

Моделирование гидродинамических процессов в технологии свободного литья методом граничных элементов*

М.А. ПОНОМАРЕВА

Томский государственный университет

e-mail: mary_lang@sibmail.com

Г.Р. ШРАГЕР, В.А. ЯКУТЕНОК

2011

В работе рассматриваются медленные течения вязкой жидкости, реализующиеся в технологии метода свободного литья на этапах течения жидкости в массопроводе и заливки пресс-форм различной конфигурации. Задачи формулируются в плоской постановке в приближении ползущего течения. Математическое моделирование проведено с использованием вычислительного алгоритма, в основе которого лежит непрямой вариант метода граничных элементов. Показано, что монолитность изделий может нарушаться за счет образования газовых включений и внутренних границ раздела в жидкости. Описаны условия, при которых возможно появление таких дефектов: при течении жидкости в массопроводе, который может содержать конструктивный элемент типа "диафрагма" и при заполнении пресс-форм в струйном режиме. Определено влияние диафрагмы на поведение свободной поверхности. Сформулированы условия, разделяющие режим сплошного заполнения от режима, характеризующегося образованием струи. В последнем случае получены геометрические характеристики струй. Исследовано явление потери устойчивости струи вязкой жидкости, натекающей на твердую горизонтальную поверхность. Сформулированы условия потери устойчивости в зависимости от соотношения гравитационных и вязких сил. Полученные результаты сопоставлены с существующими экспериментальными данными.

1. Введение

При изготовлении изделий из высоконаполненных полимерных композиций методом свободного литья осуществляется транспорт композиций из смесителя в вертикально установленную пресс-форму [1, 2]. Данный процесс осуществляется с применением массопроводов и пресс-форм различных конфигураций. Так, в [1] отмечается, что для изготовления малогабаритных изделий могут использоваться вертикально установленные массопроводы с конструктивным элементом типа "диафрагма". Моделирование течений в таких массопроводах осложнено наличием свободной поверхности текучей среды, а во многих случаях и нелинейными свойствами последней. В настоящее время при разработке и оптимизации процесса формования

*Работа выполнена в рамках реализации ФЦП "Научные и научно-педагогические кадры инновационной России" на 2009-2013 гг.

с помощью приближенных формул определяются напорно-расходные характеристики массопроводов или реодинамическое сопротивление, которое, в частности, может снижаться за счет установленной диафрагмы [1]. Используемые приближенные методы оценки эффективности массопроводов не дают ни качественного, ни тем более количественного описания особенностей течения жидкости внутри массопроводов, содержащих конструктивные элементы. В данной работе проводится математическое моделирование течения высоковязкой жидкости в вертикальном канале с установленным конструктивным элементом типа "диафрагма" и заполнения прессформ в струйном режиме с заданным расходом. Задачи формулируются в плоской постановке с использованием ньютоновской реологической модели.

2. Постановка задач и метод решения

Рассматривается медленное течение высоковязкой ньютоновской жидкости ($Re \ll 1$), которое описывается уравнениями Стокса и уравнением неразрывности, имеющими в двумерном случае в безразмерной форме вид

$$\frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j \partial x_j} = \frac{\partial p}{\partial x_j} \quad i, j = 1, 2 \quad (1)$$

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0 \quad (2)$$

Области течения, имеющие границу $\Gamma = \Gamma_1 \cup \Gamma_2 \cup \Gamma_3$, схематично изображены на Рис. 1, где Γ_1 - свободная поверхность, Γ_2 - твердые стенки, Γ_3 - входная граница. В случае течения жидкости в массопроводе (Рис.1, а) на расстоянии H от начального положения свободной поверхности установлена диафрагма под углом 45° , имеющая отверстие полушириной r . На Рис.1, б, в на расстоянии H от начального положения свободной поверхности находится горизонтальная твердая поверхность. При обезразмеривании использовались следующие масштабы: длины - R , скорости - U , давления - $\mu U/R$, где R - полуширина канала, U - среднерасходная скорость. Под безразмерной величиной модифицированного давления понимается величина $p = p'/(\mu U/R) + Wx_2$, где p' - размерное значение давления, μ - динамический коэффициент вязкости, W - параметр Стокса

$$W = \frac{\rho g R^2}{\mu U}$$

На свободной поверхности Γ_1 выполняются условия отсутствия касательных напряжений и равенство нормального напряжения внешнему давлению, которое без ограничения общности можно считать равным нулю

$$t_i = -W x_2 n_i \quad x_i \in \Gamma_1 \quad (3)$$

где $t_i = \Pi_{ij} n_j$

$$\Pi_{ij} = -p \delta_{ij} + 2\varepsilon_{ij} \quad \varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)$$

На твердых стенках выполняются условия прилипания

$$u_i = 0 \quad x_i \in \Gamma_2 \quad (4)$$

На входной границе Γ_3 на расстоянии $L = 6$ от начального положения свободной поверхности, достаточном для исключения влияния последней на течение во входном сечении, задан параболический профиль скорости, характерный для стабилизированного течения в плоском канале

$$u_2 = \frac{3}{2} (x_1^2 - 1) \quad u_1 = 0 \quad x_i \in \Gamma_3 \quad (5)$$

В начальный момент времени свободная поверхность Γ_1 имеет горизонтальную форму с уравнением $x_2 = 0$. Деформация формы свободной поверхности с течением времени происходит в соответствии с кинематическим условием, записанным в виде

$$\frac{dx_i}{dt} = u_i \quad x_i \in \Gamma_1 \quad (6)$$

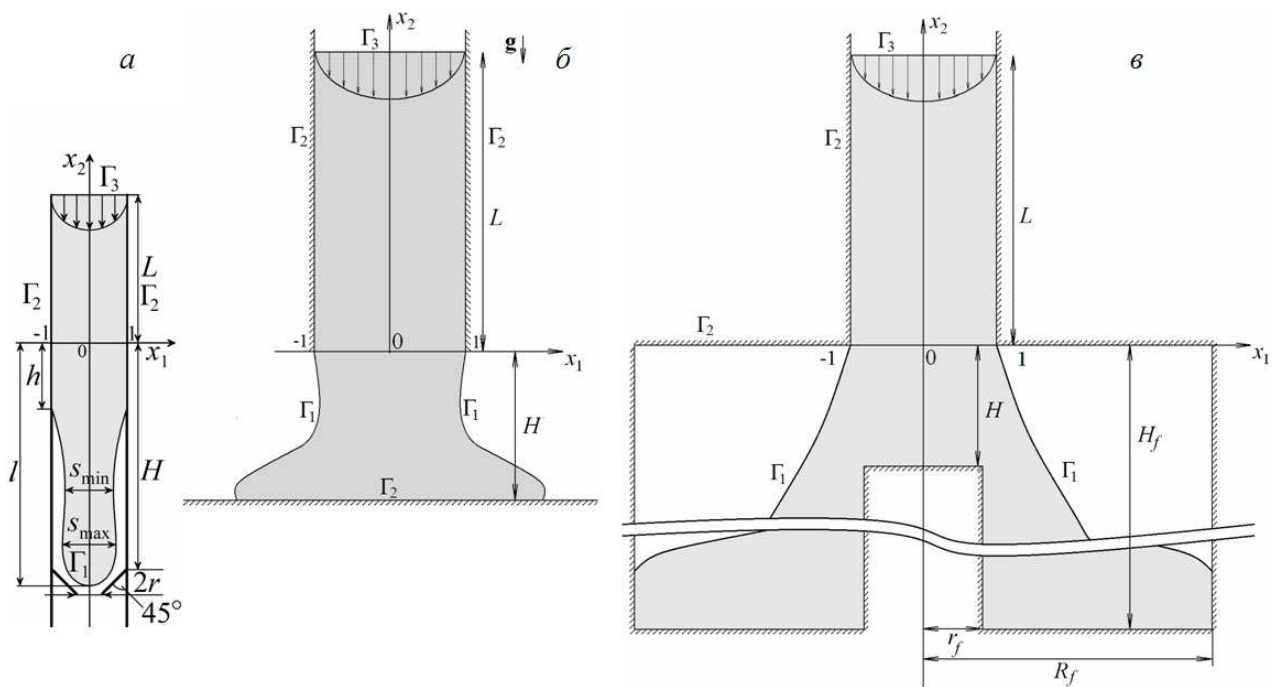


Рис. 1. Области решения

Таким образом, задача рассматривается в квазистационарной постановке. Это означает, что после решения уравнений (1), (2) в области с полученной в результате предыдущих вычислений свободной границей (или заданной при $t = 0$) с краевыми условиями (3)-(5), в соответствии с кинематическим условием (6) и вычисленными значениями скоростей на свободной поверхности, рассчитывается ее новое положение. Для решения задачи используется алгоритм, основанный на непрямом методе граничных элементов [3, 4]. Исходная система дифференциальных уравнений (1), (2) заменяется эквивалентной системой граничных интегральных уравнений. Последнее позволяет снизить размерность задачи на единицу и ограничиться дискретизацией только границы области решения.

3. Результаты

Характер течения жидкости определяется параметром Стокса W , характеризующим отношение гравитационных и вязких сил, и: в случае течения в массопроводе с диафрагмой геометрическими характеристиками H и r ; при падении струи на твердую стенку высотой сливного отверстия над твердой поверхностью H ; при заполнении пресс-формы ее геометрическими параметрами. Выявлено, что течение в массопроводе безотносительно наличия диафрагмы может осуществляться в режиме полного заполнения и с отрывом струи жидкости от стенок канала, что согласуется с выводами работы [5], где отмечается наличие указанных режимов. В случае струйного режима положение линии трехфазного контакта h фиксируется на определенном расстоянии от начального положения свободной поверхности. Зависимость этого расстояния от параметра W можно аппроксимировать степенным уравнением $h = 0.45W^{-6.67}$. Соотношение величины h и длины рассматриваемого массопровода дает информацию о режиме в котором будет осуществляться заполнение. Геометрические характеристики струй, представленные на Рис. 2 показывают, что начиная с определенного момента времени струя стремительно удлиняется, что ведет к ее утоньшению и возможному распаду.

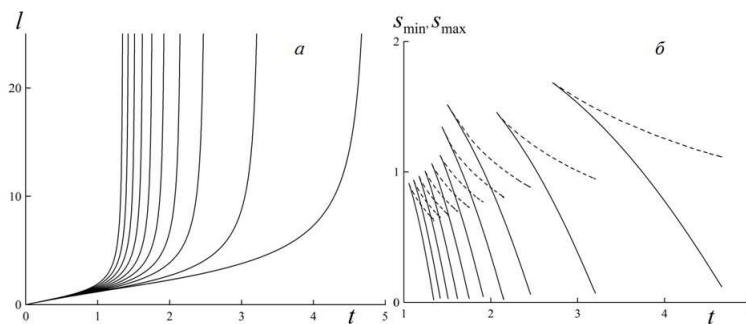


Рис. 2. Геометрические характеристики струи в зависимости от времени: a – длина l ; b – сплошные кривые соответствуют минимальной толщине s_{min} , штриховые – толщине каплевидного образования на конце струи s_{max} (правая крайняя кривая соответствует $W = 1$, левая – $W = 10$, кривые построены с шагом $\Delta W = 1$)

В случае установки в массопроводе указанного конструктивного элемента могут реализовываться следующие варианты течений: 1) сплошной режим заполнения с формированием струи толщиной равной ширине отверстия диафрагмы; 2) струйный режим, характеризующийся заполнением промежуточной области, предшествующей диафрагме после касания последней (предполагается наличие специального клапана, либо при вакуумировании заполняемого канала); 3) случай, аналогичный предыдущему, но с распадом струи до момента заполнения промежуточной области; 4) струйный режим, характеризующийся потерей устойчивости струи после касания стенок диафрагмы; 5) беспрепятственное прохождение струей стенок диафрагмы без касания. В результате проведенного исследования падения струи жидкости на твердую стенку выяснено, что для определенной величины W при росте высоты расположения сливного отверстия над твердой стенкой H реализуются следующие варианты поведения струи вязкой жидкости, падающей на стенку [4]: 1) устойчивое симметричное растекание жидкости по стенке; 2) колебательные движения струи с последующим затуханием

и переходом к устойчивому растеканию; 3) колебания струи с образованием на свободной поверхности наплывов, приводящих к появлению внутренних границ раздела; 4) изгибание струи с образованием газовых включений и внутренних границ раздела. С технологической точки зрения третий и четвертый варианты являются нежелательными. Полученная зависимость критической высоты H_c (Рис. 3), при которой происходит переход от второго варианта течения к третьему показывает, что при $W < 0.01$ величина H_c практически постоянна и равна 16.4, причем дальнейшее увеличение значения комплекса W приводит к существенному снижению H_c . Отклонение от экспериментальных данных наблюдается в случае значительного влияния сил поверхностного натяжения, характеризуемого величиной параметра $Bo = \rho g R^2 / \sigma \mu$, где σ – коэффициент поверхностного натяжения. В настоящей работе силы поверхностного натяжения не учитываются.

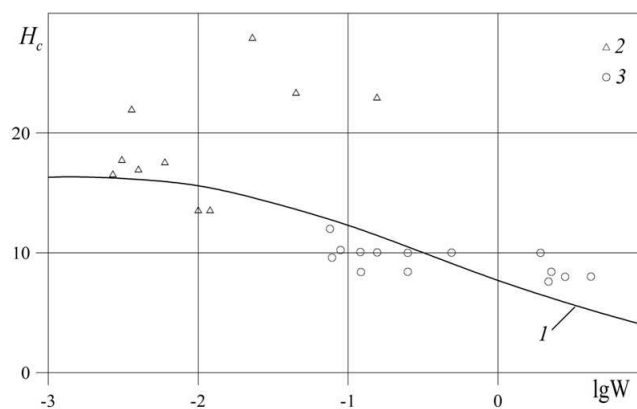


Рис. 3. Зависимость критической высоты H_c от параметра W : 1 - расчет, 2 – данные [6] при $Bo = 0.42$, 3 – данные [7] при $Bo = 4.36$

Проведенное математическое моделирование движения свободной поверхности жидкости заполняющей пресс-форму с центральным телом выявило существование пяти различных вариантов нарушения стабильного протекания данного технологического процесса [8]. Первый связан с потерей устойчивости струи взаимодействующей с горизонтальной твердой поверхностью центрального тела. Второй характеризуется образованием газовых включений при обтекании угловых точек центрального тела. Третий выражается в превышении толщиной стекающего слоя ширины пресс-формы (Рис. 4). Четвертый и пятый режимы связаны с потерей устойчивости слоя, стекающего по центральному телу и растекающегося по дну пресс-формы.

4. Заключение

Проведенные расчеты показали, что использованный алгоритм расчета, базирующийся на непрямом варианте метода граничных элементов позволяет отслеживать поведение формы свободной поверхности при ее достаточно сложных деформациях. Данный подход позволяет провести математическое моделирование медленных течений вязкой жидкости со свободной поверхностью, к классу которых относятся гидродинамические процессы, реализующиеся в технологии изготовления изделий методом свободного литья. Используя выводы настоящей работы относительно

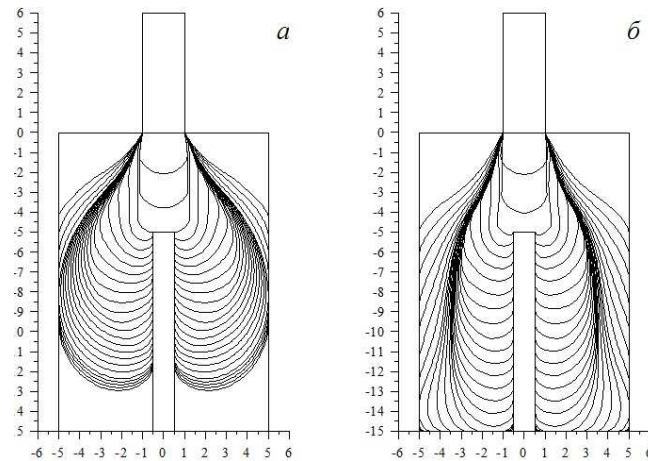


Рис. 4. Эволюция свободной границы при заполнении пресс-формы с центральным телом: *a* – $H = 5$, $W = 0.01$; *б* – $H = 5$, $W = 0.1$ ($\Delta t = 2$)

качественного поведения свободной поверхности жидкости для ряда рассмотренных задач и полученные количественные зависимости, возможно осуществлять выбор технологически приемлемого режима течения жидкости в массопроводе и при заполнении пресс-форм.

Список литературы

- [1] МОДЕЛИРОВАНИЕ ФОРМОВАНИЯ ИЗДЕЛИЙ ИЗ СВОБОДНО ЛИТЬЕВЫХ КОМПОЗИЦИЙ / Глушков И.А., Милехин Ю.М., Меркулов В.М., Банзула Ю.Б. М.: Изд-во Архитектура-С, 2007.
- [2] МОДЕЛИРОВАНИЕ ГИДРОДИНАМИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ В ТЕХНОЛОГИИ ПЕРЕРАБОТКИ ПОЛИМЕРНЫХ МАТЕРИАЛОВ / Шрагер Г.Р., Козлобродов Ю.М., Якутенок В.А. Томск: Изд-во Томского госуниверситета, 1999.
- [3] ЯКУТЕНОК В.А. Численное моделирование медленных течений вязкой жидкости со свободной поверхностью методом граничных элементов // Мат. Моделирование. 1992. Т. 4, № 10. С. 62–70.
- [4] ПОНОМАРЕВА М.А., ШРАГЕР Г.Р., ЯКУТЕНОК В.А. Устойчивость плоской струи высоковязкой жидкости, натекающей на твердую горизонтальную плоскость // Изв РАН. Механика жидкости и газа. 2011. № 1. С. 53–61.
- [5] БОРЗЕНКО Е.И., ШРАГЕР Г.Р., ЯКУТЕНОК В.А. Заполнение каналов неньютоновской жидкостью в поле силы тяжести // Изв РАН. Механика жидкости и газа. 2009. № 6. С. 40–46.
- [6] CRUICKSHANK J.O., MUNSON B.R. Viscous fluid buckling of plane and axisymmetric jets // J. Fluid Mech. 1981. Vol. 113. С. 221–239.
- [7] CRUICKSHANK J.O. Low-Reynolds-number instabilities in stagnating jet flows // J. Fluid Mech. 1988. Vol. 193. С. 111–127.
- [8] ПОНОМАРЕВА М.А., ШРАГЕР Г.Р., ЯКУТЕНОК В.А. Особенности течения при заполнении пресс-формы с центральным телом вязкой жидкостью // Изв. ВУЗов. Физика. 2008. Т. 52, № 8/2. С. 206–212.