cloaking problem of constructing “approximate” cloaking shell. It is used in this paper. This approach is based on introducing the cost functional under minimization which adequately corresponds to inverse problem of constructing approximate cloaking shell. The details of this approach can be found in [4, 5, 6, 7].

In this paper control problems for two-dimensional Helmholtz equation are formulated and investigated. These problems are associated with acoustic cloaking. Helmholtz equation is considered in an unbounded domain with the impedance boundary condition. The role of control in control problem under study is played by surface impedance. Solvability of control problem is proved and optimality system is derived. The numerical algorithm for solving control problem is proposed.

This work was financially supported by the Ministry of Education and Science of the Russian Federation (project 14.Y2.31.0003).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Alu A., Engheta N.* Plasmonic and Metamaterial Cloaking: Physical Mechanisms and Potentials // Journal of Optics A: Pure and Applied Optics, 2008, Volume 10, Issue 9, Article 093002.
2. *Dubinov A.E., Mytareva L.A.* Invisible cloaking of material bodies using the wave flow method // Physics-Uspekhi, 2010, Vol. 53, P. 455–479.
3. *Dubinov A.E., Mytareva L.A.* Is singularity-free cloaking possible? New cloaking ideas (a reply to comments on the paper "Invisible cloaking of material bodies using the wave flow method"// Physics-Uspekhi, 2012, Vol. 55, P. 315–318.
4. *Alekseev G.V.* Optimization in problems of material-body cloaking using the wave-flow method // Doklady Physics, 2013, Vol. 58 P. 147–151.
5. *Alekseev G.V.* Cloaking via impedance boundary condition for 2-D Helmholtz equation // Applicable Analysis, 2014, Vol. 93, P. 254–268.
6. *Alekseev G.V., Levin V.A.* Optimization method of searching parameters of an inhomogeneous liquid medium in the acoustic cloaking problem // Doklady Physics, 2014, Vol. 59, P. 89–93.
7. *Alekseev G., Lobanov A., Sosnov V.* Control Approach in Cloaking Problems for 2-D Model of Sound Scattering // Applied Mechanics and Materials, 2014, Vols. 635-637, P. 13–16.

Numerical solution of the acoustic cloaking problem for the 3D Helmholtz equation

Spivak Yu.Ye.
Far eastern federal university , Vladivostok
u3l3i3y3a3@mail.ru

In [1] it has been showed that an analogy exists between 2D electromagnetics and acoustics for anisotropic materials and therefore that a 2D acoustic cloaking shell exists. What about three dimensions? If 3D acoustic cloaking shell exists, it is different from its electromagnetic counterpart.

We consider a cloaking of scattering from an arbitrary object in the interior of the spherical shell — in other words, a 3D acoustic cloaking shell. This shell shown in Figure 1, in which an inhomogeneous and anisotropic fluid with unknown material parameters is present for $\Omega = \Omega_2$. The material properties to be determined are $\rho_r(r), \rho_\theta(r), \rho_\phi(r)$ and $\lambda(r)$. Symmetry implies that $\rho_\theta(r) = \rho_\phi(r)$.

Letting through separation of variables in a theoretical analysis [2] we get an exact solution of the original problem of scattering and formulas of the material properties. These material specifications characterize analytically an ideal 3D acoustic cloak that excludes all incident fields from the interior of the shell and does not scatter in any direction. They have the form:

$$\rho_\phi = \rho_\theta = \frac{b-a}{b}, \qquad \rho_r = \frac{b-a}{b}\frac{r^2}{(r-a)^2}, \tag{1}$$

$$\lambda = \frac{(b-a)^3}{b^3}\frac{r^2}{(r-a)^2}. \tag{2}$$

Indicated characteristics describe singular parameters because some of them become infinite at $r = a$, see Figure 1. In the paper numerical algorithm for solving scattering problem for the 3D Helmholtz equation with parameters (1)–(2) is developed. The results of numerical experiments are discussed.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Cummer S. A., Schurig D.* One path to acoustic cloaking // New Journal of Physics, vol. 9, 2007, P. 45 .
2. *Cummer S. A., Popa B. I., Schurig D.* Scattering theory derivation of a 3D acoustic cloaking shell // Physical Review Letters, vol. 100, 2008, P. 024301:1–4.

Задачи уравнения переноса и ядерно-геофизические технологии

Уравнение переноса применяют для описания физико-кинетических процессов распространения частиц в различных средах; в том числе, в физике реакторов, в астрофизике и атмосферной оп- тике, в ядерно-геофизических технологиях изучения горных пород и нефте-газоносных пластов, а также при исследовании поверхностей планет. Настоящая лекция является своего рода ведением в прямые и обратные задачи переноса, связанные с ядерно-геофизическими технологиями(ЯГТ). Нельзя не отметить, что последние входят в обязательный комплекс «геофизического исследования скважин», что гамма-гамма метод использовался при восстановлении плотности поверхностного слоя Луны и что численные решения задач об ЯГТ ориентированы на суперкомпьютеры. В докладе будет говориться о математических постановках прямых и обратных задач для уравнения переноса, отно- сящихся к нейтрон-нейтронному и гамма-гамма видам каротажа(лога) и к импульсным нейтронным логам. Говоря об обратных, имеется в виду восстановление совокупностей параметров, входящих в коэффициенты уравнения переноса, по данным соответствующих измерений. Также будут кратко затронуты основные моменты известного подхода « с уравнениями диффузионного типа» и под- хода и методов «последовательные приближения по характерным взаимодействиям», развиваемого автором для этих задач восстановления параметров.

Литература.

1. Филиппов Е.М. Ядерная геофизика. Новосибирск, Наука, 1973. т.1, 514 с.; т.2, 400 с.

2. Резванов Р.А. Радиоактивные и другие неэлектрические методы исследования скважин.М., Недра, 1982, 368 с. 3. Хисамутдинов А. И., Стариков В. Н., Морозов А. А. Алгоритмы Монте-Карло в ядерной гео- физике. Новосибирск: Наука, 1985, 158 с. 4. Кожевников Д.А. Нейтронные характеристики горных пород и их использование в нефтегазо- вой геологии. М.: Недра, 1982, 222 с.

5. J.A. Grau, J.S. Schweitzer. Elemental concentrations from thermal neutron capture gamma-ray spectra in geological formations. Nuclear Geophysics, vol. 3, No. 1, pp.1-9, 1989.

6. Khisamutdinov A.I. Characteristic interactions and successive approximations in problems on evaluating coefficients of transport equations and elemental content of a medium. // J. Inv. Ill-Posed problems 19 (2011), pp. 189 — 222.

ЗАДАЧА КОШИ ДЛЯ СИСТЕМЫ УРАВНЕНИЙ МОМЕНТНОЙ ТЕОРИИ УПРУГОСТИ

И.Э.Ниёзов, Ж. Элмуродов
СамГУ, Самарканд, Узбекистан
E-mail: iqboln@rambler.ru

Рассматривается задача аналитического продолжения решения системы уравнений моментной теории упругости в пространственной многомерной области. По значениям искомого решения и значениям её напряжений на части границы области дается явная формула восстановления решения внутри области.

Во многих реальных задачах часть границы недоступна для измерений ни смещений, ни напряжений либо известны лишь интегральные характеристики. Решение таких задач в рамках известных постановок вызывает определенные трудности из-за отсутствия экспериментальных данных, необходимых для формулировки краевых (классических) условий. Поэтому возникает необходимость рассмотрения задачи продолжения решения системы уравнений теории упругости в области по её значениям и значениям её напряжений на части поверхности границы.

В 20-х годах Т.Карлеман построил формулу, которая связывает значения аналитической функции комплексного переменного в точках области аналитичности с её значениями на куске границы этой области. На основе формулы Карлемана М.М.Лаврентьев [1] ввел понятие функции Карлемана задачи Коши для уравнения Лопласа и в некоторых случаях указал способ её построения. Конструкция функции Карлемана дает возможность построить в этих задачах регуляризацию и получить оценку условной устойчивости. Функции Карлемана для уравнения Лапласа построена в [2].

В данной работе на основе метода функции Карлемана [3] строится регуляризованное решение задачи Коши для системы уравнений моментной теории упругости для областей специального вида.

Литература

[1] Лаврентьев М. М. О некоторых некорректных задачах математической физики. Новосибирск: ВЦ. СО. АН. СССР, 1962.92 с.

[2] Ярмухамедов Ш. О задаче Коши для уравнения Лапласа. ДАН СССР, 1977, т. 235, №2, ст.281-283.

[3] O. I. Makhmudov, I. E. Niyozov, N.Tarkhanov. The Cauchy Problem of Couple-Stress Elasticity. Contemporary Mathematics.AMS, V455, 2008. pp207-310.