

Решение обратных задач для оценки опасности цунами

М.М. Лаврентьев

Институт математики СО РАН

e-mail: mmlavr@yahoo.com

Ан.Г. Марчук

Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН

e-mail: mag@omzg.sscs.ru

К.В. Симонов

Институт вычислительного моделирования СО РАН

e-mail: simonovkv@icm.krasn.ru

Во второй половине девяностых годов XX века появилась техническая возможность достаточно точной регистрации волн цунами в открытом океане. Это дало возможность получать мареограммы цунами без помех и искажений, которые привносятся береговыми эффектами (резкое усиление дисперсии и частичное отражение от материкового склона). В 1996 году реализована пробная постановка пяти глубоководных регистрирующих станций в северной части Тихого океана. Эти станции не были оснащены телеметрией и данные записывались каждой из станций на свой магнитный носитель. Через несколько месяцев все станции были извлечены со дна океана, а записи были расшифрованы. Оказалось, что все станции записали прохождение волн от довольно слабого Андриановского цунами. Возникла идея по этим записям попытаться восстановить истинный очаг этого цунами. Для этого нужно было провести расчеты от всевозможных очагов вблизи эпицентра, зарегистрированного сейсмической службой.

Так возникла идея создания базы данных, полученных в результате численных расчетов прямых задач распространения волн цунами от типичных для этой зоны субдукции очагов цунами. За таковой принималось начальное смещение поверхности дна, возникающее вследствие землетрясения магнитудой 7,5 с характерным сейсмическим механизмом. Предполагается, что практически любой очаг цунами, располагающийся в какой-либо из зон субдукции Тихого океана, может быть представлен как линейная комбинация из одного или нескольких таких «эталонных» источников. Всего таких источников в настоящее время насчитывается несколько сот по всему периметру Тихого океана. Их количество определяется длиной рассматриваемой цунамигенной зоны и средним расстоянием между тектоническими разломами, а центры располагаются вдоль зон субдукции в два ряда (один ряд ближе, а другой дальше от желоба) [1].

От каждого из «эталонных» («базисных») источников (рис. 1) произведен расчет распространения волн цунами во всей северо-восточной области Тихого океана. При этом получены и сохранены в базе данных FACTS синтетические мареограммы от всех таких источников во всех узлах расчетной области, в том числе и в узлах, наиболее близко расположенных к реальному местоположению глубоководных станций сети DART. Для восстановления реального очага цунами используются именно эти данные. Для численного расчета распространения волн цунами от каждого из этих источников применялась программа MOST [2]. После успешной пробной постановки станций PMEL NOAA (Тихоокеанская океанологическая лаборатория Службы погоды США) утвердила план создания сети станций для глубоководной регистрации цунами и установила такие станции в нескольких точках акватории Тихого и Атлантического океанов. Система DART обеспечивает высокое качество записи амплитуд цунами в открытом океане. Эти данные могут быть использованы для восстановления поля начального смещения водной поверхности в очаговой зоне.

Используя базу FACTS, группой сотрудников СО РАН и НГУ создана

автоматизированная система с пользовательским интерфейсом для определения очага цунами (в виде линейной комбинации нескольких «базисных» источников) по зарегистрированным станциями системы DART волновым сигналам (мареограммам) [3]. Эта автоматизированная система эффективно находит коэффициенты для базисных источников, что позволяет приближенно найти форму фактического вертикального смещения водной поверхности в очаговой области. Алгоритм строится на вычислении величины невязки между реальной мареограммой и линейной комбинацией синтетических мареограмм из базы данных FACTS за некоторый период времени. Как правило, этот промежуток составляет не более одного-двух полных периодов волны цунами, так как в оперативном режиме система не может позволить себе долгого «накапливания» волнового сигнала потому, что необходимо определить очаг (хотя бы приближенно) за возможно более короткое время.

Пусть мы имеем реальные записи уровня океана с нескольких (k примеру, N) глубоководных регистрирующих станций системы DART. Оператор получает в цифровом виде значения уровня океана в точках постановки этих станций через равные промежутки времени (например, через каждые 15 сек). Таким образом, оператор имеет N последовательностей чисел. В памяти компьютера хранятся также синтетические мареограммы из базы данных FACTS в точках постановки станций с тем же шагом по времени. Алгоритм производит минимизацию невязки между реальной мареограммой в каждом из приемников и линейной комбинацией синтетических мареограмм от базисных источников. Минимизация проводится в нормах $L1$ и $L2$. Это значит, что в первом случае суммируются модули разности между реальными значениями уровня океана и линейной комбинацией расчетных мареограмм от базисных источников по всем отсчетам в пределах выбранного временного интервала (например первого периода в каждом из приемников). Во втором случае суммируются квадраты разности и затем из суммы извлекается квадратный корень. Математически эти нормы можно записать в виде:

$$l_k(q_1, \dots, q_{50}) = \frac{1}{T} \sum_{i=1}^T \left| h(i) - \sum_{j=1}^{50} q_j h_j(i) \right| \quad (k=1, \dots, N), \quad (1)$$

$$m_k(q_1, \dots, q_{50}) = \frac{1}{T} \sqrt{\sum_{i=1}^T \left(h(i) - \sum_{j=1}^{50} q_j h_j(i) \right)^2} \quad (k=1, \dots, N). \quad (2)$$

Здесь T – количество временных отсчетов, в течение которых производится сравнение мареограмм, $h(i)$, $h_j(i)$ – значения высоты волны в реальной и синтетических мареограммах (j – номера базисных источников). Минимизация величин l_k и m_k ведется по значениям коэффициентов q_j ($j=1, \dots, 50$) для каждого приемника с номером k или сразу для нескольких или всех приемников ($k=1, \dots, N$). В этом случае минимизируется среднее арифметическое по всем рассматриваемым приемникам норм невязки l_k или m_k .

При численной реализации данного алгоритма считалось, что искомые коэффициенты q_j ($j=1, \dots, 50$) в линейной комбинации базисных источников ограничены с одной стороны нулевым значением, а с другой стороны значением $+6.0$, которое может достигаться только при очень сильном подводном землетрясении. Это ограничение не является обязательным, и было использовано лишь для ускорения работы алгоритма при его тестировании на данных слабого Андреановского цунами 1996 года. Еще одним параметром при численном нахождении оптимального набора коэффициентов q_j является величина шага перебора значений этих коэффициентов, от которой линейно зависит время работы программы. Оптимальным для быстрогодействия и точности вычисления коэффициентов является значение этого шага порядка $0,1-0,2$. Для более точного определения очага исторического цунами можно вести перебор с гораздо более мелким шагом.

В качестве конкретного примера проведём восстановление очага Курильского цунами 15.11.2006 методом подбора параметров источника по расчетной базе данных. На первом этапе вдоль всей Курило-Камчатской зоны субдукции (от Командорских островов до середины Японского острова Хонсю) были установлены два ряда базисных источников цунами, каждый

из которых представляет собой поле смещений водной поверхности в результате подводного землетрясения с магнитудой 7.5 (рис. 2). Из всех записей этого цунами наибольшие амплитуды волны были зарегистрированы тремя глубоководными станциями, расположенными у Алеутских островов: DART 21414, DART 46408 и DART 46413 (рис. 3).

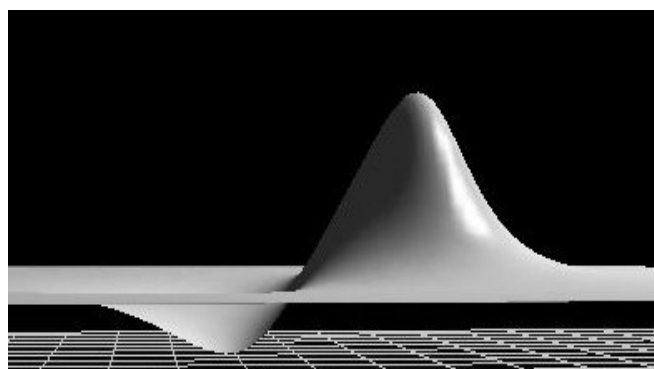


Рис. 1.

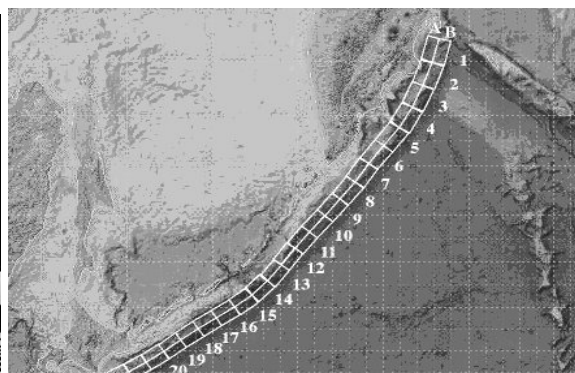


Рис. 2.

Предварительно проведены численные расчёты распространения цунами от каждого из 62-х базисных очагов до всех остальных точек расчётной сетки с детальностью примерно 4 географических минуты. В частности, из этой базы данных FACTS извлечены синтетические мареограммы от всех базисных источников Курило-Камчатской зоны до упомянутых выше трёх глубоководных станций системы DART.

Затем эти мареограммы вместе с реальными записями цунами 15.11.2006 загружены в автоматизированную систему определения очага цунами. Эта система в автоматическом режиме находит набор коэффициентов в линейной комбинации базисных источников, который даёт минимальную невязку в выбранной пользователем норме (из возможных двух) между записанными рассматриваемыми станциями волновыми сигналами и линейной комбинацией синтетических мареограмм от нескольких базисных источников. При этом, минимизация может вестись, как по данным одной регистрирующей станции, так и сразу нескольких. Интервал минимизации выбирается от момента регистрации волны ближайшим из рассматриваемых регистраторов до момента окончания первого периода волны. Если рассматриваются данные нескольких станций, то этот момент определяется окончанием первого периода цунами в наиболее удалённой от очага глубоководной регистрирующей станции из числа рассматриваемых.

По данным сейсмической службы эпицентр землетрясения располагался где-то в районе пары базисных источников A12 и B12 (рис. 1). В таблице параметров базисных источников Курило-Камчатской зоны, которая взята из отчёта NOAA [1], эти источники поименованы, как «kiswa12» и «kizwb12». Поэтому при восстановлении очага этого цунами, наряду с упомянутой парой, в рассмотрение включены ещё три ближайших пары базисных источников: A11, B11, A13, B13, A14, B14. Рассчитанные мареограммы от этих восьми базисных источников в узлах расчётной сетки, ближайших к местам установки глубоководных станций DART 21414, DART 46408 и DART 46413, были загружены в автоматизированную систему определения очага для работы.

В результате работы системы, когда сравнивались комбинированные и реальные мареограммы в трёх рассматриваемых глубоководных регистрирующих станциях DART 21414, DART 46408 и DART 46413, был получен следующий два набор коэффициентов для базисных источников, дающий минимумы невязки как в норме $L1$, так и в норме $L2$:

$$5.25 \cdot A12 + 0.75 \cdot B12 + 3.0 \cdot A13 + 0.0 \cdot B13. \quad (3)$$

Сравнение реальной (нарисована черным цветом) и синтетической мареограммы от составного очага (изображена серым цветом) приводится на рис. 4. Величина невязки при этом составляет 0.1268 ($L2$), 0.096 ($L1$). Если максимальная высота зарегистрированной волны

составила примерно 6 сантиметров, то, как нетрудно видеть, величина невязки остаётся в пределах 2-3 % для нормы $L1$ и ещё меньше для нормы $L2$. Найденные наборы коэффициентов при использовании разных норм практически не отличаются друг от друга. Таким образом, восстановлен очаг цунами 15.11.2006, состоящий из четырёх базисных источников.

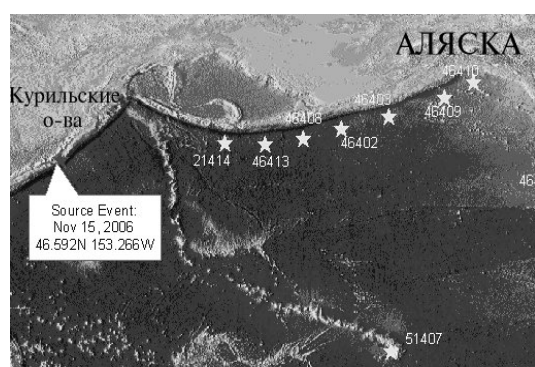


Рис. 3.

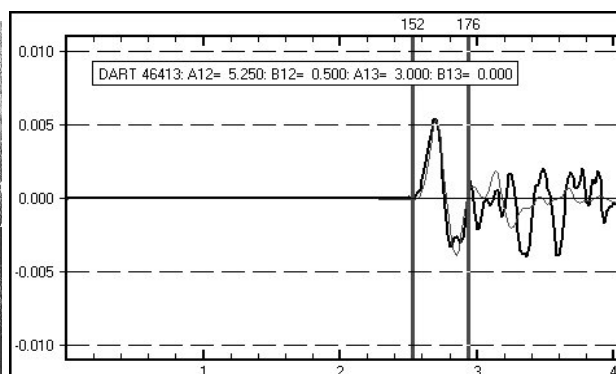


Рис. 4.

Параллельно, имея записи формы проходящей по глубокому океану волны цунами, появляется возможность приближённого определения формы и амплитуды начального смещения водной поверхности в очаговой зоне методом одномерного обращения волны вдоль луча. Это можно сделать в несколько этапов. На первом этапе сразу после регистрации волны двумя и более глубоководными станциями при помощи карт обратных изохрон определяется местоположение центра очага цунами. На втором этапе строится волновой луч, соединяющий глубоководную станцию с центром очага (рис. 5). При определении луча фиксируется также профиль морского дна вдоль его траектории. На третьем этапе решается обратная задача определения формы начальной волны, а именно, производится численный расчёт одномерного движения волны цунами от приёмника к источнику. При этом в качестве исходной волны используется волновой сигнал, записанный глубоководной регистрирующей станцией.

Общая длительность шагов по времени при расчёте равна времени распространения реальной волны из очага до регистратора. В результате одномерного расчёта находим приблизительный профиль начального смещения водной поверхности в очаге (рис. 6), амплитуда которого получается с точностью до коэффициента убывания (передаточной функции) высоты волны от очага до приёмника. Этот коэффициент может быть получен с помощью анализа геометрического расхождения волновых лучей из источника, или из анализа результатов предварительных вычислений распространения цунами от «базисных» очагов.

По данным сейсмического мониторинга координаты эпицентра этого землетрясения оцениваются, как 46,69 с.ш., 153,22 в.д. Требуется построить волновой луч, соединяющий точку эпицентра с точкой расположения глубоководной станции DART 21414. Численный расчёт времён добега цунами, необходимый для нахождения волнового луча, проводился на расчётной сетке, детальностью 4 географических минуты, в области, покрывающей всю северную часть Тихого океана (от 10-ти до 62-х градусов северной широты). Размеры расчётной области были 1652x1044 расчётных точек. Зная местоположение регистрирующей станции DART 21414, устанавливаем в ближайший узел расчётной сетки точечный источник цунами и вычисляем времена прихода волны во все остальные точки расчётной области. После этого нетрудно построить волновой луч (оптимальную траекторию) от регистрирующей станции до любой точки области, в том числе и до центра очага цунами (который совпадает с эпицентром цунамигенного землетрясения) [4].

Для одномерного численного расчёта распространения цунами вдоль найденного волнового луча необходимо знать распределение глубины вдоль него. После того, как луч определён, формируются одномерные массивы расстояний между узловыми точками, через которые проходит волновой луч и значений глубины в каждом из этих узлов. Одномерный алгоритм расчёта распространения цунами допускает неодинаковые шаги по пространству.

Поэтому не требуется пересчёт всех значений на равномерную сетку. Правая граничная точка является регистратором цунами, и во время расчёта значения на этой границе задавались в соответствии с записанной реальной мареограммой цунами.

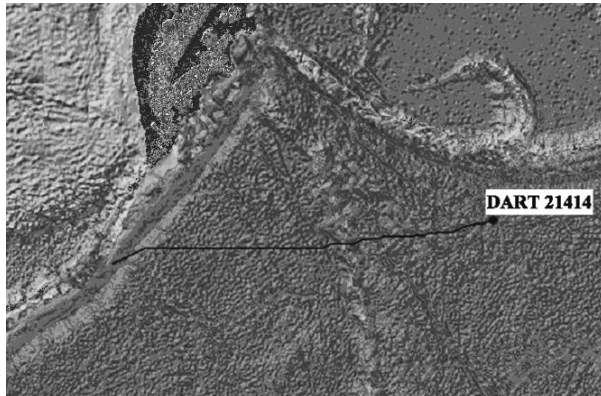


Рис. 5.

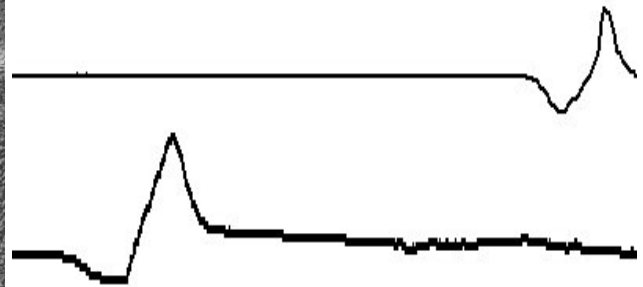


Рис. 6.

Опишем применяемый здесь метод численного расчёта распространения одномерной волны над неровным дном. Моделирование осуществляется в рамках модели мелкой воды. Для численного расчета распространения волны цунами использовалась модель, основанная на нелинейных уравнениях мелкой воды (в данном случае модель двумерная):

$$\begin{aligned} H_t + (uH)_x &= 0, \\ u_t + uu_x + gH_x &= gD_x, \end{aligned} \quad (4)$$

где $H(x, t) = \eta(x, t) + D(x, t)$, η – высота волны, отмеряемая от невозмущенного уровня, D – функция, описывающая рельеф дна, $u(x, t)$ – скорость вдоль потока воды, g – ускорение свободного падения. Приведённая модель мелкой воды хорошо описывает процесс распространения волн цунами в открытом океане при условии, что горизонтальные размеры подвижки океанического дна, генерирующие эту волну, значительно (на порядок) превосходят глубину океана в этом месте. Уравнения, записанные в инвариантной форме, имеют вид [2]

$$\begin{aligned} p_t + \lambda_2 p_x &= gD_x, & \lambda_{2,3} &= u \pm \sqrt{gH}. \\ q_t + \lambda_3 q_x &= gD_x. \end{aligned} \quad (5)$$

Здесь p и q – римановы инварианты исходной системы уравнений (4):

$$p = u + 2\sqrt{gH}, \quad q = u - 2\sqrt{gH}. \quad (6)$$

При численном решении будем использовать запись системы в каноническом виде, что позволяет более точно реализовать граничные условия для конечно-разностного аналога краевой задачи. Уравнения (5) решаются с помощью явной конечно-разностной схемы с центральными разностями. В нашем (одномерном) случае смешанная краевая задача ставится следующим образом. В начальный момент времени возвышение водной поверхности во всей области равно нулю. Затем на правой границе ставятся граничные условия

$$H(t) = D + \eta(t), \quad u(t) = \eta(t) \sqrt{\frac{g}{D}}, \quad t \in (0, T). \quad (7)$$

Здесь D – глубина на правой границе области, $\eta(t)$ – возвышение свободной поверхности над невозмущенным уровнем, зарегистрированное глубоководным регистратором цунами, T – период зарегистрированной волны, g – ускорение силы тяжести. Граничные значения толщины водного слоя H и горизонтальной скорости u соответствующим образом (6) пересчитываются в значения инвариантов, участвующих в расчётных формулах разностной схемы. В результате получим решение пространственно одномерной задачи для функций u, H . Пусть первый период зарегистрированной реальной волны цунами находится во временном интервале $(T1, T2)$ ($T=0$ –

момент начала процесса генерации цунами, т.е. момент землетрясения). Записанную мареограмму волны разворачиваем относительно времени. Это значит, что началом волнового сигнала будет окончание первого периода волнового сигнала. И наоборот, начало записи является окончанием этой «обратной» волны цунами. Полученный обращённый сигнал используется в качестве вертикального смещения в граничных условиях на правой границы в интервале времени $(-T_2, -T_1)$. В момент времени $t=-T_1$ движение воды на правой границе прекращается и ставится условие свободного выхода волны, которое идентично формулам (7), с той лишь разницей, что в качестве высоты волны в граничной точке используется величина возвышения водной поверхности $\eta(t)$ в ближайшем к границе расчётном узле.

В результате численного расчёта одномерного распространения волны над дном, соответствующим распределению глубин вдоль найденного волнового луча, профиль волны в нулевой момент времени будет соответствовать (с точностью до некоторого коэффициента) начальному смещению водной поверхности. Анализируются профили волны сразу после её генерации с помощью граничных условий на правой границе (вверху) и в момент её прихода в область очага цунами (начального смещения водной поверхности в момент времени $t=0$). Как результат, получается приблизительный профиль очага цунами. Причём сечение производится по направлению, которое имеет волновой луч, вблизи центра очага. Ввиду того, что длина восстановленной волны почти в два раза больше, чем размер базисных источников цунами, делается вывод, что в генерации задействованы две пары базисных источников. Исходя из местоположения эпицентра землетрясения и времени прихода цунами, активными источниками являются A12, B12, A13 и B13.

Базисные источники являются частично пересекающимися (особенно источники A и B с одинаковым номером). Поэтому сумма смежных источников, например, A12+B12, даёт результирующий очаг примерно в два раза большей высоты начального смещения водной поверхности по сравнению с A12 или B12. Учитывая то, что базисный источник A12 или A13, имеющие начальную высоту около 35 см, даёт в регистраторе DART21414 результирующую волну высотой примерно 0,9 см, можно оценить коэффициент ослабления волны (за счёт расхождения волновых лучей и других факторов) величиной 0,026. Таким образом, если в реальности этим регистратором зарегистрирована волна цунами высотой 5,9 см, то, учитывая участие в генерации двух пар смежных базисных источников, можно оценить высоту в очаге величиной

$$H_0 = 0.5 \frac{5.9}{0.026} \approx 113.5 \text{ см.} \quad (8)$$

Таким образом, максимум начального смещения в очаге размером примерно 200x100 км оценивается в 114 см. Выполнено сравнение результатов восстановления двумя приведенными здесь методами (формулы (3) и (8)), и оба они дают примерно одинаковую амплитуду в очаге цунами 15 ноября 2006 года.

Список литературы

1. Gica E., M. Spillane, V.V. Titov, C. Chamberlin, J. Newman DEVELOPMENT OF THE FORECAST PROPAGATION DATABASE FOR NOAA's SHORT-TERM INUNDATION FORECAST FOR TSUNAMIS (SIFT) // NOAA Technical Memorandum OAR PMEL-139, Pacific Marine Environmental Laboratory, Seattle, WA, March, 2008.
2. Titov V.V., Gonzalez F.I. Implementation and testing of the method of splitting tsunami (MOST) model // NOAA Technical Memorandum ERL PMEL - 112, 1997.
3. Bezhaev A.Yu., Lavrentiev M.M. (jr), Marchuk An.G., Titov V.V. Tsunami source determination using deep ocean wave records // Bulletin of the Novosibirsk Computing Center. Series: Mathematical Modeling in Geophysics. Issue: 11 (2006). NCC Publisher. Novosibirsk
4. Марчук Ан.Г. Метод решения краевой задачи для волновых лучей в неоднородных средах // Труды Международной конференции Математические Методы в Геофизике. ММГ-2003, Новосибирск 2003., ИВМиМГ (ВЦ) СО РАН, Новосибирск, 2003, Часть 1.