

ЧИСЛЕННЫЙ РАСЧЕТ ТУРБУЛЕНТНЫХ ТЕЧЕНИЙ НА СУПЕРКОМПЬЮТЕРАХ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ВИХРЕРАЗРЕШАЮЩЕЙ МОДЕЛИ

А.В. Старченко, Е.А. Данилкин
Томский государственный университет, Россия

Рассматриваются некоторые результаты применения разработанных параллельных вычислительных алгоритмов решения уравнений Навье-Стокса для несжимаемой жидкости при вихреразрешающем моделировании нестационарных турбулентных отрывных течений вокруг препятствий. Особое внимание в работе было уделено выбору разностных схем аппроксимации конвективных членов и итерационного метода решения разностного эллиптического уравнения для давления, а также и предобуславивателя для ускорения сходимости итерационного процесса.

Введение

На современном этапе развития теории турбулентности моделирование турбулентных течений осуществляется, в основном, с использованием осредненных по Рейнольдсу уравнений Навье-Стокса (RANS-подход), для которых требуется решить проблему замыкания путем привлечения полуэмпирических моделей различного уровня сложности. Несмотря на то, что этот подход позволяет получить успешные результаты для целого ряда турбулентных течений, тем не менее, он дает низкую точность при описании нестационарных турбулентных течений вблизи плохообтекаемых тел. Это объясняется определенными физическими особенностями отрывных течений, а именно, наличием в них организованных нестационарных вихревых структур, параметры которых определяются геометрическими характеристиками рассматриваемого течения и граничными условиями.

В таких случаях метод моделирования крупных вихрей LES (вихреразрешающее моделирование) оказывается более предпочтительным, так как он хорошо предсказывает нестационарную структуру турбулентного течения и позволяет явно разрешать крупные вихри вплоть до размера ячейки расчетной сетки, а вихри меньшего масштаба моделируются с помощью различных подсеточных моделей. Однако широкое применение LES-подхода для исследования турбулентных течений сдерживается высокими требованиями к вычислительным ресурсам компьютерной техники при численной реализации вихреразрешающих моделей.

Поэтому в настоящее время необходима разработка новых эффективных параллельных методов численного решения нелинейных задач математической физики, ориентированных на использование многопроцессорных вычислительных.

1. Постановка задачи

Математическая модель трехмерного нестационарного турбулентного движения несжимаемой среды включает в себя отфильтрованные уравнения неразрывности и Навье-Стокса, записанные относительно размерных переменных:

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial \bar{u}_i \bar{u}_j}{\partial x_j} + \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial^2 \bar{u}_i}{\partial x_j \partial x_j}, \quad i = 1, 2, 3, \quad (1)$$

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_i} = 0. \quad (2)$$

Здесь \bar{u}_i – фильтрованные компоненты мгновенного поля скорости; \bar{p} – мгновенное значение давления; ν – коэффициент кинематической вязкости; ρ – плотность; По повторяющимся индексам проводится суммирование.

Из-за наличия в системе уравнений (1)–(2) слагаемых τ_{ij} она является незамкнутой, для ее замыкания использовалась одна из двух подсеточных моделей:

1. Модель Смагоринского с постоянным коэффициентом, как наиболее простой с точки зрения реализации подход

$$\tau_{ij} \approx -\nu_T \cdot \bar{S}_{ij}, \quad (3)$$

где ν_T – турбулентная вязкость. Турбулентная вязкость определяется средним значением скорости диссипации энергии турбулентности, приходящейся на единицу объема, и масштабом подсеточных вихрей:

$$\nu_T = C_s^2 \Delta_g^2 |\bar{S}|, \quad (4)$$

где C_s – постоянная Смагоринского, Δ_g – шаг сетки модели, $|\bar{S}| = \sqrt{2\bar{S}_{ij}\bar{S}_{ij}}$ – норма тензора скорости деформации.

2. В так называемых динамических моделях (Dynamic Model, DM) коэффициент Смагоринского C_s подбирается исходя из анализа информации, содержащийся в разрешимых масштабах движения, и является величиной зависящей от пространственной координаты и времени. С описанием динамической модели можно ознакомиться в [1].

2. Аппроксимация и метод решения

Аппроксимация представленной выше дифференциальной задачи осуществляется на основе метода конечного объема. Значения компонент скорости определяются на гранях конечных объёмов, а скалярные характеристики (p, ν_T) – в центре. Аппроксимация конвективных членов уравнений переноса выполнялась с использованием одной из четырех схем: противопотоковой схемы MLU Ван Лира, схемы Леонарда QUICK, центрально-разностной схемы второго или четвертого порядка, для аппроксимации диффузионных членов использовалась центрально-разностная схема второго порядка точности. Для решения уравнений движения применялась явная схема по времени (Адамса-Бэшфорда), поэтому результатом приближенного интегрирования уравнения движения по одному конечному объему является готовая для вычислений формула.

В гидродинамической части модели для согласования полей скорости и давления используется схема предиктор-корректор, в соответствии с которой явная схема Адамса-Бэшфорда для уравнений движения выполняет функцию предиктора, а коррекция поля скорости, удовлетворяющего уравнению неразрывности на новом временном слое, выполняется на основе решения разностного уравнения для давления.

Протестировано несколько методов решения системы линейных алгебраических уравнений для отыскания давления. А именно рассмотрено четыре метода: метод Зейделя, метод сопряженных градиентов (CG), метод бисопряженных градиентов со стабилизацией (BiCGStab) и явный метод Булеева. С целью выбора оптимального метода, как с точки зрения минимизации количества итераций, требуемых для его сходимости, и времени на вычисления, так и с точки зрения возможности масштабирования параллельного метода на большое количество вычислительных узлов и эффективности его параллельной реализации. Для улучшения сходимости методов сопряженных направлений использовалось несколько предобуславливателей, разработанных на основе метода Зейделя с красно-черным упорядочиванием или метода неполной факторизации Булеева.

3. Параллельная реализация

В качестве основного подхода распараллеливания выбрана геометрическая декомпозиция сеточной области. В рассматриваемом случае возможны три различных способа разделения значений сеточной функции по вычислительным узлам – одномерная или ленточная схема, двухмерное или блочное разбиение или трехмерное разбиение узлов вычислительной сетки.

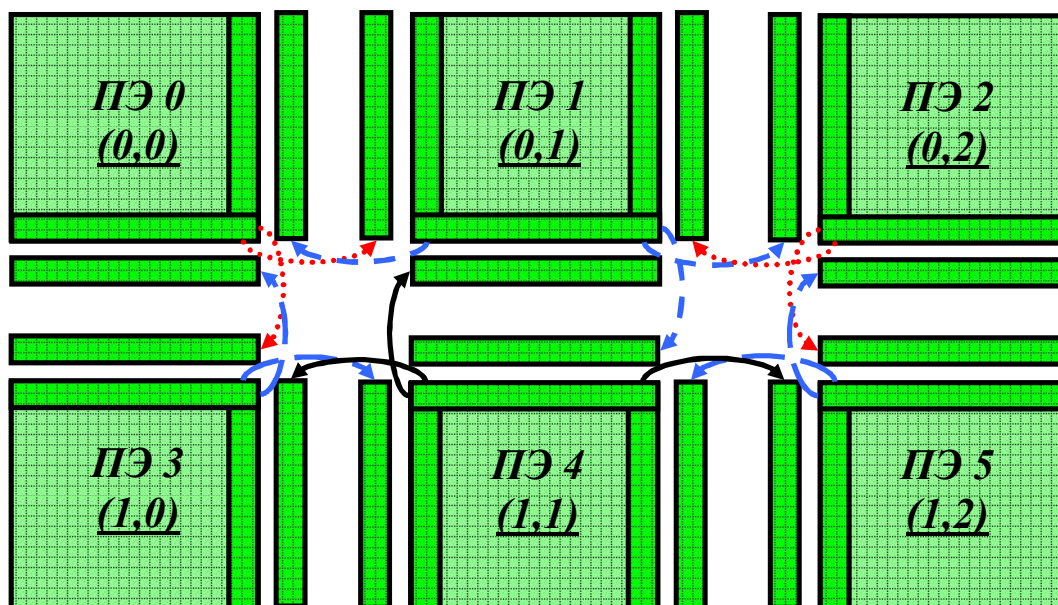


Рисунок 1 – Иллюстрация организации пересылок граничных сеточных значений при 2D-декомпозиции для обеспечения однородности вычислительного процесса

После распределения данных по процессорным элементам (ПЭ) устанавливаются связи между блоками, расчеты в которых выполняются параллельно. Связи возникают в силу используемого шаблона явной разностной схемы, поскольку для вычисления очередного приближения в приграничных узлах каждой подобласти требуются значения сеточной функции с соседнего процессорного элемента. Поэтому на каждом процессорном элементе создаются фиктивные ячейки для хранения данных с соседнего процессорного элемента и организовывается пересылка этих граничных значений, необходимых для обеспечения однородности вычислительного процесса (рисунок 1).

Сравнение различных способов распараллеливания, явного алгоритма решения нестационарных уравнений Навье-Стокса, с целью отыскания оптимального с точки зрения минимизации затрат на пересылку данных было проведено на примере решения одного адвективно-диффузионного уравнения.

Предварительный теоретический анализ эффективности различных способов декомпозиции расчетной области для рассматриваемого случая показал, что при использовании более 11 процессорных элементов для вычислений в случае 3D-декомпозиции потребуется пересылать между процессорными элементами меньшее количество сеточных значений функции, и как следствие можно ожидать, что в этом случае затрачиваемое на пересылку время будет минимально. Тем не менее, вычислительные эксперименты показали, что лучших результатов можно достичь, используя 2D декомпозицию при числе используемых процессов до 255, за счет сохранения последовательного доступа к памяти.

Анализ полученных результатов показал, что при написании параллельных программ целесообразно использовать «динамические» массивы с подстраиваемыми под выделенное число процессоров размерами. В этом случае прирост производительности для 2D-декомпозиции составил 6-8 %, а для 3D-декомпозиции около 14 % (рисунок 2).

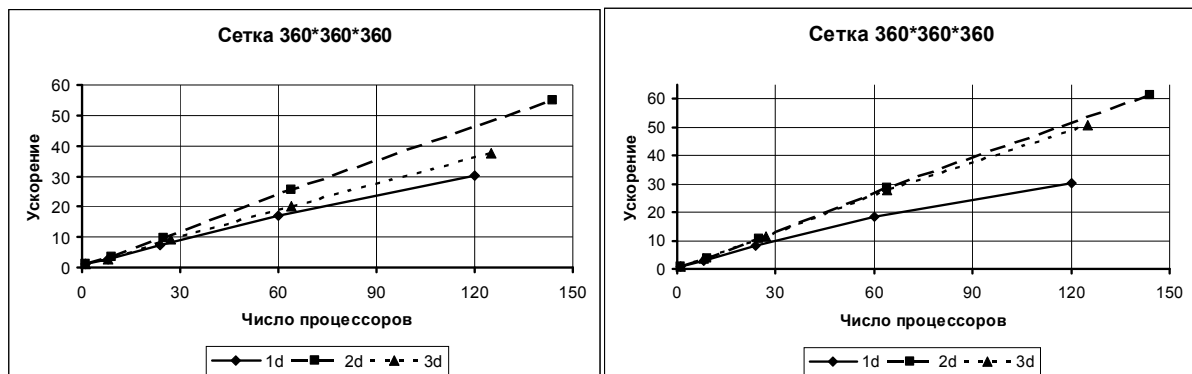


Рисунок 2 – Ускорение для различных способов декомпозиции расчетной области: слева – до оптимизации, справа – после оптимизации

Также для уменьшения времени затрачиваемого на пересылку данных при организации обменов, использовалась технология опережающей рассылки, когда вычисления во внутренней области (окрашенные светлым цветом) проходят на фоне пересылки уже вычисленных граничных значений сеточной функции (окрашенных темным цветом рисунок 1). Результаты расчетов показывают, что применение технологии опережающей рассылки позволяет повысить эффективность работы параллельной программы на 8-10 % по сравнению с использованием блокирующих процедур обмена сообщениями, что является весьма внушительным показателем при проведении большого объема вычислений.

Также рассматривались особенности параллельной реализации методов, выбранных для решения системы линейных алгебраических уравнений. Сравнение осуществлялось на примере численного решения уравнения Пуассона в единичном кубе с граничными условиями Дирихле на одной границе ($x=1$) и условиями Неймана на остальных границах.

Результаты сравнения показали, что для задач большой размерности только метод Зейделя с красно-черным упорядочиванием при распараллеливании целиком повторяет процесс сходимости последовательного алгоритма, что выражается в сохранении количества итераций, требующихся для сходимости метода, вне зависимости от числа использованных процессоров и способа декомпозиции. Важно отметить, что рассматриваемая реализация алгоритма очень хорошо масштабируется на любое разумное количество вычислительных узлов.

Параллельная реализация методов сопряженных и бисопряженных градиентов теоретически также не нарушает процесс сходимости последовательного алгоритма. Но на практике обнаружено, что количество итераций случайным образом меняется при различных способах декомпозиции. Численные эксперименты показали, что это является следствием некоммутативности в случае машинной арифметики вычисления суммы большего количества слагаемых (сбор частичных сумм скалярного произведения). Необходимо отметить, что сам итерационный процесс в конце концов сходится, при этом лишь незначительно меняется получение последовательности приближений к решению.

Таблица 1 – Время счета на разном количестве ПЭ для рассматриваемых методов

Метод \ Число процессоров (ПЭ)	1	9	25	64	144	225
Метод Зейделя	51756	15153	6054	2134	633	630
Метод Булеева	60000	12393	5251	2539	1686	1567
Метод CG	483	136	41	12	3,9	3,6
Метод CG с пред-ем методом Зейделя	212	59	21	5,3	1,74	1,35
Метод BiCGStab с пред-ем методом Булеева	152	47	20	-	-	-
Метод BiCGStab с пред-ем методом Зейделя	125	41	14,4	3,5	1,38	1,3

Параллельный алгоритм метода Булеева для поставленной задачи работает корректно в том случае, если не используется разбиение области по оси Ox и тем самым допускает использование лишь 1D и 2D-декомпозиции.

В таблице 1 приведено время в секундах, требующиеся для сходимости рассматриваемых методов к решению с заданной точностью и показано, что методы сопряженных направлений на два порядка более эффективны при решении задачи предложенной для тестирования.

На основе полученных результатов для методов решения систем линейных алгебраических уравнений, сделан вывод, что более эффективными с точки зрения ускорения и скорости сходимости являются методы сопряженных направлений. При этом выбор используемого метода должен определяться поставленной задачей. Так наиболее предпочтительным вариантом для задач обтекания является равномерно и монотонно сходящийся метод сопряженных градиентов с предобуславливанием методом Зейделя с красно-черным упорядочиванием.

Таблица 2 – Время счета (2D-декомпозиция) для случая моделирования ламинарного течения в канале на сетке 120x120x30

Число процессов	1	4	16	25	64	100
Время счета, час	38,68	23,34	2,86	1,12	0,83	0,81

Использование многопроцессорной вычислительной техники позволило сократить время вычислений при решении описанного класса задач с нескольких суток до нескольких часов в зависимости от размера исследуемой области. В таблице 2 представлено время работы (в часах) параллельной программы для различного количества процессорных элементов, используемых при решении уравнений Навье-Стокса для ламинарного течения в канале (10000 шагов по времени). Заметим, что при проведении вычислений для турбулентных течений требуется около 100 000 – 500 000 шагов по времени.

4. Результаты моделирования

Тестирование предложенной математической модели осуществлялось на следующих задачах: течение в канале, обтекание цилиндра квадратного сечения. Результаты моделирования течения жидкости в канале при числе турбулентном Рейнольдса $Re_\tau = 180$ с использованием динамической модели вихревой вязкости показали хорошее согласование с экспериментальными данными и данным прямого численного моделирования.

Вычислительный эксперимент с обтеканием цилиндра квадратного сечения также показал наличие хорошего уровня согласования с экспериментальными данными [2]. Профиль продольной компоненты скорости, осредненной по пространству и времени, хорошо накладывается на данные измерений. На рисунке 3 представлены результаты расчетов изменения осредненной по времени продольной скорости потока вдоль оси, ориентированной по потоку и проходящей через середину поперечной плоскости расчетной области и турбулентные напряжения для пульсаций скорости v .

Сравнение результатов (рисунок 3) показывает, что схема Ван Лиры вносит свой вклад в подсеточное моделирование и позволяет достичь довольно точного согласования результатов численного эксперимента с измерениями для средних характеристик потока при использовании замыкания Смагоринского с постоянным коэффициентом. Однако лучших результатов удалось достичь при использовании направленной схемы QUICK для аппроксимации конвективных слагаемых в сочетании с динамическим замыканием для подсеточного моделирования (с осреднением вдоль однородных направлений).

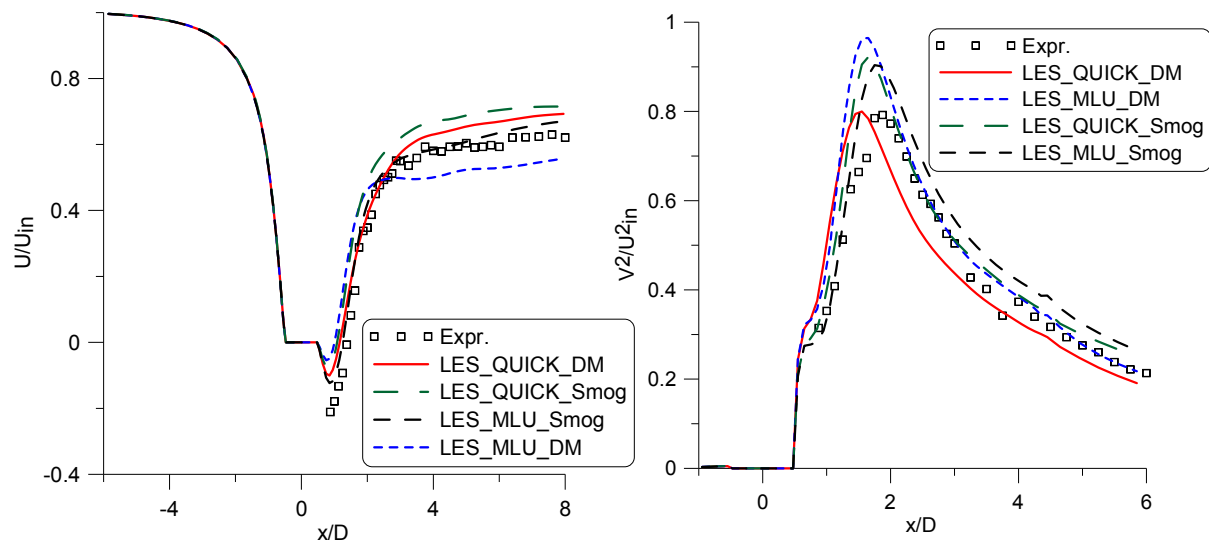


Рисунок 3 – Сравнение профиля средней скорости u при использовании схем аппроксимации конвективных слагаемых и подсеточных моделей рассматриваемых в данной работе (слева), турбулентные напряжения для пульсаций скорости v (справа)

Помимо этого проведено исследование турбулентного движения воздушных масс и распределения выбросов от автотранспорта для участка городской застройки. Получена картина турбулентного движения воздушных масс в городском квартале, а также распределение выхлопов от автотранспорта для различных вертикальных сечений и в виде изоповерхности концентрации примеси.

Список литературы

1. Germano M. A dynamic subgrid-scale eddy viscosity model / M. Germano, U. Piomelli, P. Moin, and W.H. Cabot // *Phys. Fluids. A*, – 1991, – P. 1760–1765.
2. Lyn D. A laser-Doppler velocimetry study of ensemble averaged characteristics of the turbulent near wake of a square cylinder / D. Lyn, S. Einav, W. Rodi et al. // *J. Fluid Mech.*, – 1995. – V. 304. – P. 285–319.