

ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ЗАДАЧИ О ПРОДОЛЬНОМ УДАРЕ ПО ПРИЗМАТИЧЕСКОМУ СТЕРЖНЮ

Д.В. Косолапов

СКТБ «Наука» КНЦ СО РАН, Красноярск

NUMERICAL INVESTIGATION OF THE LONGITUDINAL IMPACT ON PRISMATIC BAR PROBLEM

D.V. Kosolapov

SDTB «Nauka» KSC SB RAS, Krasnoyarsk

At present analytical expression of shock pulses there are received for some different form strikers. Mathematical constraints do not allow an analytical solution for the complex configuration of machines bojkies percussion. However, the available analytical solutions are extremely useful for assessing the accuracy of the solutions and possibilities of numerical simulation.

К настоящему времени аналитическое выражение ударных импульсов получено для нескольких бойков различных форм при условии равенства их масс и предударных скоростей для возможности сравнения максимальной амплитуды, формы и длительности импульсов (таблица 1) [1]. Математические трудности не позволяют получить аналитическое решение для бойков сложной конфигурации машин ударного действия. Однако имеющиеся аналитические решения оказываются крайне полезными для оценки точности решений и возможностей численного моделирования.

Рассмотрим результаты серии вычислительных экспериментов совместно с одним из таких аналитических решений.

Таблица 1 – Бойки, имеющие аналитическое решение (по [1])

№	Вид бойка	Рисунок	Ударный импульс
1	Цилиндрический ударник равного сечения штангой		
2	Цилиндрический, с сечением большим сечением штанги		
3	Абсолютно жесткий		
4	Конический		
5	Боек с сечением, равным сечению штанги, с закругленным торцом		
6	Гиперболический		
7	Цилиндро-гиперболический		

Задача о продольном ударе по призматическому стержню относится к классической задаче технической теории удара и имеет длительную историю развития. В данном случае рассматривается учитывающее продольные колебания стержня решение Сен-Венана и Буссинеска [2] для стержня, закрепленного на одном конце, и испытывающего продольный удар по другому концу (рис. 1). Предполагается, что поверхности соприкосновения бойка и стержня-мишени являются идеально гладкими параллельными плоскостями, предударная скорость бойка постоянна, материал соударяющихся тел абсолютно упругий, боек является абсолютно жестким, недеформируемым телом, мгновенно передающим мишени энергию

удара. Это позволяет абстрагироваться от размеров и формы бойка. Рассматриваемая модель позволяет учесть взаимодействие ударных волн, формирующихся при взаимодействии бойка и мишени, которые движутся к закрепленному концу мишени и отражаются от него.

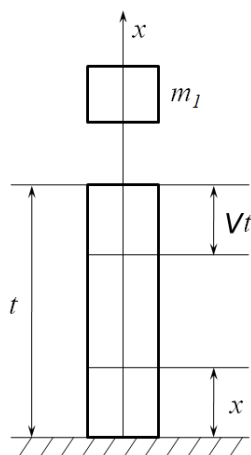


Рисунок 1 – Расчетная схема задачи Сен-Венана-Буссинеска о продольном ударе по призматическому стержню

Не рассматривая содержащиеся в [2] выкладки, запишем окончательные аналитические выражения для наибольших сжимающих напряжений при ударе у закрепленного конца стержня-мишени, отличающиеся в зависимости от соотношения $m = m_1/m_2$ масс бойка m_1 и мишени m_2 (табл. 2).

Таблица 2 – Наибольшие напряжения при продольном ударе стержня

Диапазон значений m	Выражение для теоретического максимума напряжений
	$\sigma_{\max\text{-теор}}$
$m < 5$	$2E \frac{V}{a} (1 + e^{-2/m})$
$5 < m < 24$	$E \frac{V}{a} (\sqrt{m} + 1,1)$
$24 < m$	$E \frac{V}{a} (\sqrt{m} + 1)$

Далее выполняется оценка возможностей применения этой модели продольного удара к деталям пневмударников реальной конфигурации, а также возможности воспроизведения численными методами расчетной схемы, реализуемой в этой модели. Далее по тексту под «напряжениями» в соответствии с рассматриваемым аналитическим решением будут иметься в виду именно наибольшие сжимающие напряжения при ударе у закрепленного («забойного») торца стержня-мишени.

В качестве прототипа модельной задачи рассматривается задача о соударении бойка и коронки пневмударника, для которой возможны несколько уровней идеализации (рис. 2).

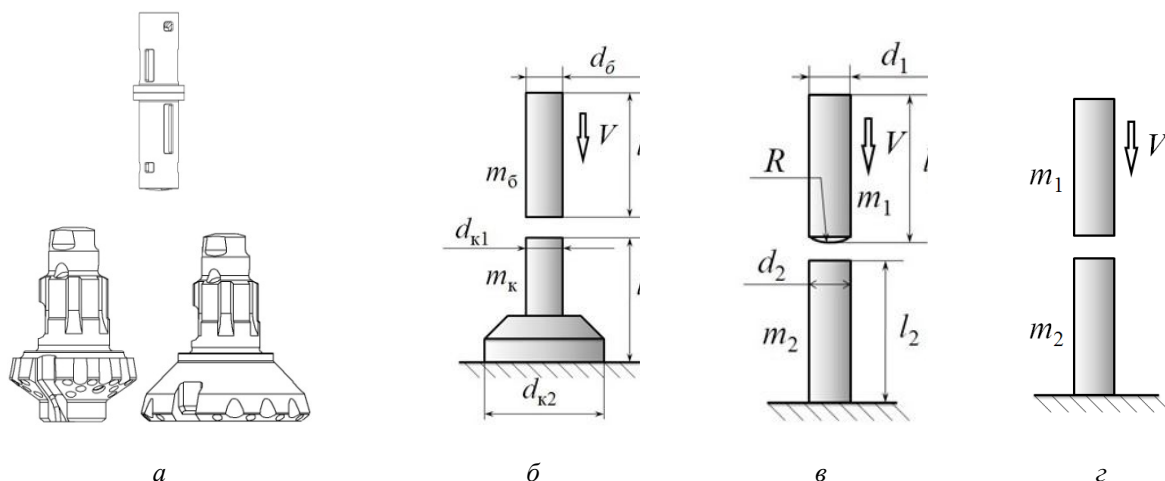


Рисунок 2 – Уровни идеализации ударной системы «боек-коронка»: *a* – физический прототип; *б* – детали упрощенной формы с сохранением основных габаритных размеров; *в* – два цилиндрических тела, характеризующихся длиной и диаметром; *г* – идеализация с сохранением масс деталей и предударной скорости бойка

Физический прототип (рис. 2, *a*) может быть использован для численного анализа с целью получения результатов максимальной точности, первый (рис. 2, *б*) и второй (рис. 2, *в*) уровни идеализации физического прототипа используются при предварительном сравнительном численном анализе, третий (рис. 2, *г*) – для аналитического решения.

В качестве модельной задачи рассматривается расчетная схема ударного взаимодействия бойка массой m_1 и стержня-мишени массой m_2 при скорости соударения $V = 6$ м/с (рис. 2, *в*). Рассмотрены расчетные случаи, отличающиеся массой бойка m_1 (табл. 3). Напряжения растут с увеличением массы бойка, это является следствием роста кинетической энергии бойка и энергии удара. При этом кинетическая энергия бойка трансформируется в энергию ударного импульса мгновенно (рис. 3).

Эта же задача с дополнительными физическими параметрами модели (рис. 2, *в*) решена в среде LS-DYNA. Мишень представлена в виде цилиндра длиной $l_2 = 25$ см и диаметром $d_2 = 10$ см. Ее масса равна массе коронки 15,4 кг.

Таблица 3 – Максимальные сжимающие напряжения в закрепленном торце стержня-мишени в соответствии с волновой моделью продольного удара Сен-Венана-Буссинеска*

Расчетный случай	m_1 , кг	$m = m_1/m_2$	$\sigma_{\max-теор}$, МПа
1	15,7	$15,7/15,4 = 1,02$	$2E \frac{V}{a} (1 + e^{-2/m}) = 2 \cdot 2 \cdot 10^5 \frac{6}{5000} (1 + e^{-2/1,02}) = 547$
2	154	$154/15,4 = 10$	$E \frac{V}{a} (\sqrt{m} + 1,1) = 2 \cdot 10^5 \frac{6}{5000} (\sqrt{10} + 1,1) = 1023$
3	385	$385/15,4 = 25$	$E \frac{V}{a} (\sqrt{m} + 1) = 2 \cdot 10^5 \frac{6}{5000} (\sqrt{25} + 1) = 1440$

* Выделенная желтым цветом строка демонстрирует результаты расчета по модели Сен-Венана-Буссинеска для реального соотношения масс бойка и коронки



Рисунок 3 – Условия формирования напряженно-деформированного состояния (НДС) мишени в волновой модели продольного удара

Цилиндрический боек диаметром $d_1 = 10$ см имеет сферический торец с радиусом $R = 500$ мм и переменную длину l_1 с тем, чтобы изменяя ее, можно было менять массу бойка. Наблюдается существенное различие результатов, полученных по аналитическим зависимостям и численным моделированием (табл. 4).

В результате варьирования массы (длины) бойка в более широком диапазоне получена зависимость напряжений от массы (длины) бойка (рис. 4).

Совместное рассмотрение результатов аналитических расчетов и численного моделирования (рис. 4, табл. 4) показывает, что при численном решении с увеличением длины и массы бойка напряжения растут, но гораздо медленнее, чем предсказывает теоретическая модель Сен-Венана-Буссинеска.

Таблица 4 – Сопоставление аналитических и численных результатов*

Расчетный случай	m_1 , кг	l_1 , м	$\sigma_{\max\text{-теор}}$, МПа	$\sigma_{\max\text{-LS-DYNA}}$, МПа
1	15,7	0,25	547	210
2	154	2,49	1023	253
3	385	6,237	1440	254

* Выделенная желтым цветом строка демонстрирует результаты расчета по модели Сен-Венана-Буссинеска для реального соотношения масс бойка и коронки

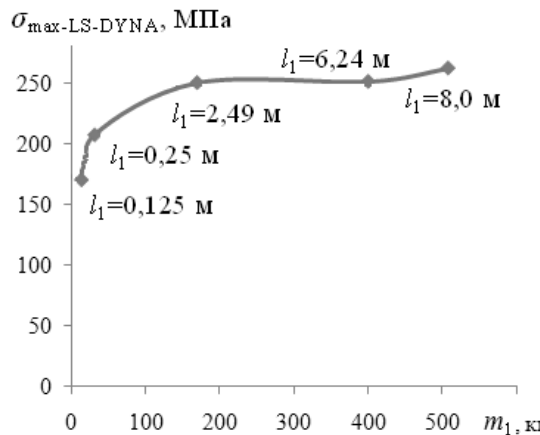


Рисунок 4 – Зависимость напряжений от длины (массы) бойка

Объяснение вытекает из рассмотрения физического процесса взаимодействия соударяющихся тел, часть кинетической энергии бойка трансформируется в энергию ударного импульса не мгновенно, а в течение некоторого промежутка времени (рис. 5).



Рисунок 5 – Условия формирования НС мишени в физической ударной системе

Для проверки этой гипотезы решена серия задач, в которых энергия упругого деформирования бойка изменялась за счет применения гипотетического материала переменной жесткости. Параметры задач этой серии аналогичны параметрам задач предыдущей серии, однако в данном случае $l_1 = \text{const} = 10 \text{ мм}$; $m_1 = \text{const} = 6,16 \text{ кг}$ (варьировался модуль Юнга E). Из полученной зависимости (рис. 6) видно, что с увеличением жесткости материала бойка наблюдается некоторый рост напряжений, однако только за счет увеличения жесткости не удастся достичь напряжений, соответствующих аналитическому решению даже при значениях $E = 2,1E5 \text{ МПа}$ (теоретические значения напряжений также растут с увеличением жесткости E).

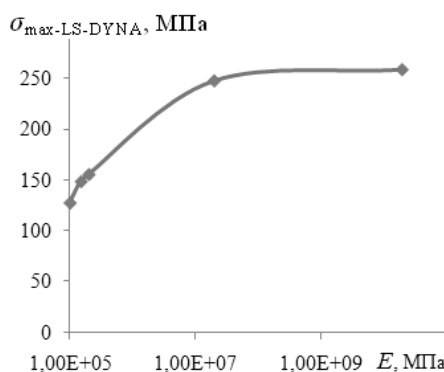


Рисунок 6 – Зависимость максимальных напряжений в закрепленном торце мишени от модуля Юнга материала бойка

Далее решена серия задач с уменьшением длины бойка с тем, чтобы уменьшить время трансформации кинетической энергии бойка в энергию ударного импульса. При этом рассматривался гипотетический материал, плотность которого увеличивалась при уменьшении длины бойка таким образом, чтобы масса бойка m_1 (и, соответственно, его кинетическая энергия) оставалась неизменной.

Задачи решались для различных значений соотношения $m = m_1/m_2$ масс бойка m_1 и мишени m_2 . При этом изменение массы бойка при неизменных геометрических размерах осуществлялось путем варьирования плотности материала бойка. Рассмотрение полученных зависимостей (рис. 7) показывает, что с уменьшением длины бойка напряжения растут, но также не достигают теоретических значений.

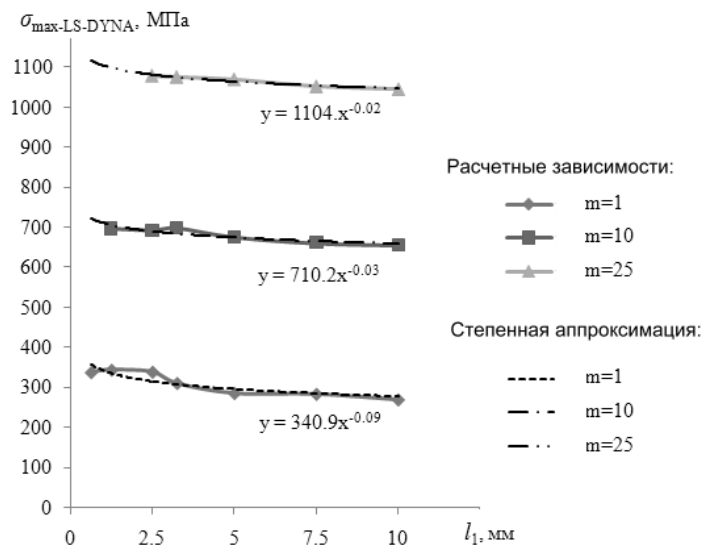


Рисунок 7 – Зависимость напряжений от длины бойка

Рассмотрение сводных данных по всем сериям вычислительных экспериментов в сравнении с результатами расчетов по модели Сен-Венана-Буссинеска позволяет сделать вывод: уменьшение потерь энергии на упругое деформирование бойка (путем уменьшения длины и увеличения жесткости материала бойка) приводит к увеличению максимальных сжимающих напряжений в закрепленном торце мишени. При этом изменять потери энергии указанным путем удастся в ограниченном диапазоне длин бойка и жесткости его материала. За пределами этого диапазона наблюдается потеря вычислительной устойчивости, «осцилляция» результатов моделирования, которые становятся недостоверными. Вследствие этого не удастся достичь уровня напряжений, предсказываемых моделью Сен-Венана-Буссинеска. При различных параметрах расчетной схемы численные результаты оказываются меньше теоретических значений в 2-6 раз при неизменных свойствах материала геометрии бойка и/или варьировании одного из этих параметров. Однако при одновременном уменьшении линейных размеров бойка, увеличении жесткости и плотности его материала (т.е. при приближении свойств бойка к таковым, предполагаемым в модели Сен-Венана-Буссинеска) удастся получить численные значения напряжений в диапазоне 60-75% от теоретических величин.

Таким образом, исследованная волновая модель продольного удара по призматическому стержню не позволяет учесть ряд факторов, оказывающих существенное влияние на напряженно-деформированное состояние деталей пневмударников. В силу этого теоретические значения напряжений оказываются всегда завышенными по сравнению с численными результатами. В связи с этим теоретические значения напряжений в соответствии с волновой моделью Сен-Венана-Буссинеска можно считать верхней границей диапазона напряжений для конкретных значений соотношения масс коронки и бойка и предударной скорости последнего.

Список литературы

1. Дворников Л.Т. Продольный удар полукатеноидальным бойком / Л.Т. Дворников, И.А. Жуков. – Новокузнецк: СибГИУ, 2006. – 80 с.
2. Тимошенко С.П. Колебания в инженерном деле. – М.: Наука, 1967. – 444 с.