

# МОДЕЛИРОВАНИЕ ЗАДАЧИ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ ИНТЕНСИВНОСТЬЮ ПОДАЧИ РЕАГЕНТА ПРИ ДОБЫЧЕ МИНЕРАЛОВ МЕТОДОМ ПОДЗЕМНОГО ВЫЩЕЛАЧИВАНИЯ

АЛИБАЕВА К.А., КАЛТАЕВ А.

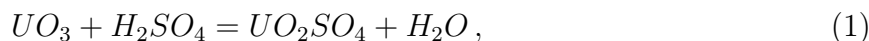
*Казахский национальный университет имени аль-Фараби, Алматы, Казахстан*  
e-mail: Karlygash.Alibaeva@kaznu.kz

In the present work modeling of process of in-situ leach mineral mining (ISL) is considered. As a mineral, uranium is considered and the sulfuric acid is used as a solvent reagent in the governing reaction, describing of uranium leaching process. Extraction degree of layer strongly depends on the input reagent concentration and the arrangement of wells at the in-situ leaching of minerals. Therefore, solution of optimization problem of mineral leaching process is reduced to solving two problems, one of which is a problem of optimal control the intensity of reagent supply, and another – optimal arrangement of wells. In present paper the optimization of ISL process by controlling of the intensity of reagent supply is studied.

**Введение.** Процесс добычи минералов методом подземного выщелачивания (ПВ) заключается в закачке через закачные скважины растворителя в минералосодержащий пласт, фильтрации раствора сквозь рудное тело с избирательным растворением минерала и его переходом из твердой фазы в жидкую, и откачке минералосодержащего раствора через откачные скважины [1].

В качестве реагента при выщелачивании урана используют растворы серной кислоты, карбонат содержащих солей аммония, натрия, калия и т.д. Выбор реагента зависит от минералогических свойств рудных залежей. В Казахстане распространение получило сернокислотное выщелачивание.

**Математическая и численная модели.** Основная реакция для описания процесса выщелачивания урана сернокислотным раствором в схематизированной форме имеет вид [1, 2]



что объясняется хорошей растворимостью оксидов шестивалентного урана в растворах серной кислоты, в то время как минералы четырехвалентного урана и коффинита в условиях подземного выщелачивания практически не взаимодействуют с растворами серной кислоты без добавления окислителей в растворы.

При разработке эксплуатационных блоков методом ПВ, пласт находится в насыщенном состоянии, поэтому раствор можно принять несжимаемым. Процесс фильтрации несжимаемого раствора (жидкости) в пласте, содержащем растворяемый минерал, описывается законом сохранения массы и фильтрации (закон Дарси) [3]

$$\operatorname{div} \mathbf{v} = W, \quad (2)$$

$$\mathbf{v} = -\frac{k}{\mu} \operatorname{grad} p, \quad (3)$$

Подставляя уравнение (3) в уравнение (2) и произведя замену  $h = p/\rho g$ , можно получить уравнение для гидродинамического напора  $h$  в пласте в виде

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( K_{xx} \frac{\partial h}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( K_{yy} \frac{\partial h}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( K_{zz} \frac{\partial h}{\partial z} \right) = -W, \quad (4)$$

где  $\rho$  – плотность жидкости,  $K_{xx}, K_{yy}, K_{zz}$  – коэффициенты фильтрации (гидропроводности) соответственно по направлениям  $x, y, z$ ,  $W$  – сумма откачных и закачных скважин.

Ввиду низкой концентрации урана в пласте изменения пористости и плотности побочного продукта за счет растворения урана реагентом пренебрегаются. Система уравнений, описывающая массообменные процессы, протекающие при добыче урана методом подземного выщелачивания, запишется в виде [4]

$$\frac{\partial \bar{C}_m}{\partial t} = -\gamma \varepsilon C_R^0 \bar{C}_m \bar{C}_r \quad (5)$$

$$\frac{\partial \varepsilon \bar{C}_r}{\partial t} = \operatorname{div} (\varepsilon D \operatorname{grad} \bar{C}_r - \mathbf{V} \bar{C}_r) - \nu_1 \gamma \varepsilon C_m^0 \bar{C}_m \bar{C}_r - \sum_d Q_d \delta(x_d, y_d, z) \bar{C}_r + \sum_p Q_p \delta(x - x_{0p}, y - y_0, z) \quad (6)$$

$$\frac{\partial \varepsilon \bar{C}_p}{\partial t} = \operatorname{div} (\varepsilon D \operatorname{grad} \bar{C}_p - \mathbf{V} \bar{C}_p) + \nu_1 \gamma \varepsilon C_m^0 \bar{C}_m \bar{C}_r - \sum_p Q_p \delta(x - x_{0p}, y - y_0, z) \bar{C}_p, \quad (7)$$

где

$$\bar{C}_m = \frac{C_m}{C_m^0}, \quad \bar{C}_r = \frac{C_r}{C_r^0}, \quad \bar{C}_p = \frac{C_p \nu_1}{C_r^0 \nu_2}, \quad (8)$$

здесь  $\mathbf{V}$  – скорость фильтрации,  $\gamma$  – коэффициент характеризующий скорость реакции,  $C_m$  – концентрация урана в твердой фазе,  $C_r$  – концентрация, серной кислоты в растворе,  $C_p$  – концентрация полезного компонента (урана) в растворе,  $Q$  – дебиты скважин ( $Q_d < 0$  для откачивающих скважин,  $Q_p > 0$  для нагнетательных скважин),  $\varepsilon$  – пористость пласта,  $\nu_1 = \nu_r R / \nu_m M$ ,  $\nu_2 = \nu_p P / \nu_m M$ ,  $C_m^0$  – начальное содержание минерала в пласте,  $C_m^0$  – начальная концентрация минерала в твердой фазе,  $C_r^0$  – концентрация реагента на откачной скважине,  $D_{i,j}$  – коэффициент гидродисперсии, определяемый следующим образом

$$\begin{cases} D_{xx} = \frac{\alpha_l u^2}{|V|} + \frac{\alpha_t v^2}{|V|} + \frac{\alpha_t w^2}{|V|} + D^* \\ D_{yy} = \frac{\alpha_l v^2}{|V|} + \frac{\alpha_t u^2}{|V|} + \frac{\alpha_t w^2}{|V|} + D^* \\ D_{zz} = \frac{\alpha_l w^2}{|V|} + \frac{\alpha_t u^2}{|V|} + \frac{\alpha_t v^2}{|V|} + D^* \end{cases} \quad (9)$$

где  $\alpha_l, \alpha_t$  – коэффициенты продольной и поперечной дисперсии,  $D^*$  – коэффициент молекулярной диффузии.

Уравнения (5) – (7) решаются при следующих начальных и граничных условиях: в начальный момент известно распределение минерала в пласте, концентрация раствора и растворенного полезного компонента отсутствуют

$$\begin{aligned} C_m|_{t=0} &= C_m^0, & C_r|_{t=0} &= C_r^0, & C_p|_{t=0} &= C_p^0 \\ C_m|_S &= 0, & C_r|_S &= 0, & C_p|_S &= 0 \end{aligned} \quad (10)$$

При подземном выщелачивании степень выработки пласта сильно зависит от входной концентрации реагента и расположения сети скважин. Поэтому решение задачи оптимизации процесса выщелачивания минерала сводится к решению двух задач, одной

из которых является задача оптимального управления интенсивностью подачи реагента и другой оптимальное расположение сети скважин.

В ходе выщелачивания, когда расположения скважин уже известно, происходящим в пласте процессом можно управлять только входной концентрацией реагента на закачной скважине. Поэтому в рассматриваемой работе в качестве управления взята концентрация реагента  $C_r^0$ . Управляя значениями концентрации реагента  $C_r^0$  на закачной скважине, исследовано изменение значения минерала в жидкой фазе  $C_p^0$ . При этом задаваемая на закачной скважине величина концентрации реагента не должна превышать определенного максимального значения. Соответственно, задача оптимального управления процессом сводится к управлению интенсивностью подачи реагента на нагнетающей скважине.

На значения входной концентрации реагента налагается два ограничения:

1. неравенство, ограничивающее величину концентрации реагента на каждой закачной скважине

$$0 \leq C_{rk}^0(t) \leq C_{r \max}^0, \quad (11)$$

2. равенство суммарной концентрации реагента на всех закачных скважинах определенному значению в каждый момент времени  $t$

$$\sum_k \int_0^T C_{rk}^0(t) dt = C_R \quad (12)$$

где  $k$  – количество закачных скважин.

Целевая функция для данной задачи имеет вид

$$f = \sum_d \int_0^T C_p(x_d, y_d, t) dt \Rightarrow \max \quad (13)$$

где  $d$ - количество откачных скважин,  $C_p$ - концентрация минерала в жидкой фазе.

Алгоритм решения задачи таков: задается начальное приближение  $C_r^0$ , решается прямая задача, которая подразумевает решение системы уравнений, описывающих процесс растворения минерала из продуктивного пласта при фильтрации реагентосодержащего раствора, в частности: уравнение для гидродинамического напора (4) решается с использованием итерационного метода верхней релаксации, поле скоростей определяется из закона Дарси (2), система уравнений растворения минерала (5), переноса жидкого раствора (6) и растворенного минерала (7) решается совместно схемой Кранка-Никольсона. По найденным значениям концентрации полезного компонента вычисляется целевая функция (13).

Далее решается обратная задача, в которой с помощью программного пакета вычисляется градиент целевой функции  $\nabla f$ . Используя результаты прямой и обратной задачи, решается оптимизационная задача (11)-(13), посредством которой определяется оптимальные значения интенсивности подачи реагента на закачной скважине.

При моделировании выщелачивания урана раствором серной кислоты рассмотрены линейное и гексагональное распределения скважин. В силу того, что на месторождениях зачастую используются линейная схема расположения скважин, тестовый расчет проведен для блока месторождения шириной 20 м. и длиной 40 м., состоящего из трех скважин: двух закачных и одной откачной (Рисунок 1а).

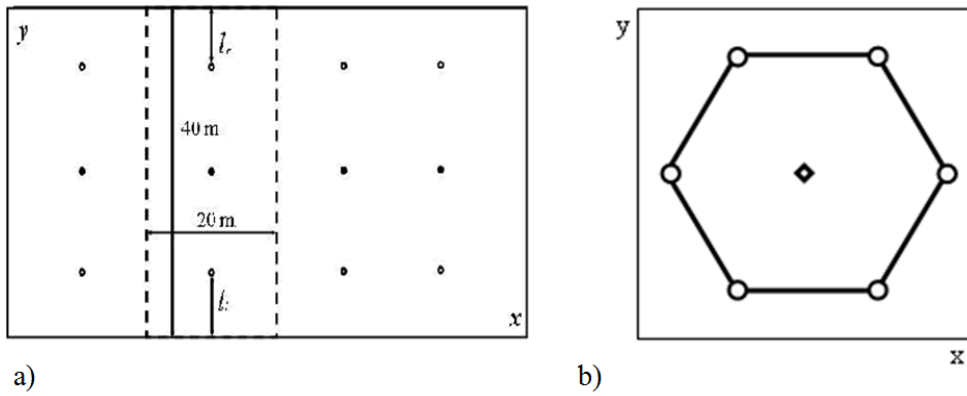


Рис. 1. Схематический рисунок рассматриваемой области: а) линейное расположение сети скважин в случае 3-х скважин: по краям – закачивающие, по середине – откачивающая; б) гексагональное расположение сети скважин: по краям – закачивающие, по середине – откачивающая

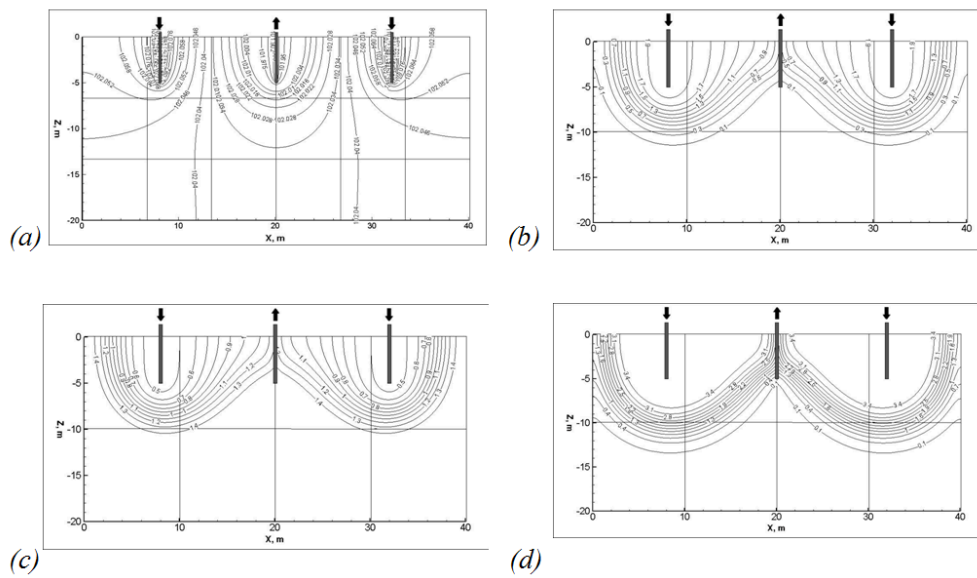


Рис. 2. Распределение давления и изолинии концентрации: а) распределение давления, б) ре-агент, с) минерал в твердой фазе, d) полезный компонент в жидкой фазе, при  $t = 100$  сут. (вертикальное сечение вдоль скважины).

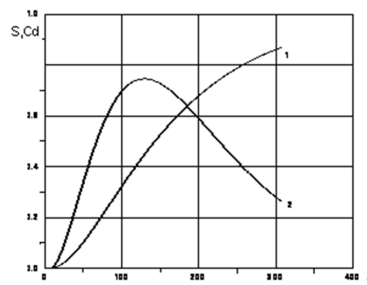


Рис. 3. Зависимость степень выработки пласта и концентрации минерала на откачной скважине со временем для случаев гексагонального расположения скважин: 1 - степень выработки месторождения; 2 - относительные концентрации минерала на откачной скважине

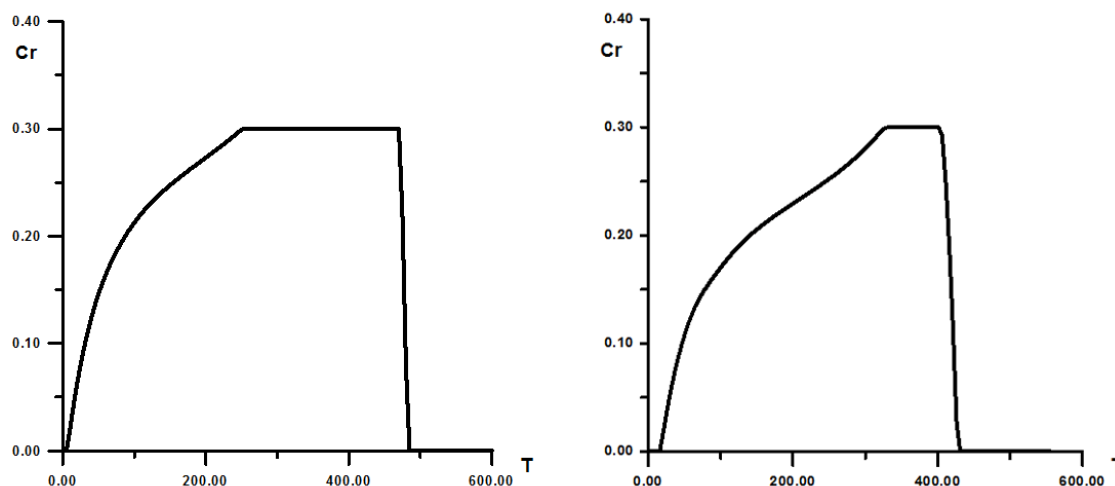


Рис. 4. Оптимальные значения концентрации реагента на закачных скважинах при разных ограничениях.

На рисунке 2 приведены распределения давления и изолинии концентраций реагента, минерала в твердой фазе и полезного компонента в жидкой фазе, при  $t = 100$  сут. (вертикальное сечение вдоль скважины).

На рисунке 3 приведена зависимость степени выработки пласта и концентрации минерала на откачной скважине со временем для случаев гексагонального расположения скважин. Схема показывает, что при 70%-ном извлечении концентрация минерала на откачной скважине доходить до максимального значения, и при дальнейшем извлечении минерала за счет добывания концентрация минерала уменьшается.

На рисунке 4 (а) и (б) представлены оптимальные значения концентрации реагента на закачных скважинах при выполнении ограничений (11) и (12) соответственно.

**Заключение.** В данной работе разработана модель оптимизационной задачи для физико-химического процесса, происходящего в минералосодержащем пласте при ПВ минерала.

В результате численных исследований получены гидродинамический напор и поле скоростей в пласте под действием сети скважин, распределения концентраций реагента, минерала в твердой и жидкой фазе. Получены оптимальные значения концентрации реагента на закачных скважинах. Исследовано влияние интенсивности подачи реагента на степень извлечения и время извлечения минерала при добыче минерала методом подземного выщелачивания.

Созданная модель для определения оптимальных режимов подачи раствора при добыче урана может применяться и для месторождений других полезных ископаемых, разрабатываемых методом подземного скважинного выщелачивания.

## Список литературы

- [1] Добыча урана методом подземного выщелачивания / под ред. Мамилова.М.: Атомиздат, 1980. 248 с.
- [2] Шестаков В.М. Гидрогеодинамика.М.: Изд-во МГУ, 1995. 368 с.

- [3] БАРЕНБЛАТТ Г.И., ЕНТОВ В.И., РЫЖИК В.М. Движение жидкостей и газов в природных пластах. М.: Недра,1984г. 211 с.
- [4] ДАНАЕВ Н.Т., КОРСАКОВА Н.К., ПЕНЬКОВСКИЙ В.И. Массоперенос в прискважинной зоне и электромагнитный каротаж пласта. А.: Казах университети, 2005. 180 с.
- [5] О динамике подземного выщелачивания полезных ископаемых на основе математического и физического моделирования / В.С. Голубев, В.А. Грабовников, Г.Н. Кричевец и др. В кн.: Математическое и физическое моделирование рудо-образующих процессов. М., 1978, с. 122-142
- [6] MT3DMS: A Modular Three-Dimensional Multispecies Transport Model for Simulation of Advection, Dispersion, and Chemical Reaction of Contaminants in Groundwater Systems; Documentation and User's Guide, by Chunmiao Zheng, P. Patrick Wang, Department of Geological Sciences, University of Alabama,1999,160 p.
- [7] DAVID G. LUENBERGER. Linear and nonlinear programming. Stanford University. 1984.
- [8] АТТЕКОВ А.В., ГАЛКИН С.В., ЗАРУБИН В.С. Методы оптимизации. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э.Баумана, 2003.