

**СБОРНИК ТЕЗИСОВ  
IX МЕЖДУНАРОДНОЙ МОЛОДЕЖНОЙ  
ШКОЛЫ-КОНФЕРЕНЦИИ  
“ТЕОРИЯ И ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ  
ОБРАТНЫХ И НЕКОРРЕКТНЫХ ЗАДАЧ”,  
ПОСВЯЩЕННОЙ 85-ЛЕТИЮ СО ДНЯ РОЖДЕНИЯ  
АКАДЕМИКА М.М. ЛАВРЕНТЬЕВА**

Под редакцией С.И. Кабанихина, Н. С. Новикова и М. А. Шишленина

Новосибирск, Академгородок, 26 июня - 2 июля 2017 года

## Содержание

- Алимова А.Н., Касенов С.Е.  
*Оценка условной устойчивости задачи Дирихле для волнового уравнения* ... С.7
- Антохин П.Н., Пененко А.В., Антохина О.Ю.  
*Исследование эффективности оптимизационного алгоритма решения обратной задачи с использованием данных о вертикальном распределении концентраций примеси для модели адвекции-диффузии* ..... С.8
- Арбузов Э.В.  
*Применение полиномов Бернштейна к решению обратных задач оптики* ... С.9
- Афанасьева Т.А., Пермяков П.П., Варламов С.П., Скрыбин П.Н.  
*Восстановление граничных условий теплообмена на поверхности грунта методом обратных задач* ..... С.10
- Баканов Г.Б.  
*Исследование дискретных аналогов двумерных задач интегральной геометрии с весовой функцией* ..... С.11
- Бандман О.Л.  
*Проблемы параллельной реализации стохастических клеточно-автоматных моделей естественных процессов* ..... С.12
- Begmatov A.N.  
*Inversion of ray transform with incomplete data in  $N$ -dimensional space and the problem of analytic continuation* ..... С.13
- Бегматов А.Х., Бектемиров И.Т.  
*Обобщённое преобразование Радона на семействе конусов в трёхмерном пространстве* ..... С.14
- Begmatov A.N., Djaikov G.M.  
*Numerical investigation of the problem of determining the internal structure of an object by means of integral data over line segments* ..... С.15

с.2 СБОРНИК ТЕЗИСОВ IX МОЛОДЕЖНОЙ ШКОЛЫ...

Белов С.Ю.

*Методы решения задач физики атмосферы по определению характеристик отражающей поверхности эффективного дифракционного экрана при распространении радиосигнала в канале Земля-Ионосфера в коротковолновом диапазоне радиоволн* ..... С.16

Богачев И.В., Лапина П.А.

*О проекционном методе идентификации характеристик неоднородной пластины Тимошенко* ..... С.18

Бондарев Э.А., Рожин И.И., Аргунова К.К.

*Идентификация математических моделей добычи и транспорта природного газа* ..... С.19

Bondarenko A.V., Velker N.N., Forgang S.W., Dashevsky Yu.A.

*Electrical impedance of two rings coaxially placed on a metal core and imbedded in a cylindrically layered medium* ..... С.20

Васильева М.В.

*Решение обратной задачи для многомасштабного метода конечных элементов* С.21

Васин В. В., Беляев В. В.

*Модификация метода Тихонова при раздельном восстановлении компонент решения* ..... С.22

Гласко Ю.В.

*Алгоритм для обратной задачи гравиметрии* ..... С.23

Гришина А.А., Пененко А.В.

*Построение модифицированной схемы вариационного усвоения данных* .... С.24

Деревцов Е.Ю.

*Структура тензорных полей, лучевые преобразования и формулы обращения в тензорной 2D-томографии* ..... С.25

Дударев В.В., Мнухин Р.М.

*О двух обратных задачах для цилиндрических тел* ..... С.26

- Yemolenko D.V., Krivorotko. O.I.  
*A parameter identification problem and optimal treatment control for the mathematical model of HIV dynamics* ..... С.27
- Ефимова А.М., Васильев В.И.  
*Вычислительная идентификация граничного условия задач теплопереноса* С.28
- Желтухин В.С., Соловьёв С.И., Соловьёв П.С.  
*Конечномерная аппроксимация задачи баланса частиц высокочастотного индукционного разряда* ..... С.29
- Карабанова О.В.  
*Конечномерный регуляризованный итерационный метод решения нерегулярных операторных уравнений* ..... С.30
- Касенов С.Е.  
*Численное решение обратной задачи для уравнения Гельмгольца* ..... С.31
- Кириленко А.В.  
*Об одном подходе к решению задачи межскважинного просвечивания* ..... С.32
- Ключинский Д. В., Годунов С.К.  
*Экспериментальное исследование разностных моделей газовой динамики с ударными волнами* ..... С.33
- Кокурин М.М.  
*Разностная схема для задачи Коши с дробной производной Капуто в банаховом пространстве* ..... С.34
- Кокурин М.М.  
*Степенные оценки скорости сходимости одного класса разностных схем для некорректной задачи Коши 2-го порядка в гильбертовом пространстве* .. С.35
- Кокурин М.Ю.  
*Условно корректные экстремальные задачи и оценки погрешности методов регуляризации* ..... С.36

Koldaev D.A., Bocharov O.B.  
*The influence of invasion zone peculiarities near horizontal wells on the interpretation of resistivity logs* ..... С.37

Латышенко В.А., Криворотько О.И., Кабанихин С.И.  
*Численное решение и анализ обратной задачи для одной математической модели иммунологии* ..... С.38

Лифенко В.И., Воронов Д. А., Кабанихин С.И.  
*Анализ идентифицируемости математической модели секреции и кинетики С-пептида* ..... С.39

Титов А.В., Лаходынова Н.В.  
*Диагностика повреждений дорожного полотна по мобильным видеоизмерениям* ..... С.40

Мальцева С.В.  
*Алгоритм восстановления разрывов векторного поля по его экспоненциальным лучевым преобразованиям* ..... С.41

Мамонтов А.Е., Прокудин Д.А.  
*Глобальная разрешимость начально-краевой задачи для одномерных уравнений динамики многоскоростных смесей* ..... С.42

Марков С.И., Иткина Н.Б.  
*Решение задачи идентификации объёмного теплового источника при капиллярной пропитке пористых сред* ..... С.43

Марчук Ан.Г.  
*Современные подходы к решению обратных задач распространения цунами* С.44

Бердников В.С., Митин К.А.  
*Нестационарный сопряженный конвективный теплообмен в горизонтальном слое жидкости при подогреве снизу* ..... С.45

Гусельникова О.О., Бердников В.С., Митин К.А.  
*Нестационарный конвективный теплообмен при возникновении плавучей струи над линейным источником тепла* ..... С.46

- Новиков Н.С., Медведев И.Н.  
*Решение коэффициентной обратной задачи для гиперболического уравнения с помощью методов статистического моделирования* ..... С.47
- Пененко А.В.  
*Численные алгоритмы усвоения данных для моделей переноса и трансформации примесей в атмосфере* ..... С.48
- Перевалова Е.Г.  
*Обратная задача восстановления параметров движения уединённых волн* С.49
- Попов С.В., Николаев Н.Н.  
*Обратные задачи для уравнений третьего порядка* ..... С.50
- Приходько А.Ю., Шишленин М.А.  
*Определение некоторых параметров нефтяного месторождения по дополнительным измерениям температуры и давления в скважине* ..... С.51
- Савчук А.М.  
*Задача восстановления потенциала оператора Штурма-Лиувилля по конечному набору спектральных данных* ..... С.52
- Самсонов А.А., Соловьёв С.И., Соловьёв П.С.  
*Численное моделирование собственных колебаний оболочки с грузами* ..... С.54
- Сатыбаев А.Дж., Анищенко Ю.В., Кокозова А.Ж., Алимканов А.А.  
*Единственность решения двумерной прямой задачи волнового процесса с мгновенным и шнуровым источниками* ..... С.55
- Смирнов Д.Д., Иванов А.А.  
*Использование комплекса программ AMIKS для численного анализа стохастического уравнения теплопроводности методом Монте-Карло на суперкомпьютере* ..... С.56
- Соболева О.В.  
*Численное решение обратной экстремальной задачи для нелинейного уравнения диффузии-реакции при условии Дирихле на границе* ..... С.57

Соловарова Л.С. <i>Коллокационно-вариационные разностные схемы для дифференциально-алгебраических уравнений</i> .....	С.58
Соловьёв П.С., Соловьёв С.И., Самсонов А.А. <i>Аппроксимация самосопряжённых задач на собственные значения с нелинейной зависимостью от спектрального параметра</i> .....	С.59
Соловьёв С.И., Соловьёв П.С., Самсонов А.А. <i>Метод итерации подпространства решения нелинейных задач на собственные значения</i> .....	С.60
Стогний П.В., Петров Д.И. <i>Исследование влияния ледовых структур в шельфовой зоне Арктики на синтетические сейсмограммы при численном трёхмерном моделировании</i> .....	С.61
Токмагамбетов Н.Е., Тлеулесова А.М. <i>Теорема единственности обратной краевой задачи</i> .....	С.62
Филатов В.В. <i>Обратные задачи электроразведки и структурные особенности среды</i> ....	С.63
Chirkunov Yu. A. <i>Nonscattering acoustic inhomogeneities in medium with a spherical stratification</i>	С.65
Shushakov O.A. <i>Forward problem of magnetic resonance, considering effect of formation electrical conductivity, microstructure, and the Bloch-Siegert effect</i> .....	С.66
Япарова Н.М. <i>Численный метод решения обратной граничной задачи теплопроводности для квазилинейного уравнения</i> .....	С.67

## ОЦЕНКА УСЛОВНОЙ УСТОЙЧИВОСТИ ЗАДАЧИ ДИРИХЛЕ ДЛЯ ВОЛНОВОГО УРАВНЕНИЯ

Алимова А.Н.<sup>1</sup>, Касенов С.Е.<sup>2</sup>

<sup>1</sup> *Казахский национальный исследовательский технический университет  
имени К.И. Сатпаева, Алматы*

<sup>2</sup> *Казахский национальный университет имени аль-Фараби, Алматы  
anic2002@mail.ru, Syrym.Kassenov@kaznu.kz*

Рассмотрим задачу Дирихле для волнового уравнения в области  $\Omega = \{(x, t) : x \in (0, \pi), t \in (0, T)\}$  [1]:

$$\begin{aligned} (1) \quad & u_{tt} = u_{xx}, \\ (2) \quad & u(0, t) = u(\pi, t) = 0, \\ (3) \quad & u(x, 0) = 0, \\ (4) \quad & u(x, T) = f(x). \end{aligned}$$

**Прямая и обратная задача.** Рассмотрим некорректную задачу (1)–(4), как обратную, к следующей прямой (корректной) задаче.

В области  $\Omega$  требуется определить  $u(x, t)$  по заданной  $q(x)$  из соотношений:

$$\begin{aligned} (5) \quad & u_{tt} = u_{xx}, \\ (6) \quad & u(0, t) = u(\pi, t) = 0, \\ (7) \quad & u(x, 0) = 0, \\ (8) \quad & u_t(x, 0) = q(x). \end{aligned}$$

В прямой задаче (5)–(8) требуется определить  $u(x, t)$  по заданной  $q(x)$ .

Обратная задача заключается в определении функции  $q(x)$ , из соотношений (5)–(8), по дополнительной информации о решении прямой задачи (5)–(8)

$$(9) \quad u(x, T) = f(x).$$

**Теорема 1** (М.М.Лаврентьев, Л.Я.Савельев, 2010 [2]). Пусть для некоторых  $q(x), f(x) \in H^2(0, \pi)$  функция  $u(x, t) \in H^2((0, \pi) \times (0, T))$  является решением задачи (1)–(4), тогда имеет место неравенство:

$$\int_0^\pi u^2(x, t) dx \leq e^{2t(T-t)} \cdot \left[ \int_0^\pi f^2(x) dx + \frac{1}{2} \int_0^\pi q^2(x) dx \right]^{\frac{t}{T}} \cdot \left[ \frac{1}{2} \int_0^\pi q^2(x) dx \right]^{\frac{T-t}{T}} - \frac{1}{2} \int_0^\pi q^2(x) dx$$

Работа выполнена при финансовой поддержке КН МОН РК №1746/ГФ4 «Теория и численные методы решения обратных и некорректных задач естествознания»

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- (1) *Kabanikhin S.I., Bektemesov M.A., Nurseitov D.B., Krivorotko O.I., Alimova A.N.* An optimization method in the Dirichlet problem for the wave equation. // *Journal of Inverse and Ill-Posed Problems.* – V.20. – N.2. – P.193–211.
- (2) *Лаврентьев М.М., Савельев Л.Я.* Теория операторов и некорректные задачи. // Новосибирск: Изд. Института математики. – 2010. – 2 изд.



**ИССЛЕДОВАНИЕ ЭФФЕКТИВНОСТИ ОПТИМИЗАЦИОННОГО  
АЛГОРИТМА РЕШЕНИЯ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ С  
ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ДАННЫХ О ВЕРТИКАЛЬНОМ  
РАСПРЕДЕЛЕНИИ КОНЦЕНТРАЦИЙ ПРИМЕСИ ДЛЯ МОДЕЛИ  
АДВЕКЦИИ-ДИФФУЗИИ**

Антохин П.Н.\* , Пененко А.В.\*\* , \*\*\*, Антохина О.Ю.\*

*\*Институт оптики атмосферы имени В.Е. Зуева СО РАН (Томск), Россия*

*\*\*Институт вычислительной математики и математической геофизики СО  
РАН (Новосибирск), Россия*

*\*\*\*Новосибирский государственный университет (Новосибирск), Россия  
apn@iao.ru*

Целью данной работы является численное исследование эффективности оптимизационного алгоритма решения обратной задачи восстановления вертикального распределения источника озона, для типичных сценариев образования его в атмосфере.

В работе были использованы оптимизационный алгоритм решения обратной задачи поиска источников (аналогично [1]) с добавлением стабилизатора в целевой функционал. Для исследования выбраны следующие источники: точечный источник на нижнем расчетном уровне с изменяющейся мощностью; приподнятый точечный источник с постоянной мощностью; приподнятый источник с изменяющейся высотой расположения максимума и постоянной мощностью; приподнятый точечный источник с изменяющейся мощностью. Расчёты проводились для ясного летнего дня с учетом суточной динамики пограничного слоя. Решая прямую задачу за сутки (24 часа) было получено 48 вертикальных профилей концентрации (через 30 мин.). При решении обратной задачи был проведен ряд расчетов с постепенным уменьшением числа используемых вертикальных профилей.

Результаты апробации алгоритма в указанных сценариях показали его эффективность. В силу некорректности задачи, ключевым параметром для качества восстановления оказался параметр регуляризации, наилучшие результаты были получены при его значении  $10^6$ . Относительная ошибка восстановления источника зависит числа используемых профилей и может меняться от 0.2 до 60%, при использовании 48 и 3 профилей, соответственно.

Работа выполнена при поддержке программы Президиума РАН №15, I.33П и П.2П/I.3-3, программы ОНЗ РАН, грантов РФФИ № 17-01-00137, №17-05-00374, №17-05-00119 и МК-8214.2016.1.

**СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ**

- (1) *Алифанов О. М., Артюхин Е. А., Румянцев С. В.* Экстремальные методы решения некорректных задач и их приложения к обратным задачам теплообмена М.: Наука., 1988

**Применение полиномов Бернштейна к решению обратных задач оптики**

Арбузов Э.В.

*Институт математики им. С.Л. Соболева СО РАН, Новосибирск  
arbuzov@math.nsc.ru*

Для решения обратной задачи восстановления фазовой функции по данным интерферометрии и гильберт-оптики, предложен численный метод решения, основанный на аппроксимации данных полиномами Бернштейна и построения квази-решения, зависящего от  $2(m+1)$  параметра, где  $m$  - степень соответствующего полинома. При этом учитывается полная информация об интенсивности регистрируемых полей, а не только положения экстремумов.

Данный класс задач описывается нелинейными операторными уравнениями I рода, которые моделируют результат воздействия на исходный сигнал оптических систем, преобразующих фазовые изменения зондирующих полей в изменения интенсивности.

Применение данного метода к решению уравнения Абеля (явная формула обращения неустойчива), позволяет решать фазовую проблему в случае осесимметричных объектов.

Разработанный пакет программ для восстановления фазы и определения физических параметров среды применялся при обработке экспериментальных данных для восстановления полей температуры и скорости термогравитационных плюмов над линейным источником [1], определения энергетических характеристик фазового перехода вода-лед [2], а также при исследовании термогравитационных плюмов над точечным источником и восстановления поля температуры пламени водорода.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- (1) В.А. Арбузов, Э.В. Арбузов, Ю.Н. Дубнищев, В.С. Бердников, О.С. Мелёхина. Визуализация фазовой структуры термогравитационной струи с реконструкцией температурного поля // Научная визуализация. Т. 9, №1, 2017. С. 112 - 123.
- (2) В.А. Арбузов, Э.В. Арбузов, Ю.Н. Дубнищев, В.С. Бердников, О.С. Мелёхина. Оптическая диагностика фронта кристаллизации, индуцированного температурным градиентом на верхней границе горизонтального слоя жидкости // Автометрия. Т.53, № 2, 2017. С. 39 - 44.

**ВОССТАНОВЛЕНИЕ ГРАНИЧНЫХ УСЛОВИЙ ТЕПЛООБМЕНА  
НА ПОВЕРХНОСТИ ГРУНТА МЕТОДОМ ОБРАТНЫХ ЗАДАЧ**

Афанасьева Т.А.\* , Пермяков П.П., Варламов С.П., Скрыбин П.Н.

*Институт мерзлотоведения им. П.И. Мельникова СО РАН, г. Якутск  
tatyana\_umka91@mail.ru*

Современное изменение климата и техногенез приводят к деградации многолетней мерзлоты. Для этого требуется достоверный численный прогноз термического режима грунтов с усовершенствованием граничных условий. Восстановление граничных условий промерзающих-протаивающих мерзлых грунтов относится к классу некорректных задач. Решение осуществляется специальными регуляризирующими алгоритмами, т.е. искомое решение задачи находится из минимума функционала невязки.

Показана работоспособность и достоверность предложенного алгоритма для расчетных модельных задач с точным решением. Рассмотрено влияние восстановления плотности теплового потока для точных значений входных температур при различных начальных приближениях искомых параметров и расположениях термических датчиков на разных глубинах. Точность восстановления не зависит от способа задания начальных значений искомых параметров и количества датчиков замера, таким образом для расчета достаточны данные одного термического датчика, расположенного вблизи поверхности грунта.

Используя предложенный алгоритм, осуществлено восстановление теплового потока на естественных и оголенных экспериментальных площадках. Рекомендовано использовать предложенный алгоритм для обработки экспериментально-вычислительных работ при моделировании термического состояния грунтов.

**СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ**

- (1) *Алифанов О.М., Артюхин Е.А., Румянцев С.В.* Экстремальные методы решения некорректных задач. – М.: Наука, 1998. – 288 с.
- (2) *Жирков А.Ф., Варламов С.П., Железняк М.Н.* Результаты годичного цикла наблюдений температурного режима грунтов в естественных условиях и при нарушении покровов // Материалы пятой конференции геокриологов России. – М.: Университетская книга, часть 6, 2016. С. 52 – 58.
- (3) *Павлов А.В., Перльштейн Г.З., Типенко Г.С.* Актуальные аспекты моделирования и прогноза термического состояния криолитозоны в условиях меняющегося климата // Криосфера земли. – 2010. – Т. XIV, № 1. С. 3 – 12.
- (4) *Пермяков П.П.* Идентификация параметров математической модели теплогапереноса в мерзлых грунтах. – Новосибирск: Наука, 1989. – 86 с.
- (5) *Самарский А.А., Вабищевич П.Н.* Численные методы решения обратных задач математической физики. – М.: Едиториал УРСС, 2004. – 480 с.

**Исследование дискретных аналогов двумерных задач интегральной геометрии с весовой функцией**

Баканов Г.Б.

*Университет Ахмеда Ясави, г.Туркестан, Казахстан  
galitdin.bakanov@ayu.edu.kz*

Отметим, что необходимость исследования дифференциально-разностных и конечно-разностных аналогов задач интегральной геометрии впервые было высказано академиком М.М.Лаврентьевым, сформулировано им как новое перспективное направление.

Новый период развития задач интегральной геометрии начался в 1966 году. Впервые М.М.Лаврентьевым и В.Г.Романовым [1] было показано, что ряд обратных задач для гиперболических уравнений сводятся к задачам интегральной геометрии. В дальнейшем теория задач интегральной геометрии получила развитие в работах Ю.Е.Аниконова, А.Л.Бухгейма, И.Н.Бернштейна, М.Л.Гервера, В.Р.Кирейтова, Р.Г.Мухометова, А.Х.Амирова, Д.С.Аниконова, В.А.Шарафутдинова и других авторов. Весьма общий результат по единственности и оценкам устойчивости для двумерной задачи интегральной геометрии для семейства кривых был получен Р.Г.Мухометовым [2]. Эти оценки устойчивости основаны на сведении задачи интегральной геометрии к эквивалентной ей краевой задаче для уравнения в частных производных смешанного типа.

В данной работе пользуясь методикой, предложенной в [3], исследованы конечно-разностные и дифференциально-разностные аналоги двумерных задач интегральной геометрии с весовой функцией для семейства кривых.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- (1) *Лаврентьев М. М., Романов В. Г.* О трех линеаризованных обратных задач для гиперболических уравнений. // Докл. АН СССР. –1966. - т. 171, № 6. - с. 1279-1281.
- (2) *Мухометов Р. Г.* О задаче интегральной геометрии. // Математические проблемы геофизики, вып. 6, ч. 2. – Новосибирск: ВЦ СО АН СССР, 1975. - с. 212-242.
- (3) *Кабанихин С. И., Баканов Г. Б.* Об устойчивости конечно-разностного аналога двумерной задачи интегральной геометрии. // Докл. АН СССР. - 1987. - т. 292, № 1. - с. 25-29.

**Проблемы параллельной реализации стохастических клеточно-автоматных моделей естественных процессов**

*О.Л.Бандман*

В связи с возрастающим интересом в науке и промышленности к процессам, происходящим на микро- и нано уровнях, возникает необходимость моделировать явления существенно нелинейные и разрывные, которые могут содержать фазовые переходы, а также происходить в пространстве со сложной прерывистой геометрией. Широкий класс таких явлений может быть представлен в виде множества взаимосвязанных простейших действий типа движений и превращений частиц вещества, называемых процессами типа "реакция-диффузия" которые моделируются стохастическими клеточными автоматами. В докладе обсуждаются проблемы параллельной реализации процесса моделирования на кластере, порождаемые необходимостью введения детерминизма для получения приемлемой эффективности параллельной реализации. Для получения количественных соотношений между эффективностью распараллеливания и режимами функционирования модели использовано понятие «стохастичности модели» (доли вероятностных элементарных операций при вычислении глобальных операторов). Показано противоречие между эффективностью параллельной реализации и стохастичностью модели. Предложены способы преодоления этого противоречия. Все умозрительные рассуждения и выводы подтверждены результатами моделирования процесса просачивания воды через образец почвы, используемый в модели в виде оцифрованной томограммы реального вещества.

**INVERSION OF RAY TRANSFORM  
WITH INCOMPLETE DATA IN N-DIMENSIONAL SPACE  
AND THE PROBLEM OF ANALYTIC CONTINUATION**

Begmatov A.H.

*Novosibirsk state technical university, Novosibirsk  
begmatov@ami.nstu.ru*

We study the problem of inversion of ray transform with incomplete data in  $n$ -dimensional Euclidean space ([1], see also [2, 3]). Uniqueness theorems and conditional stability estimates of logarithmic type for solutions of considered linear problems of integral geometry are obtained.

We consider also connected problem of analytic continuation [4] and present uniqueness theorem and stability estimates for this problem.

REFERENCES

- (1) *Begmatov Akbar H., Begmatov Akram H.* Inversion of the X-ray transform and the Radon transform with incomplete data // Integral Methods in Science and Engineering (Houghton, MI, 1998), Res. Notes Math., 418, Chapman&Hall/CRC, Boca Raton, Fl, pp. 51-56, 2000.
- (2) *Begmatov A. H.* Volterra-type integral geometry problems // Integral Methods in Science and Engineering (Houghton, MI, 1998), Res. Notes Math., 418, Chapman&Hall/CRC, Boca Raton, Fl, pp. 46-50, 2000.
- (3) *Begmatov A. H.* The uniqueness of a solution to a Volterra-type integral problem in the plane // Doklady Akademii Nauk, vol. 427, no. 4, pp. 439-441, 2009. English transl. in: Doklady Mathematics, vol. 80, no 1, pp. 528-530, 2009.
- (4) *Begmatov A. H.* // Inversion of X-ray Transforms with Incomplete Data in  $n$ -Dimensional Space // International forum on strategic technology, IFOST 2016, Novosibirsk, Russia, 1-3 June 2016: Conference proceedings. - Novosibirsk, pp. 99-101, 2016.

**ОБОБЩЕННОЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЕ РАДОНА  
НА СЕМЕЙСТВЕ КОНУСОВ В ТРЁХМЕРНОМ ПРОСТРАНСТВЕ**

Бегматов А.Х., Бектемиров И.Т.

*Новосибирский государственный технический университет, Новосибирск  
begmatov@ami.nstu.ru*

Рассматривается математическая модель задачи определения внутренней структуры трехмерного объекта по интегральным данным, полученным при томографическом сканировании с использованием конусной схемы [1]. Такие задачи являются задачами интегральной геометрии вольтерровского типа [2, 3].

В работе исследованы вопросы единственности и существования решения, получены явные формулы обращения. На основе этих формул получены оценки решения задачи в соболевских пространствах и разработаны алгоритмы ее устойчивого решения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- (1) *Begmatov A.H., Begmatov A.H.* Problems of integral geometry on curves and surfaces in Euclidean space // Ill-posed and Non-Classical Problems of Mathematical Physics and Analysis, Proceedings of the International Conference (Samarkand, Uzbekistan, 2000), VSP, Utrehct-Boston, pp.1-18, 2003.
- (2) *Begmatov A.H.* Volterra-type integral geometry problems // Integral Methods in Science and Engineering (Houghton, MI, 1998), Res. Notes Math., 418, Chapman&Hall/CRC, Boca Raton, Fl, pp. 46-50, 2000.
- (3) *3. Бегматов А. Х.* О единственности решения задачи интегральной геометрии вольтерровского типа на плоскости // Доклады Академии Наук, Т. 427, №4, с. 439-441, 2009.

**NUMERICAL INVESTIGATION OF THE PROBLEM OF  
DETERMINING THE INTERNAL STRUCTURE OF AN OBJECT BY  
MEANS OF INTEGRAL DATA OVER LINE SEGMENTS**

Begmatov A.H.<sup>1</sup>, Djaikov G.M.<sup>2</sup>

<sup>1</sup>*Novosibirsk state technical university, Novosibirsk*  
*begmatov@ami.nstu.ru*

<sup>2</sup>*Nukus Branch of the Tashkent University of Information Technologies, Nukus,*  
*Uzbekistan*

We study the problem of inversion of ray transform with incomplete data in  $n$ -dimensional Euclidean space ([1, 2], see also [3, 4]). Uniqueness theorems and conditional stability estimates of logarithmic type for solutions of considered linear problems of integral geometry are obtained.

We consider also connected problem of analytic continuation and present uniqueness theorem and stability estimates for this problem.

REFERENCES

- (1) *Begmatov Akbar H. and Begmatov Akram H.* Inversion of the X-ray transform and the Radon transform with incomplete data // Integral Methods in Science and Engineering (Houghton, MI, 1998), Chapman&Hall/CRC Res. Notes Math., 418, Chapman&Hall/CRC, Boca Raton, Fl, pp. 51–56, 2000.
- (2) *Begmatov A.H.* Inversion of X-ray transform with incomplete data in  $n$ -dimensional space // International forum on strategic technology, IFOST 2016, Novosibirsk, Russia, 1-3 june 2016: Conference proceedings. - Novosibirsk, pp. 99-101, 2016.
- (3) *Begmatov A.H.* Volterra-type integral geometry problems // Integral Methods in Science and Engineering (Houghton, MI, 1998), Chapman&Hall/CRC Res. Notes Math., 418, Chapman&Hall/CRC, Boca Raton, Fl, pp. 46–50, 2000.
- (4) *Begmatov A.H.* The uniqueness of a solution to a Volterra-type integral problem in the plane // Doklady Akademii Nauk, vol. 427, no. 4, pp. 439-441, 2009. English transl. in: Doklady Mathematics, vol. 80, no 1, pp. 528-530, 2009.



**Методы решения задач физики атмосферы по определению характеристик отражающей поверхности эффективного дифракционного экрана при распространении радиосигнала в канале Земля-Ионосфера в коротковолновом диапазоне радиоволн**

Белов С.Ю.

*Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, Москва  
Belov\_Sergej@mail.ru*

В работе рассматривается задача дистанционной диагностики «шероховатой» земной поверхности и диэлектрических подповерхностных структур в КВ-диапазоне [1]. Данный диапазон позволяет диагностировать и подповерхностный слой земли (толщины порядка длины волны падающего излучения), поскольку параметр рассеяния формируется также и неоднородностями диэлектрической проницаемости подповерхностных структур [2]. При этом в качестве параметра, характеризующего рассеивающую способность радиоволн земной поверхности, используется соотношение сигнал/шум. Идея метода определения этого параметра заключается в том, что, располагая синхронной информацией о волне, отражённой от ионосферы и о волне, отражённой от земли и ионосферы (или прошедшей ионосферу дважды при зондировании со спутника), возможно извлекать информацию о параметре рассеяния [3]. Предложен новый некогерентный метод оценки параметра сигнал/шум. Выполнен сравнительный анализ и показано, что по аналитической (относительной) точности определения этого параметра новый метод на порядок превосходит широко используемый стандартный. Анализ аналитических погрешностей оценки этого параметра позволил рекомендовать новый метод вместо стандартного [4]. При этом достаточно высокая аналитическая (относительная) точность оценки этого параметра может быть достигнута с помощью некогерентной аппаратуры, используя новый метод [5].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- (1) *Белов С. Ю.* Экспериментальное исследование характеристик когерентной и некогерентной обработки информации при дистанционном зондировании атмосферы и “шероховатой” земной поверхности в коротковолновом диапазоне радиоволн. // «Известия высших учебных заведений. Физика», 2016. Т. 59. № 12-3. С. 121–124.
- (2) *Belov S. Yu., Belova I. N., Falomeev S. D.* Monitoring of coastal ecosystems by method of remote sensing in the short-wave range of radio waves. // *Managing Risks to Coastal Regions and Communities in a Changing World.* St. Petersburg, DOI: 10.21610/conferencearticle\_58b4316d2a67c, ISBN 978-5-369-01628-2. 2016.
- (3) *Belov S. Yu.* The analysis of monitoring data of the parameter scattering power the earth's surface in the short-wave range of radio waves. // *Data Intensive System Analysis for Geohazard Studies, Geoinformatics research papers*, eISSN 2308-5983. BS4002, DOI: 10.2205/2016BS08Sochi. 2016. V. 4. № 2. 2016. P. 50.

- (4) *Belov S. Yu.* Monitoring of parameters of coastal Arctic ecosystems for sustainability control by remote sensing in the short-wave range of radio waves. // The Arctic Science Summit Week 2017. Prague, ISBN 978-80-906655-2-1. 2017. P. 161.
- (5) *Белов С. Ю.* Программа регистрации квадратурных компонент и кратного отражённого от земной поверхности радиосигнала. Свидетельство о регистрации права на программное обеспечение № RU.2016612172 от 19.02.2016 г.

**О ПРОЕКЦИОННОМ МЕТОДЕ ИДЕНТИФИКАЦИИ  
ХАРАКТЕРИСТИК НЕОДНОРОДНОЙ ПЛАСТИНЫ  
ТИМОШЕНКО**

Богачев И.В., Лапина П.А.

*Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону  
bogachev89@yandex.ru*

При моделировании современных материалов необходимо учитывать возможную неоднородность их свойств. В используемых при этом моделях характеристики описываемых объектов могут выражаться функциями, зависящими от координат. В таком случае становятся неприменимыми стандартные методы измерения свойств тел из экспериментов, и возникает необходимость решения новых обратных задач их идентификации. Достаточно хорошо в таких случаях себя зарекомендовал акустический подход, с помощью которого можно восстанавливать неизвестные функции-характеристики по данным об АЧХ или резонансных частотах.

В данной работе предлагается проекционный метод решения обратных задач идентификации, основанный на разложении искомым функций-характеристик и полевых функций по некоторым системам линейно независимых функций. В качестве дополнительной информации могут выступать либо значения АЧХ в заданном наборе частот, либо информация о значениях резонансных частот. В процессе решения обратной задачи на первом шаге решается система линейных уравнений, на втором - система нелинейных уравнений, зависящих от коэффициентов разложений. В результате восстановление искомым функций производится в некотором заданном классе функций.

Применение предложенного подхода на практике может дать возможность получить информацию об уровне, характере монотонности, расположении точек экстремумов искомым функций-характеристик.

В качестве иллюстрации предложенного метода рассмотрена обратная задача идентификации функции цилиндрической жесткости неоднородной круглой пластины в рамках гипотез Тимошенко при анализе установившихся колебаний. Пластина считается жестко заземленной по краю. В обратной задаче в качестве дополнительной информации выступают известные значения АЧХ в заданном наборе частот. Идентификация производилась в классах линейных, квадратичных и кусочно-линейных функций.

Представлены результаты вычислительных экспериментов по решению обратной задачи с применением разработанного проекционного метода для функций различного характера монотонности. Результаты экспериментов подтверждают эффективность предложенного подхода и его применимость для решения подобных задач.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект 16-31-00144 мол-а).

**ИДЕНТИФИКАЦИЯ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ ДОБЫЧИ  
И ТРАНСПОРТА ПРИРОДНОГО ГАЗА**

Бондарев Э.А., Рожин И.И., Аргунова К.К.

*Институт проблем нефти и газа СО РАН, Якутск*  
*bondarev@ipng.ysn.ru, rozhin@ipng.ysn.ru, akk@ipng.ysn.ru*

Математические модели добычи и транспорта природного газа представляют собой систему нелинейных дифференциальных уравнений, которые содержат феноменологические соотношения с эмпирическими константами, которые можно определить по дополнительным замерам исходных функций. Например, при неизотермическом течении реального газа в скважинах и газопроводах можно использовать замеры давления и температуры газа в выходном сечении. Другой важной задаче идентификации является определение массового расхода газа по аналогичным замерам.

Существующий алгоритм определения массового расхода в системах добычи и транспорта газа по замерам давления на выходе [1] обобщен на случай, когда внутреннее сечение трубы изменяется во времени и также подлежит определению в ходе решения общей задачи. Его также можно использовать для описания динамики распределения образующегося гидратного слоя. Приведены примеры, соответствующие участку магистрального газопровода и газовой скважине в многолетней мерзлоте.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- (1) *Бондарев Э.А.* Термогидродинамика систем добычи и транспорта газа / Э. А. Бондарев, В. И. Васильев, А. Ф. Воеводин, Н. Н. Павлов, А. П. Шадрина. Новосибирск: Наука. Сиб. отделение, 1988. – 272 с.

**ELECTRICAL IMPEDANCE OF TWO RINGS COAXIALLY PLACED  
ON A METAL CORE AND IMBEDDED IN A CYLINDRICALLY  
LAYERED MEDIUM**

Bondarenko A.V.\* , Velker N.N.\* , Forgang S.W.† , Dashevsky Yu.A.\*

\**Novosibirsk Technology Center, Baker Hughes*

†*Houston Technology Center, Baker Hughes*

*Alexey.Bondarenko@bakerhughes.com*

Methods to evaluate formation conductivity and dielectric permittivity are based on galvanic or inductive excitation of an electromagnetic field in a medium. In the case of galvanic excitation the system's impedance depends on the spatial distribution of the electromagnetic field in the medium, the formation conductivity, and the dielectric permittivity. This dependence enables us to evaluate the formation resistivity and the dielectric permittivity by measuring the input impedance [1].

To obtain the dependence of the impedance on the formation electrical parameters, the distribution of the induced electromagnetic field is determined. From the mathematical point of view, the problem of finding the spatial distribution of the electromagnetic field is reduced to solving the inhomogeneous Helmholtz equation with mixed boundary conditions. The right-hand side of the equation is determined by the excitation conditions. Charge distribution on the surface of ring electrodes is expressed by a series of the Chebyshev polynomials of the first kind, which simplifies the problem for two reasons. First, the Fourier transform of Chebyshev polynomial of n-th order with corresponding weight function is expressed in terms of the Bessel functions of the first kind and of n-th order. Second, the first term in the series corresponds to the charge distribution on the ring electrodes in the quasi-electrostatic approximation and in absence of interaction with the environment. The next several terms of the series account for the impact of the core and the medium. The expansion of the charge density in the form of a series allows to transform the problem into an integral equation that can be rewritten as a system of algebraic equations. To calculate the impedance from the spatial electric field distribution, Poynting's theorem is used. The obtained rigorous solution was verified by numerical calculations on the standard electromagnetic packages (CST, Comsol).

The proposed method enables us to obtain mathematical expressions for the impedance of more complicated systems that are excited by ring electrodes.

REFERENCES

- (1) *Tabarovskiy. L.A, Panich I.M.* Singular Integral-Differential Equations Applied to Dielectric Logging Problem // Geology and Geophysics (Proceedings of USSR Academy of Science), vol. 2, pp. 98-108, 1978.

**РЕШЕНИЕ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ МНОГОМАСШТАБНОГО  
МЕТОДА КОНЕЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ**

Васильева М.В.

*Северо-Восточный Федеральный Университет, Якутск  
vasilyevadotmdotv@gmail.com*

При численном моделировании задач в сильно неоднородных средах, например, трещиноватых пористых средах или композитных материалах, размер расчетной сетки должен быть достаточно малым для того чтобы сеточно разрешить все неоднородности. Данный факт является необходимым условием при использовании стандартных методов аппроксимации и ведут к системам уравнений с очень большим количеством неизвестных.

Многомасштабные методы и методы усреднения широко применяются для решения различных прикладных задач в неоднородных средах и позволяют построить модели пониженной размерности [1, 2]. Такие методы должны сочетать в себе, как простоту и эффективность использования крупномасштабных моделей, так и точность микромасштабных моделей.

В данной работе рассматривается многомасштабный метод для решения задач в трещиноватых пористых средах, когда точное расположение трещин неизвестно [3, 4]. Обратная задача строиться для уточнения крупномасштабной модели с использованием некоторой дополнительной информации (среднего значения в ячейках грубой сетки). Предложен итерационный метод решения и приводятся результаты решения обратной задачи в двумерной постановке.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- (1) *Бахвалов Н. С., Панасенко Г. П.* Осреднение процессов в периодических средах. – 1984.
- (2) *Efendiev Y., Hou T. Y.* Multiscale finite element methods: theory and applications. – Springer Science & Business Media, 2009. – Т. 4.
- (3) *Akkutlu I. Y., Efendiev Y., Vasilyeva M.* Multiscale model reduction for shale gas transport in fractured media //Computational Geosciences. – 2016. – Т. 20. – №. 5. – С. 953-973.
- (4) *Akkutlu, I. Y., Efendiev, Y., Vasilyeva, M., Wang, Y.* Multiscale model reduction for shale gas transport in a coupled discrete fracture and dual-continuum porous media //Journal of Natural Gas Science and Engineering. – 2017.

**МОДИФИКАЦИЯ МЕТОДА ТИХОНОВА ПРИ РАЗДЕЛЬНОМ  
ВОССТАНОВЛЕНИИ КОМПОНЕНТ РЕШЕНИЯ**

Васин В. В., Беляев В. В.

*Институт математики и механики УрО РАН*

*vasin@imm.uran.ru, beliaev\_vv@mail.ru*

Исследуется некорректно поставленная задача в форме линейного уравнения

$$(1) \quad Au = f$$

на паре нормированных пространств  $U, F$  с непрерывным оператором  $A$ , для которого обратный оператор  $A^{-1}$ , в общем случае, разрывный; правая часть задана приближенно элементом  $f_\delta$ ,  $\|f - f_\delta\| \leq \delta$ .

В данной работе рассматривается задача построения регуляризующего алгоритма (РА) для уравнения (1) при условии, что решение представимо в виде суммы двух функций (компонент)  $u = u_1 + u_2$ , одна из которых  $u_1$  содержит разрывы первого рода, а вторая  $u_2$  допускает разрывы производной. Для этой цели привлекается тихоновская регуляризация со стабилизатором в форме BV-нормы [1, 2] функции и ее производной [4]. Заметим, что в этом случае наличие гладкой (дифференцируемой) компоненты в решении не предполагается, однако, с точки зрения теории, более общий трехкомпонентный случай с добавленной гладкой компонентой в рамках данного подхода исследуется аналогично (см., например, [3, 4]).

Доказывается покомпонентная сходимость регуляризованных решений не только в пространствах  $L_p, W_p^1$  [4], но дополнительно устанавливается равномерная сходимость при аппроксимизации первой (разрывной) компоненты и производной второй компоненты на участках, не содержащих точки разрыва. Исследуется схема конечномерной аппроксимации для регуляризованных решений и обсуждаются результаты численных экспериментов для интегрального уравнения Фредгольма первого рода.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- (1) R. Acar and C. R. Vogel, *Analysis of bounded variation penalty method for ill-posed problems*, Inverse Problems 10 (1994), 1217–1229.
- (2) E. Giusti, *Minimal surfaces and function of bounded variation*, Monogr. Math. 80, Birkhäuser, Basel, 1984.
- (3) V. V. Vasin, *Approximation of solution with singularities of various type for linear ill-posed problems*, Dokl. Math. 89 (2014), 30–33.
- (4) V. V. Vasin, *Regularization of ill-posed problems by using stabilizers in the form of the total variation of a function and its derivatives*, J. Inverse Ill-Posed Probl. 24 (2016), 149–158.

**АЛГОРИТМ ДЛЯ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ ГРАВИМЕТРИИ**

Гласко Ю.В.

*Московский Государственный Университет им. М.В. Ломоносова,  
Научно-исследовательский Вычислительный Центр, Москва  
glaskoyv@mail.ru*

К решению обратной гравиметрической задачи в рамках модели относительно задачи Дирихле возможно несколько подходов. Один из алгоритмов- интропродолжение [2]. Здесь для модели относительно потенциала мы рассмотрим алгоритм концентрации масс при заданном на границе рассматриваемой области потенциале. В качестве границы можно использовать открытую и замкнутую поверхность Ляпунова. Таким образом возможны постановки для области открытой с одной стороны и замкнутой области. Отметим, что аналитическое продолжение потенциала через замкнутую границу неустойчиво. Однако нас интересует не потенциал, а распределение плотности масс его создающего. Таким образом, проблема неустойчивости сводится к вопросу неединственности [1].

Обратный baluage-методу А. Пуанкаре процесс концентрации следующий. Область с заданным внешним потенциалом заполняем системой шаров часть поверхностей которых приближает границу тела. Производим перераспределение плотности внутри шаров- сметание. Таким образом, суммарные плотности на границе переносим во внутреннюю область так, чтобы на границе осталась нулевая плотность но тот же внешний потенциал. Далее в итерационном цикле проводим концентрацию плотностей таким образом, что бы получить заданную априори плотность.

Для алгоритма концентрации на сетке для 3D области в качестве аналогов шаров используем систему пересекающихся кубов с наклонными гранями, а внутренняя часть представляет центральный узел куба.

Другой вариант алгоритма касательно указанных кубов предполагает перенесение в центр 8-и наименьших из имеющихся в вершинах масс. Итерационный процесс посредством нулевых плотностей определяет геометрию объекта [1].

Наконец для нижнего полупространства после сметания масс возможно выметание вниз и оставление части массы в сеточном узле, где при положительности плотности выполнено условие отрицательности сеточного аналога 2-ой производной по плотности. Количество таких узлов и величина оставляемой массы определяются априори по величине изменения потенциала.

Работа проводилась в рамках НИР N14 "Создание и развитие информационных систем учебного и административного назначения МГУ" (ЦИТИС 01201253080).

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- (1) *Зидаров Д.П.* О некоторых обратных задачах потенциальных полей и их применении к вопросам геофизики. София: БАН. 1964.
- (2) *Гласко Ю.В.* Алгоритмы 2D и 3D интропродолжения// Вычислительные методы и программирование (Электронный научный журнал). 2016. Т. 17. Вып. 3. С. 291-298.



**Построение модифицированной схемы вариационного усвоения данных**

Гришина А.А., Пененко А.В.

*Новосибирский государственный университет, Новосибирск  
a.a.grishina17@gmail.com*

Алгоритмы вариационного усвоения данных при совместном взаимодействии математических моделей и данных измерений, которые доступны в реальном времени и поступают в процессе вычислений, позволяют решать задачи прогнозирования атмосферных процессов [1]. Активно развивающаяся область мониторинга состояния атмосферы делает задачи усвоения данных все более актуальными [2].

Целью работы является создание неявного аналога традиционного алгоритма 3DVar с использованием функции неопределенности и параметра усвоения, дающих большую гибкость методу. Для конкретизации значения параметра усвоения использован принцип обобщенной невязки А.Н. Тихонова. В работе проведено сравнение численных результатов построенной неявной модификации алгоритма 3DVar и метода 4DVar со слабыми ограничениями на примере системы химической кинетики Робертсона [3]. Их главное отличие заключается в количестве данных измерений, используемых для коррекции прогноза решения по математической модели.

В численном эксперименте смоделированные зашумленные данные измерений использованы для решения задачи усвоения данных. Ее цель состоит в определении значений концентраций всех реагентов при поступлении данных измерений об одном веществе. В условиях проведенного эксперимента метод типа 3DVar показал лучшие результаты, чем метод 4DVar. Это объясняется свойствами рассмотренной системы.

Работа проводилась при частичной поддержке программы Президиума РАН I.33П и II.2П/I.3-3; проектов МК-8214.2016.1 и РФФИ 14-01-00125.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- (1) *Пененко В.В., Образцов Н.Н.* Вариационный метод согласования полей метеорологических элементов // Метеорология и гидрология. 1976. №. 11. С. 3-16.
- (2) *Пененко А.В., Пененко В.В.* Последовательные алгоритмы усвоения данных в моделях мониторинга качества атмосферы на базе вариационного принципа со слабыми ограничениями // Сиб. журн. выч. матем. 2016. Т. 19, № 4, С. 401–418.
- (3) *Elbern H., Strunk A., Schmidt H., Talagrand O.* Emission rate and chemical state estimation by 4-dimensional variational inversion // Atmos. Chem. Phys. 2007. Vol. 7. P. 3749–3769.

**СТРУКТУРА ТЕНЗОРНЫХ ПОЛЕЙ, ЛУЧЕВЫЕ  
ПРЕОБРАЗОВАНИЯ И ФОРМУЛЫ ОБРАЩЕНИЯ  
В ТЕНЗОРНОЙ 2D-ТОМОГРАФИИ**

Деревцов Е.Ю.

*Институт математики им. С.Л. Соболева СО РАН, Новосибирск  
dert@math.nsc.ru*

Математические основы вычислительной томографии были заложены точно 100 лет назад Й. Радоном в статье [1], посвященной вопросам интегральной геометрии. Основным результатом работы являлись хорошо известные формулы обращения преобразования Радона. Существенное расширение приложений томографии привело к построению новых математических моделей томографии, таких как векторная, тензорная, рефракционная. К настоящему времени это вполне сформировавшиеся области исследований со своими постановками, достижениями и нерешенными проблемами. Возникновение и быстрое формирование новых направлений томографии в значительной степени происходит на основе идей и результатов интегральной геометрии, в свою очередь развивающейся в рамках более общей теории обратных и некорректно поставленных задач.

В рамках хорошо известной модели вычислительной томографии разработано большое количество численных методов и алгоритмов, предназначенных для восстановления искомой функции по ее известному преобразованию Радона. Возникает естественный вопрос о возможности применения развитого математического аппарата к задачам векторной и тензорной томографии. К счастью, ответ на поставленный выше вопрос положителен.

Задача восстановления тензорного поля по его лучевым преобразованиям может быть сведена к задаче восстановления его компонент по их известным преобразованиям Радона. Для достижения этой цели потребовалось решить ряд вспомогательных задач [2]. Так, получено разложение симметричного  $m$ -тензорного поля на  $m+1$  частей, каждая из которых порождается своим потенциалом. Исследованы геометрические и дифференциальные свойства, образы и ядра лучевых преобразований тензорных полей. Установлены связи между лучевыми преобразованиями поля и преобразованиями Радона его потенциалов. Наконец, получены выражения для преобразований Радона компонент тензорного поля в зависимости от его лучевых преобразований, которые можно обратить с использованием любых разработанных для обращения преобразования Радона средств.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- (1) *Radon J.* Über die Bestimmung von Funktionen durch ihre Integrabwerte längs gewisser Mannigfaltigkeiten. // *Berichte Sächsische Akademie der Wissenschaften*, 1917, Vol. 69, P. 262–277.
- (2) *Derevtsov E.Yu., Svetov I.E.* Tomography of tensor fields in the plain. // *Eurasian Journal of Mathematical and Computer Application*, 2015, Vol. 3, No. 2, P. 24–68.

**О ДВУХ ОБРАТНЫХ ЗАДАЧАХ ДЛЯ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ТЕЛ**Дударев В.В.<sup>\*,\*\*</sup>, Мнухин Р.М.<sup>\*</sup><sup>\*</sup> Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону<sup>\*\*</sup> Южный математический институт ВШЦ РАН, Владикавказ

dudarev\_vv@mail.ru

В работе представлены две задачи для цилиндрических тел с различными свойствами. В качестве первой рассмотрена задача об установившихся радиальных колебаниях неоднородного пороупругого цилиндра с переменным модулем Био  $A(r)$ . Определение значений функции смещения и внутривещного давления реализовано численно на основе метода пристрелки. Проведен подробный анализ изменения амплитудно-частотной характеристики (АЧХ) цилиндра в зависимости от вида функции  $A(r)$ . Решение обратной задачи об определении закона изменения модуля Био по данным об АЧХ, измеренной на внешней границе в заданном частотном диапазоне, построено на основе итерационного процесса. Поправка к восстанавливаемой функции на каждой итерации определяется из численного решения сформулированного интегрального уравнения Фредгольма первого рода. Представлены примеры реконструкции различных законов изменения модуля Био. Дана оценка точности восстановления и рекомендации о возможности практической реализации предложенного подхода к решению обратной задачи.

В качестве второго примера рассмотрена задача о радиальных колебаниях тонкого полого преднапряженного цилиндрического диска с электродированными основаниями. Колебания вызываются путем периодической подачи разности потенциалов на электроды. В рамках общей модели электроупругого тела, описанной в [1], получены уравнения колебаний и граничные условия. Проведен анализ влияния уровня плоского предварительного напряженно-деформированного состояния на АЧХ и значения первых резонансных частот. Используя технику из [2], решена обратная задача об определении уровня преднапряжений  $\tau$  по данным об изменении значения первой резонансной частоты цилиндрического диска. Проведена серия вычислительных экспериментов по реконструкции параметра  $\tau$ . Дана оценка точности полученных результатов.

Работа проводилась при поддержке гранта Президента Российской Федерации (проект МК-3179.2017.1), РФФИ (проект 16-01-00354 А), Программы фундаментальных исследований по стратегическим направлениям развития науки Президиума РАН № 1 «Фундаментальные проблемы математического моделирования» (114072870112) «Математическое моделирование неоднородных и многофазных структур».

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- (1) *Kuang Z.B.* Theory of Electroelasticity. NY.: Springer, 2014. 431 p.
- (2) *Dudarev V.V., Mnuhkhin R.M., Vatulyan A.O.* Vibration of a prestressed tube in the presence of plastic zone // Journal of Sound and Vibration. 2016. V. 375. P. 92-101.

**A PARAMETER IDENTIFICATION PROBLEM AND OPTIMAL  
TREATMENT CONTROL FOR THE MATHEMATICAL MODEL OF  
HIV DYNAMICS**

Yemolenko D.V., Krivorotko. O.I.

*Novosibirsk state university, Novosibirsk*

*Institute of Computational Mathematics and Mathematical Geophysics SB RAS,  
Novosibirsk*

*ermolenko.dasha@mail.ru, olga.krivorotko@scc.ru*

Mathematical models in immunology are described by systems of nonlinear ordinary differential equations. It is important to determine parameters of these systems that characterize features of immunity and disease for constructing an individual treatment plan.

In this paper the problem of determining individual parameters (inverse problem [1]) in mathematical model of HIV dynamics [2] using additional measurements of some system states at fixed times  $t_k, k = 1, \dots, K$ , is numerically investigated. The mathematical model describes the dynamics of infected and uninfected cells, viruses in the body and immune effectors. The main idea consists in construction and investigation of stochastic numerical algorithm for determining some important coefficients of mathematical model for HIV dynamics using additional information about given concentrations. The inverse problem is reduced to minimization problem of least square function that describes the deviation between model and measured data. The influence of the measurement number on the value of the relative accuracy error of parameter identification problem is investigated. The stability of the inverse problem solution is analysed using the method of singular value decomposition. After determining the parameters of the model, the problem of choosing the optimal treatment for a particular patient is investigated. The problem of optimal treatment control is solved by minimizing misfit function that characterizes combination of viral load and treatment costs. To find the optimal treatment control, the Pontryagin's Maximum Principle is used. It is shown that it is possible to obtain such optimal treatment that will lead the system to the same state as with full treatment, but with minimal costs. Numerical results are presented and discussed.

The work has been supported by the Ministry of Education and Science of the Russian Federation (4.1.3 The Joint Laboratories of NSU-NSC SB RAS) and President Grant No. MK1214.2017.1.

REFERENCES

- (1) S.I. Kabanikhin Inverse and Ill-Posed Problems: Theory and Applications. Berlin: de Gruyter, 2011.
- (2) B.M. Adams, H. T. Banks, et al. HIV dynamics: Modeling, data analysis, and optimal treatment protocols // Journal of Computational and Applied Mathematics, 2005, V. 184, P. 10-49.

**ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ИДЕНТИФИКАЦИЯ ГРАНИЧНОГО  
УСЛОВИЯ ЗАДАЧ ТЕПЛОПЕРЕНОСА**

А.М. Ефимова, В.И. Васильев

*Северо-Восточный федеральный университет имени М.К. Аммосова, Якутск*  
*aima.efimova@yandex.ru, vasvasil@mail.ru*

Граничные обратные задачи теплопереноса имеют важное прикладное значение и их численным методам решения посвящены работы многих авторов, обобщение которых представлено в монографиях [1] – [2]. В сообщении рассматривается прямой метод решения граничных обратных задач для одномерного параболического уравнения, на каждом временном слое основанный на декомпозиции конечно-разностного аналога поставленной задачи. С помощью предлагаемого численного метода решены граничные обратные задачи: с фиксированной границей, с подвижной границей и Стефана. Обсуждаются результаты численных расчетов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- (1) Алифанов О.В. Обратные задачи теплообмена. М.: Машиностроение, 1988. 280 с.
- (2) Кабнихин С.И. Обратные и некорректные задачи. Новосибирск.: Сибирское научное издание, 2009. 457 с.

**КОНЕЧНОМЕРНАЯ АППРОКСИМАЦИЯ ЗАДАЧИ БАЛАНСА ЧАСТИЦ ВЫСОКОЧАСТОТНОГО ИНДУКЦИОННОГО РАЗРЯДА**

Желтухин В.С., Соловьёв С.И., Соловьёв П.С.

*Казанский (Приволжский) федеральный университет, Казань  
sergei.solovyev@kpfu.ru*

Высокочастотный индукционный разряд (ВЧИ-разряд) широко используется в разнообразных технологических процессах: обработка металлов, стекло, порошковых материалов, тонких пленок, текстиля и кожевенно-меховых полуфабрикатов. Режимы обработки материалов в этих процессах чрезвычайно чувствительны к основным характеристикам ВЧИ-разряда. Для эффективного и качественного выбора конструктивных решений при создании ВЧИ-установок необходимо применение математического моделирования.

Моделирование баланса заряженных частиц ВЧИ-разряда сводится к нахождению минимального собственного значения, отвечающего положительной собственной функции дифференциальной задачи на собственные значения с коэффициентами, нелинейно зависящими от спектрального параметра [1]. Решение этой задачи определяет условие, необходимое для поддержания стационарного ВЧИ-разряда пониженного давления. В настоящей работе получены необходимые и достаточные условия существования решений задачи. Задача аппроксимируется сеточной схемой метода конечных элементов произвольного порядка. Исследована сходимость и погрешность приближенных решений. Сеточная задача эквивалентна матричной задаче на собственные значения с нелинейной зависимостью от спектрального параметра. Для вычисления минимального собственного значения и соответствующего положительного собственного вектора матричной нелинейной задачи на собственные значения предложен и обоснован метод наискорейшего спуска. В отличие от результатов [2] мы не предполагаем монотонную зависимость коэффициентов дифференциальной задачи от спектрального параметра.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проекты № 15-41-02672, 16-01-00301, 17-41-160277).

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- (1) *Абдуллин И.Ш., Желтухин В.С., Кашапов Н.Ф.* Высокочастотная плазменно-струйная обработка материалов при пониженных давлениях. Теория и практика применения. – Казань: Изд-во Казан. ун-та, 2000. – 348 с.
- (2) *Соловьёв С.И.* Нелинейные задачи на собственные значения. Приближенные методы. – Saarbrücken: LAP Lambert Academic Publishing, 2011. – 256 с.

**КОНЕЧНОМЕРНЫЙ РЕГУЛЯРИЗОВАННЫЙ ИТЕРАЦИОННЫЙ  
МЕТОД РЕШЕНИЯ НЕРЕГУЛЯРНЫХ ОПЕРАТОРНЫХ  
УРАВНЕНИЙ**

Карабанова О.В.

*Марийский государственный университет, Йошкар-Ола*  
*prtm inf@marsu.ru*

Пусть  $X$  и  $Y$  – гильбертовы пространства. Введем семейства конечномерных пространств  $\{X_N\}$ ,  $\{Y_M\}$ , аппроксимирующие  $X, Y$ , и отображения  $P_N \in L(X, X_N)$ ,  $Q_M \in L(Y, Y_M)$ . Определим нелинейные дифференцируемые по Фреше операторы  $F : X \rightarrow Y$  и  $\hat{F} : X_N \rightarrow Y_M$ , удовлетворяющие условию Липшица и связанные условием  $\|\hat{F}(P_N x^*) - Q_M F(x^*)\|_{Y_M} \leq \varepsilon_{NM}$ ,  $\lim_{N, M \rightarrow \infty} \varepsilon_{NM} = 0$ . Непрерывная обратимость оператора  $F'(x)F(x)$  не предполагается. Для нелинейного операторного уравнения

$$(1) \quad F(x) = f, \quad x \in X$$

исследуется класс конечномерных итерационных процессов

$$\hat{x}_0 \in \hat{\Omega}_R(P_N x^*) = \{\hat{x} \in X_N : \|\hat{x} - P_N x^*\|_{X_N} \leq R\}, \quad r > 0,$$

$$(2) \quad \hat{x}_{n+1} = \xi_N - \Theta(\hat{F}'^*(\hat{x}_n)\hat{F}'(\hat{x}_n), \alpha_n)\hat{F}'^*(\hat{x}_n)(\hat{F}(\hat{x}_n) - \hat{f} - \hat{F}'(\hat{x}_n)(\hat{x}_N - \xi_N)).$$

Вместо точной правой части уравнения (1) доступно ее приближение  $\tilde{f}$ , где  $\|f - \tilde{f}\|_Y \leq \delta$ . Здесь  $x^*$  и  $P_N x^*$  – искомое и приближенное решения уравнения (1),  $\xi_N = P_N \xi$ ,  $\xi$  – заданное приближение к  $x^*$ ,  $\hat{f} = Q_M \tilde{f}$ ,  $0 < \alpha_{n+1} \leq \alpha_n$ ,  $\sup_{n=0,1,\dots} \frac{\alpha_n}{\alpha_{n+1}} = r < \infty$ ,  $\lim_{n \rightarrow \infty} \alpha_n = 0$ . Установлено, что если начальная невязка  $x^* - \xi$  допускает истокообразное представление  $x^* - \xi = F'(x^*)v + w$ ;  $w \in X, v \in Y, \|w\|_X \leq \Delta$ , то найдется элемент  $\hat{v} \in Y_M$  такой, что при выполнении условия  $\|\hat{F}'^*(P_N x^*)\hat{v} - P_N F'(x^*)v\|_{X_N} \leq \kappa_{NM}$ ,  $\lim_{N, M \rightarrow \infty} \kappa_{NM} = 0$ , справедливо соотношение истокопредставимости  $P_N x^* - \xi_N = \hat{F}'^*(P_N x^*)\hat{v} + \hat{w}, \hat{v} \in X_N, \|\hat{w}\|_{X_N} \leq \Delta_{NM}, \Delta_{NM} = \kappa_{NM} + C_1 \Delta$ . Показано, что при выполнении ряда стандартных дополнительных ограничений на порождающую функцию  $\Theta(\lambda, \alpha)$ , останов процесса (2) по априорному правилу  $n_0(N, M) = \max \left\{ n \in N : \Delta_{NM} \cdot \alpha_n^{-\frac{1}{2}} + \varepsilon_{NM} \cdot (\alpha_n + \delta)^{-1} \leq \kappa \right\}$  приводит к оценке  $\|\hat{x}_{n_0(N, M)} - P_N x^*\|_{X_N} = O\left(\Delta_{NM} + (\varepsilon_{NM} + \delta) \cdot \alpha_{n_0(N, M)}^{-1}\right)$ . Ранее в [1] класс итерационных процессов (2) был исследован в частном случае, когда отображения  $P_N$  и  $Q_M$  являются ортопроекторами.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект 16-01-00039а).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- (1) *Карабанова О.В., Козлов А.И., Кокурин М.Ю.* Устойчивые конечномерные итерационные процессы для решения нелинейных некорректных операторных уравнений // Журнал вычислительной математики и математической физики. – 2002. – Т. 42. – № 8. – С. 1115–1128.

**ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ  
УРАВНЕНИЯ ГЕЛЬМГОЛЬЦА**

Касенов С.Е.

*Казахский национальный университет имени аль-Фараби, Алматы,  
Казахстан*

*Syrym.Kassenov@kaznu.kz*

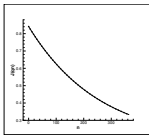
Рассмотрим начально-краевую задачу:

$$\begin{aligned} (1) \quad & -\omega^2 c^{-2} u = \Delta u - \nabla \ln(\rho(x, y)) \nabla u, & (x, y) \in \Omega, \\ (2) \quad & u(0, y) = h_1(y), & y \in [0, 1], \\ (3) \quad & u(x, 0) = h_2(x), & x \in [0, 1], \\ (4) \quad & u_x(0, y) = f_1(y), & y \in [0, 1], \\ (5) \quad & u_y(x, 0) = f_2(x), & x \in [0, 1]. \end{aligned}$$

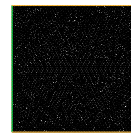
Задача (1) — (5) является некорректной. Для численного решения задачи мы сначала сведем ее к обратной задаче  $Aq = f$  по отношению к некоторой прямой (корректной) задаче. Далее мы сведем решение операторного уравнения  $Aq = f$  к задаче минимизации целевого функционала  $J(q) = \langle Aq - f, Aq - f \rangle$ . После вычисления градиента  $J'q$  целевого функционала, мы применяем метод координатного спуска для его минимизации [1].

**Численные результаты обратной задачи методом Ландвевбера**

В данном разделе для решения двумерной прямой задачи для уравнения Гельмгольца, используется метод конечных элементов. Проведена триангуляция с числом треугольников —  $N_t$ ; вершин —  $N_v$ ; и с числом точек на границе —  $N$ . Задача решена с вычислительной пакетом FreeFEM++.



a)  $J(q_n)$



b)  $N = 50, N_t = 5862$  и  $N_v = 3032$

Работа выполнена при финансовой поддержке Комитета науки МОН РК №1746/ГФ4 «Теория и численные методы решения обратных и некорректных задач естествознания»

**СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ**

- (1) Бектемесов М.А., Нурсейтов Д.Б., С.Е. Касенов Численное решение двумерной обратной задачи акустики // Вестник КазНПУ Серия "Физико-математические науки".— 2012. — №1(37). стр 47-53.



**ОБ ОДНОМ ПОДХОДЕ К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧИ  
МЕЖСКВАЖИННОГО ПРОСВЕЧИВАНИЯ**

Кириленко А.В.

*Институт нефтегазовой геологии и геофизики имени А. А. Трофимука СО  
РАН, Новосибирск  
alexkirnsu@gmail.com*

Данная работа посвящена изучению методов численного решения задач томографии, которые отличаются от классических "неполной" постановки. К такого рода задачам можно отнести задачу межскважинного просвечивания, которая была выбрана в качестве модельной. В работе приведен алгоритм (FOCUSS) решения данной задачи [1, 2], который с высокой точностью позволяет восстанавливать скоростное строение исследуемой области даже в случае зашумленных данных. Проведен сравнительный анализ предлагаемого алгоритма и классических подходов решения данной задачи.

Результаты численных экспериментов по восстановлению скоростной модели checkerboard (шахматная доска) подтверждают эффективность предлагаемого алгоритма. Расчет были проведены как для точных, так и для зашумленных данных.

**СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ**

- (1) *Gorodnitsky I. F., Rao B. D.* Sparse signal reconstructions from limited data using FOCUSS: A re-weighted minimum norm algorithm // IEEE Trans. Signal Processing, 1997
- (2) *Rao B.D., Kreutz-Delgado K.* An Affine Scaling Methodology for Best Basis Selection // IEEE Transactions on signal processing, 1999

**ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ РАЗНОСТНЫХ  
МОДЕЛЕЙ ГАЗОВОЙ ДИНАМИКИ С УДАРНЫМИ ВОЛНАМИ**

Ключинский Дмитрий Владимирович\*

*dmitriy\_klyuchinskiy@mail.ru*

Годунов Сергей Константинович\*\*

*godunov@math.nsc.ru**\*Новосибирский государственный университет, Новосибирск**\*\*Институт математики им. С.Л. Соболева СО РАН, Новосибирск*

В докладе будут приведены примеры разностных моделей, по которым проводились расчёты разрывных решений одномерных уравнений газовой динамики (ударных волн и задач о распадах разрыва при столкновении таких волн).

В работе [1] было описано, что линеаризованные схемы Годунова-Куликова и Сафронова [2, 3] на разрывных решениях имеют порядки точности, которые отличаются от первого порядка аппроксимации схемы. Основное предположение о причине данного факта связано со особенностями структуры разрывных решений. Так, например, после столкновения ударных волн происходит формирование их стационарной структуры, т.е. ширина ударной волны увеличивается с течением времени и только через определенный момент становится постоянной. Показана зависимость структуры решений от выбора числа Куранта для расчёта. По-видимому, этот момент придется учитывать в формулировке обобщенного решения для уравнений газовой динамики.

Важно отметить, что в ходе экспериментов было обнаружено ограничение на применимость линеаризованной схемы, которое не было описано в работе [2]. Оказывается, линеаризация решения задачи Римана на границе ячеек разностной сетки имеет место не для всех типов распадов разрывов. Высказываются причины и методы решения проблемы. Дополнительно, с помощью численных расчетов по линеаризованной схеме показано выполнение закона неубывания энтропии на разрывах, гарантированное в работе [2], однако экспериментально неисследованное ранее.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- (1) *Ключинский Д.В., Годунов С.К.* Исследование характера сходимости разностной схемы Годунова-Сафронова // Материалы восьмой международной молодежной научной школы-конференции "Теория и численные методы решения обратных и некорректных задач" / Институт вычисл. математики и мат. геофизики СО РАН, 2016, с. 72
- (2) *Годунов С.К., Куликов И.М.* Расчет разрывных решений уравнений гидродинамики с гарантией неубывания энтропии // Ж. вычисл. матем. и матем. физ., 2014, том 54, номер 6, стр. 1008–1021.
- (3) *Сафронов А. В.* Разностная схема для нестационарных уравнений газодинамики на основе соотношений на разрывах в консервативных переменных // Выч. мет. программирование, 2007, том 8, выпуск 1, 69–76

**РАЗНОСТНАЯ СХЕМА ДЛЯ ЗАДАЧИ КОШИ С ДРОБНОЙ ПРОИЗВОДНОЙ КАПУТО В БАНАХОВОМ ПРОСТРАНСТВЕ**

Кокурин М.М.

*Марийский государственный университет, Йошкар-Ола*  
*kokurin@nextmail.ru*

Рассматривается абстрактная задача Коши

$$\partial^\alpha u(t) = Au(t), \quad u(0) = f \in D(A), \quad t \in (0, T], \quad (1)$$

где  $u(t)$ ,  $t \geq 0$  — функция со значениями в комплексном банаховом пространстве  $X$ ,  $\partial^\alpha u(t) = \frac{1}{\Gamma(1-\alpha)} \int_0^t \frac{u'(s)ds}{(t-s)^\alpha}$  — дробная производная Капуто порядка  $\alpha \in (0, 1)$ ,  $A : D(A) \subset X \rightarrow X$  — замкнутый, плотно определённый, непрерывно обратимый линейный оператор, такой что  $-A$  секториален с углом секториальности  $\varphi_0 \in (0, \pi/2)$ . Задача (1), решение  $u \in C([0, T], X)$  которой понимается в смысле [1], является корректной.

Изучается разностная схема для задачи (1):

$$\sum_{j=0}^n \frac{a_{jn}u_j}{(\Delta t)^\alpha} = Au_n, \quad 1 \leq n \leq N, \quad u_0 = f, \quad (2)$$

где  $\Delta t = T/N$  — шаг дискретизации,  $u_n$  — приближение к  $u(n\Delta t)$ ,  $0 \leq n \leq N$ ,

$$a_{jn} = \frac{\alpha}{\Gamma(1-\alpha)} \left( \frac{b_{jn}}{j^\alpha - (j-1)^\alpha} - \frac{b_{j+1,n}}{(j+1)^\alpha - j^\alpha} \right), \quad j = 1, \dots, n-1,$$

$$a_{0n} = -\frac{\alpha}{\Gamma(1-\alpha)} b_{1n}, \quad a_{nn} = \frac{\alpha}{\Gamma(1-\alpha)} \left( \frac{b_{nn}}{n^\alpha - (n-1)^\alpha} \right),$$

$$b_{jn} = \int_{t_{j-1}}^{t_j} \frac{ds}{s^{1-\alpha}(n\Delta t - s)^\alpha}, \quad j = 1, \dots, n.$$

**Теорема.** *Имеет место поточечная сходимость схемы (2) к решению задачи (1) с оценкой*

$$\|u_{[t/\Delta t]} - u([t/\Delta t]\Delta t)\| \leq C(\Delta t)^{s(\alpha)}, \quad C = C(t), \quad t \in [0, T],$$

где  $s(\alpha) = \alpha$  при  $\alpha \in (0, 1/2)$ ,  $s(\alpha) = 1 - \alpha - \varepsilon$  при  $\alpha \in [1/2, 1)$ ,  $\varepsilon > 0$  сколь угодно мал,  $[x]$  есть целая часть числа  $x$ .

Работа проводилась при финансовой поддержке РФФИ (проект 16-01-00039а).

**СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ**

- (1) *Кочубей А.Н.* Задача Коши для эволюционных уравнений дробного порядка. // Дифференциальные уравнения. – 1989. – Т. 25, № 8. – С. 1359–1368.

**СТЕПЕННЫЕ ОЦЕНКИ СКОРОСТИ СХОДИМОСТИ ОДНОГО  
КЛАССА РАЗНОСТНЫХ СХЕМ ДЛЯ НЕКОРРЕКТНОЙ ЗАДАЧИ  
КОШИ 2-ГО ПОРЯДКА В ГИЛЬБЕРТОВОМ ПРОСТРАНСТВЕ**

Кокурин М.М.

*Марийский государственный университет, Йошкар-Ола*  
*kokurin@nextmail.ru*

Изучается некорректная задача Коши

$$(1) \quad \left\{ \begin{array}{l} \ddot{x}(t) = Ax(t), \quad t \in [0, T] \\ x(0) = f \in D(A), \quad \dot{x}(0) = 0 \end{array} \right\}.$$

Здесь  $A : D(A) \subset H \rightarrow H$  — неограниченный, плотно определённый, самосопряжённый линейный оператор в гильбертовом пространстве  $H$  со спектром  $\sigma(A) \subset [a, +\infty)$ ,  $a > 0$ . Известно, что данная задача не может иметь более одного классического решения. В предположении существования такого решения, рассмотрим класс схем его дискретной аппроксимации с параметром  $\beta > 0$ :

$$(2) \quad \begin{array}{l} x_n - 2x_{n+1} + x_{n+2} = (\Delta t)^2 A(-\beta x_n + (1 + 2\beta)x_{n+1} - \beta x_{n+2}), \quad 0 \leq n \leq N - 2; \\ x_0 = f, \quad x_1 = (E + 3/2(\Delta t)^2 A)(E + (\Delta t)^2 A)^{-1} f. \end{array}$$

Здесь  $\Delta t = T/N$  — шаг дискретизации,  $x_n \in H$  — приближение к  $x(n\Delta t)$ ,  $0 \leq n \leq N$ ,  $E$  — единичный оператор в  $H$ .

Элемент  $x(T)$  заведомо допускает истокообразное представление  $x(T) = A^{-p}w$ ,  $w \in H$  с показателем  $p \geq 1$ . Следующие теоремы устанавливают достаточные и необходимые условия степенной сходимости разностных схем описанного класса в терминах показателя  $p$ .

**Теорема 1.** *Для схем (2) решения задачи (1) выполняется оценка скорости сходимости*

$$\|x_n - x(n\Delta t)\| \leq \begin{cases} C_1(\Delta t)^{4p/3}, & 1 \leq p < 3/2; \\ C_1(\Delta t)^2, & p \geq 3/2. \end{cases}, \quad 0 \leq n \leq N, \quad C_1 = C_1(p).$$

В частности, при любом  $p \geq 1$  имеем степенную сходимость с показателем  $4/3$ .

**Теорема 2.** *Пусть для схемы (2) решения задачи (1) справедлива оценка  $\|x_N - x(T)\| \leq C_2(\Delta t)^q$  с некоторым  $q \geq 4/3$ . Тогда имеет место истокообразное представление  $x(T) = A^{-p}w$  с любым  $p \in (0, 3q/4)$ . Более того, если  $q > 2$ , то  $f = 0$  и  $x(t) \equiv 0$ .*

Аналоги теорем 1, 2 для схем (2) в применении к некорректной задаче Коши вида (1) с секториальным оператором в банаховом пространстве доказаны в случае, когда параметр  $\beta$  принадлежит множеству  $\Omega(\varphi_0) \subset (0, +\infty)$ , где  $\varphi_0$  — угол секториальности оператора  $A$ . Принадлежность  $\beta \in \Omega(\varphi_0)$  для каждого конкретного  $\beta$ ,  $\varphi_0$  можно проверить с помощью компьютерного расчёта. Существует предположение, что  $\Omega(\varphi_0) = (0, +\infty)$  для любых  $\varphi_0 \leq \pi/3$ .

Работа проводилась при финансовой поддержке РФФИ (проект 16-01-00039а).

**УСЛОВНО–КОРРЕКТНЫЕ ЭКСТРЕМАЛЬНЫЕ ЗАДАЧИ И  
ОЦЕНКИ ПОГРЕШНОСТИ МЕТОДОВ РЕГУЛЯРИЗАЦИИ**

Кокурин М.Ю.

*Марийский государственный университет, Йошкар–Ола*  
*kokurinm@yandex.ru*

В докладе исследуются методы регуляризации некорректных экстремальных задач  $\min\{J(x) : x \in Q\}$  с выпуклым замкнутым ограниченным множеством  $Q$  из гильбертова пространства и невыпуклым приближенно заданным функционалом  $J$ . Рассматриваются задачи с  $J \in \mathcal{K}$ , где класс  $\mathcal{K}$  состоит из слабо полунепрерывных снизу функционалов. В этом случае  $X^*(J) \triangleq \text{Argmin}\{J(x) : x \in Q\} \neq \emptyset$ . Пусть еще  $\mathcal{L} \supset \mathcal{K}$  – класс приближенных функционалов  $\tilde{J}$ . Погрешность регуляризующего алгоритма  $\mathcal{R}(\tilde{J}, \delta)$  на классе  $\mathcal{K}$  измеряется величиной  $\sup_{J \in \mathcal{K}} \Delta(\mathcal{R}, J, \delta)$ ,

где  $\Delta(\mathcal{R}, J, \delta) \triangleq \sup\{\text{dist}(\mathcal{R}(\tilde{J}, \delta), X^*(J)) : \tilde{J} \in \mathcal{L}, \sup_{x \in Q} |\tilde{J}(x) - J(x)| \leq \delta\}$ . Будем

говорить, что исходная задача равномерно условно корректна на  $\mathcal{K}$ , если для некоторой монотонно возрастающей функции  $g = g(\tau) \geq 0$ ,  $\lim_{\tau \rightarrow 0} g(\tau) = g(0) = 0$ , выполняется  $\text{dist}(x, X^*(J)) \leq g(J(x) - J^*) \forall x \in Q$ . Если  $(\{x_n\} \subset Q, \lim_{n \rightarrow \infty} J(x_n) = J^*) \Rightarrow (\lim_{n \rightarrow \infty} \text{dist}(x_n, X^*(J)) = 0)$  для всех  $J \in \mathcal{K}$ , то задачу (1) называем условно корректной на  $\mathcal{K}$ . Здесь  $J^* = \min\{J(x) : x \in Q\}$ .

**Условие 1.** *Класс  $\mathcal{K}$  состоит из слабо полунепрерывных снизу функционалов, и если  $J \in \mathcal{K}$ , то функционал  $x \rightarrow J(x) + \alpha\|x - u\|^2$  принадлежит  $\mathcal{K}$  для всех  $\alpha > 0, u \in Q$ .*

**Теорема 1.** *Пусть выполняется Условие 1. Регуляризующий оператор  $\mathcal{R}$  такой, что*

$$\sup_{J \in \mathcal{K}} \Delta(\mathcal{R}, J, \delta) \leq \kappa(\delta), \quad \lim_{\delta \rightarrow 0} \kappa(\delta) = \kappa(0) = 0 \quad (1)$$

*для некоторой монотонно возрастающей функции  $\kappa = \kappa(\delta)$ , существует тогда и только тогда, когда исходная задача равномерно условно корректна на  $\mathcal{K}$ .*

**Теорема 2.** *Пусть для некоторого  $\mathcal{R}$  оценка (1) выполняется с  $\kappa(\delta) = C\delta$ . Тогда любой функционал  $J \in \mathcal{K}$  такой, что  $X^*(J) = \{x^*(J)\}$  есть одноточечное множество, является сильно выпуклым в окрестности  $x^*(J)$ .*

Следующая теорема указывает условие, при котором для рассматриваемого класса задач существует регуляризующий оператор, не использующий информацию об уровне погрешности  $\delta$ .

**Теорема 3.** *Пусть выполняется Условие 1. Регуляризующий оператор вида  $\mathcal{R}(\tilde{J}, \delta) = \mathcal{R}(\tilde{J})$  на классе  $\mathcal{K}$  существует тогда и только тогда, когда исходная задача условно корректна на  $\mathcal{K}$ .*

Работа проводилась при частичной поддержке РФФИ (проект №16–01–00039а).

**THE INFLUENCE OF INVASION ZONE PECULIARITIES NEAR  
HORIZONTAL WELLS ON THE INTERPRETATION OF  
RESISTIVITY LOGS**

Koldaev D.A., Bocharov O.B.

<sup>†</sup> *Novosibirsk Technology Center Baker Hughes, Novosibirsk  
dkoldaev@gmail.com*

Hydrocarbon reservoirs are in a state of equilibrium prior to drilling a well. This state is disturbed by the drilling process. In particular, the drilling mud filtrate penetrates into an area around the wellbore and forms an invasion zone. It is a well-known fact that this penetration into the invasion zone changes the resistivity of the formation. Therefore, it may distort the results of formation evaluation based on electromagnetic logging. Hence, investigation of fluid flow in porous media around horizontal wells enables improvement of EM data interpretation.

The invasion zone around a horizontal well may have a complex form [1]. To model the invasion process, the 2D Buckley – Leverett model [2] was employed which takes into account such processes as gravity forces, anisotropy, layered formation, boundary effects and salt distribution.

Many of the necessary model parameters could be unknown while modeling. For instance, initial conditions of the formation (the temperature, the fluids saturation and the pressure distributions) might be unknown. The same applies to the formation fluid properties (the density and the viscosity) and the formation properties (the porosity and the permeability). The fluids and the formation interactions also have to be determined (the capillary forces, the relative phase permeabilities). Optimization of the mud fluid properties also plays a big role in increasing the efficiency of oil production.

As a rule, the formation properties estimations are performed by solving inverse problems. Knowledge about the model sensitivity to its parameters is very useful for evaluating the efficiency of this information for solving inverse problems.

A series of calculations of the invasion zone around a horizontal well was performed. They confirmed that the invasion zone may have complex non axisymmetric shapes due to boundary effects or/and formation anisotropy. However, the gravity force in most real cases does not significantly influence the invasion zone.

It is shown that various parameter combinations may lead to similar filtrate and salt distribution and consequently to identical resistivity fields. To distinguish these situations, one needs additional log data (information).

REFERENCES

- (1) *Dzevat Omeragic, Lin Sun and others* “Characterizing teardrop invasion in horizontal wells in the presence of boundaries using LWD directional resistivity measurements”, SPWLA 54 rd Annual Logging Symposium, 2013
- (2) *Aziz K., Settari A.* Petroleum reservoir simulation, Applied Science Publishers, Ltd., London, 1979

**Численное решение и анализ обратной задачи для одной математической модели иммунологии**

Латышенко В.А., Криворотько О.И., Кабанихин С.И.

*Новосибирский государственный университет, Новосибирск*

*Институт вычислительной математики и математической геофизики СО*

*РАН, Новосибирск*

*Latushenko\_varia@mail.ru*

В данной работе исследована базовая математическая модель инфекционного заболевания Г.И. Марчука [1], состоящая из четырех нелинейных обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ) с запаздывающим аргументом, которые описывают изменение числа антигенов  $V(t)$ , рост плазматических клеток  $C(t)$ , баланс числа антител  $F(t)$  и характеристику пораженного органа  $m(t)$ :

$$(1) \quad \begin{aligned} \dot{V} &= (\beta - \gamma F(t))V(t), & \dot{F} &= \rho C(t) - (\mu_f + \eta\gamma V(t))F(t), & t \in (0, T) \\ \dot{C} &= \alpha F(t - \tau)V(t - \tau) - \mu_c(C(t) - C^*), & \dot{m} &= \sigma V(t) - \mu_m m(t). \end{aligned}$$

Обратная задача состоит в нахождении вектора параметров  $q = (\tau, \alpha, \beta, \gamma, \rho, \mu_f, \eta, \mu_c, \sigma, \mu_m)^T$  по заданным начальным условиям  $V(0) = V_0, C(0) = C^*, F(0) = \rho C^* / \mu_f, m(0) = 0$  и дополнительным измерениям состояний системы ОДУ (1) в фиксированные моменты времени  $t_k, k = 1, \dots, K$ :

$$(2) \quad V(t_k) = V^k, F(t_k) = F^k, C(t_k) = C^k, m(t_k) = m^k.$$

Решение обратной задачи (1)-(2) сводится к нахождению минимума соответствующего целевого функционала, который численно определяется генетическим алгоритмом.

Определено оптимальное количество измерений  $K$ , которые необходимо брать для адекватного численного определения параметров  $q$ . Для этого проведен апостериорный (практический) анализ [2] модели на идентифицируемость с помощью исследования числа обусловленности матрицы чувствительности и с помощью исследования собственных чисел матрицы Гессе. Представлены результаты численных расчетов.

*Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства образования и науки Российской Федерации, гранта Президента РФ (номер МК-1214.2017.1) и гранта № 1746/ГФ4 «Теория и численные методы решения обратных и некорректных задач естествознания».*

**СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ**

- (1) Марчук Г.И. Математическое моделирование в иммунологии. Вычислительные методы и эксперименты. - 3-е издание перераб. и доп. - Москва: Наука. Гл.ред.физ.-мат.лит. 1991.
- (2) Hongyu Miao, Xiaohua Xia, Alan S. Perelson, Hulin Wu On Identifiability of nonlinear ODE models and applications in viral dynamics. // SIAM Rev Soc Ind Appl Math -. 2011. Т. 53, № 1. С. 3–39.

**Анализ идентифицируемости математической модели секреции и кинетики С-пептида**

Лифенко В.И., Воронов Д. А., Кабанихин С.И.

*Новосибирский государственный университет, Новосибирск*

*Институт вычислительной математики и математической геофизики СО*

*РАН, Новосибирск*

*lera.lifenko@gmail.com*

Рассмотрена математическая модель секреции и кинетики С-пептида [1, 2], которая содержит 8 параметров, три из них относятся к кинетике С-пептида (показателя, отражающего уровень секреции инсулина):  $k_{01}, k_{21}, k_{12}$ , остальные относятся к секреции поджелудочной железы  $\alpha, \beta, m, h, x_0$ :

$$(1) \quad \begin{cases} \dot{c}p_1(t) = -[k_{01} + k_{21}]cp_1(t) + k_{12}cp_2(t) + mx(t) \\ \dot{c}p_2(t) = k_{21}cp_1(t) - k_{12}cp_2(t) \\ \dot{x}(t) = -mx(t) + y(t) \\ \dot{y}(t) = -\alpha(y(t) - \beta[G - h]) \\ cp_1(0) = 0, cp_2(0) = 0, x(0) = x_0, y(0) = 0 \end{cases}$$

Чтобы понять характер разработанной модели, необходимо идентифицировать индивидуальные параметры модели.

Представлен обзор типов анализа идентифицируемости: априорная (характеризует свойства самой системы), апостериорная (выявляет неидентифицируемые параметры, которые являются следствием неопределенности в данных) и чувствительность параметров (исследует в какой степени варибельность каждого параметра и начальных условий модели определяет варибельность результатов моделирования).

В частности продемонстрирована важность метода анализа чувствительности модели, основанного на исследовании свойств матрицы чувствительности [3]. Также изучен вопрос о выборе оптимальных временных точек измерения [4].

**СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ**

- (1) . *Carson E., Cobelli C.* Modelling Methodology for Physiology and Medicine. // New-York: Academic Press, 2001.
- (2) *Кабанихин С.И., Воронов Д.А., Гродзь А.А., Криворотько О.И.* Идентифицируемость математических моделей медицинской биологии. // Вавиловский журнал генетики и селекции, 2015.
- (3) *Hongyu M., Xiaohua Xia, Alan S. Perelson, Hulin Wu.* On Identifiability of Nonlinear ODE Models and Applications in Viral Dynamics // SIAM Rev Soc Ind Appl Math, 2011.
- (4) *Musa Hakan* Design of optimal sampling times for pharmacokinetic trials via spline approximation // Turk J Elec Eng and Comp Sci, Vol.18, No.6, 2010.



**ДИАГНОСТИКА ПОВРЕЖДЕНИЙ ДОРОЖНОГО ПОЛОТНА ПО  
МОБИЛЬНЫМ ВИДЕОИЗМЕРЕНИЯМ**

Титов А.В., Лаходынова Н.В.

*Томский государственный архитектурно-строительный университет, Томск  
avtitov@sibmail.com*

Мобильная видеосъемка традиционно используется при «ручной» диагностике и паспортизации текущего состояния автомобильных дорог. В последние годы вычислительные возможности мобильных устройств существенно выросли, что позволяет поставить задачу диагностики повреждений дорожного полотна по измерениям на серии последовательных кадров видеосъемки. В плоском случае решение обратной задачи фотограмметрии с помощью расстановки графических маркеров не встречает особенных трудностей (см. [1]). В пространственном случае [2] решение задачи сводится к формированию по графическим меткам элементов матрицы геометрических преобразований и восстановлению трехмерных координат точек объекта по перспективным проекциям в каждой картинной плоскости. В данной работе мы создаем мобильное приложение и тестируем известные алгоритмы поиска локальных особенностей изображений. Отметим, что применение «угловых» фильтров ([3]–[5]) целесообразно для анализа изображений объектов искусственного происхождения, например, пирамидки или кубика, в вершинах которых и располагаются маркеры. Объектам естественного происхождения, таким, как промоины, ямы и выбоины в асфальто-бетонном покрытии, присуще наличие локальных неоднородностей, поэтому в большей степени пригодны детекторы блобов (капель, blob), основанных на методе Лапласа [6].

Работа проводилась при частичной поддержке Российского фонда фундаментальных исследований и Администрации Томской области (код проекта 16-41-700400 p\_a).

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- (1) Marker Meter – измерение размеров по фотографии в лучших традициях криминалистики // [Электрон. ресурс]. URL: <http://4pda.ru/2015/06/04/224700> (дата обращения: 03.11.2016).
- (2) *Роджерс Д., Адамс Дж.* Математические основы машинной графики. М.: Мир, 2001. 604 с.
- (3) *Harris C., Stephens M.* A combined corner and edge detector // Fourth Alvey Vision Conference, Manchester, UK. 1988. P. 147–151.
- (4) *Sonka M., Hlavac V., Boyle R.* Image Processing, Analysis and Machine Vision. Thomson. 2008.
- (5) Harris affine region detector // [Электрон. ресурс]. URL: [https://en.wikipedia.org/wiki/Harris\\_affine\\_region\\_detector](https://en.wikipedia.org/wiki/Harris_affine_region_detector) (дата обращения: 03.11.2016).
- (6) *Tuytelaars T., Mikolajczyk K.* Local Invariant Feature Detectors: A Survey. 2008.

**АЛГОРИТМ ВОССТАНОВЛЕНИЯ РАЗРЫВОВ ВЕКТОРНОГО  
ПОЛЯ ПО ЕГО ЭКСПОНЕНЦИАЛЬНЫМ ЛУЧЕВЫМ  
ПРЕОБРАЗОВАНИЯМ**

Мальцева С.В.

*Институт математики им. С.Л. Соболева СО РАН, Новосибирск  
maltsevasv@math.nsc.ru*

В работе рассматривается задача восстановления множества точек единичного круга, в которых векторное поле терпит разрыв первого рода. Данными для задачи являются значения продольного и/или поперечного экспоненциального лучевого преобразования поля.

Продольное экспоненциальное лучевое преобразование векторного поля представляет собой множество интегралов от компонент поля, свернутых с компонентами направляющего вектора прямой интегрирования и умноженными на функцию, зависящую от другой неотрицательной функции, называемой поглощением. Вообще говоря, поглощение — не постоянная функция. Поперечное лучевое преобразование определяется аналогичным образом, только компоненты векторного поля сворачиваются с компонентами вектора, ортогонального прямой интегрирования.

Для решения указанной задачи использован метод построения индикаторов разрыва [1], [2] — операторов, представляющих собой комбинации операторов дифференцирования и обратной проекции. Применение операторов индикатора разрыва к лучевым преобразованиям позволяет визуализировать множество точек разрыва поля [3].

Приведены результаты численных экспериментов, иллюстрирующих применение операторов индикатора разрыва в рассматриваемой задаче.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- (1) *Аниконов Д. С.* Использование особенностей решения уравнения переноса в рентгеновской томографии // Доклады РАН. — 1994. — Т. 335, № 6. — С. 702–704.
- (2) *Vainberg E. I., Kazak I. A., Faingoiz M. L.* X-ray computerized back projection tomography with filtration by double differentiation. Procedure and information features // Soviet J. Nondest. Test. — 1985. — No. 21. — P. 106–113.
- (3) *Деревцов Е. Ю.* Некоторые подходы к задаче визуализации сингулярного носителя скалярных, векторных и тензорных полей по томографическим данным // Сиб. Электронные Матем. Известия. — 2008. — Т. 5. — С. 632–646.

**ГЛОБАЛЬНАЯ РАЗРЕШИМОСТЬ НАЧАЛЬНО-КРАЕВОЙ  
ЗАДАЧИ ДЛЯ ОДНОМЕРНЫХ УРАВНЕНИЙ ДИНАМИКИ  
МНОГОСКОРОСТНЫХ СМЕСЕЙ**

Мамонтов А.Е., Прокудин Д.А.

*Институт гидродинамики им. М. А. Лаврентьева СО РАН, Новосибирск  
aemamont@hydro.nsc.ru, prokudin@hydro.nsc.ru*

Рассматривается модель многокомпонентных многоскоростных смесей. Для нее теоремы о глобальном существовании слабых решений многомерных задач были получены совсем недавно (см., например, [1]–[3]), благодаря чему состояние этой теории стало сопоставимо с таковым для однокомпонентных моделей. При этом открылись проблемы, характерные именно для смесей, и отличающие их принципиально от однокомпонентных моделей. В определенной степени эти трудности описаны в [4], [5]. Для многих из них пока неясны пути преодоления.

Как и в многомерном случае, классические результаты для однокомпонентного вязкого газа не переносятся на многокомпонентный одномерный случай каким-то автоматическим образом, в частности, в силу принципиально иной структуры вязких членов — наличия недиагональной матрицы вязкостей. Это отличие по своей сложности не зависит от размерности движения.

В докладе будет представлена теорема о существовании и единственности сильного решения начально-краевой задачи о движении смеси с недиагональной матрицей вязкостей, будут обсуждаться перспективы и трудности дальнейшего развития теории.

Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда (проект № 15-11-20019).

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- (1) *Кучер Н. А., Мамонтов А. Е., Прокудин Д. А.* Стационарные решения уравнений динамики смесей вязких сжимаемых теплопроводных жидкостей // Сиб. матем. журн. 2012. Т. 53. № 6. С. 1338–1353.
- (2) *Мамонтов А. Е., Прокудин Д. А.* Разрешимость стационарной краевой задачи для уравнений движения однотемпературной смеси вязких сжимаемых теплопроводных жидкостей // Изв. РАН. Сер. матем. 2014. Т. 78. № 3. С. 135–160.
- (3) *Мамонтов А. Е., Прокудин Д. А.* Существование слабых решений задачи о трехмерных стационарных баротропных движениях смесей вязких сжимаемых жидкостей // Сиб. матем. журн. 2017. Т. 58. № 1. С. 148–164.
- (4) *Mamontov A. E., Prokudin D. A.* Viscous compressible multi-fluids: modeling and multi-d existence // Methods Appl. of Anal. 2013. V. 20. № 2. P. 179–195.
- (5) *Mamontov A. E., Prokudin D. A.* Viscous compressible homogeneous multi-fluids with multiple velocities: barotropic existence theory // Siberian Electronic Mathematical Reports. 2017. V. 14. P. 388–397.

**РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ ИДЕНТИФИКАЦИИ ОБЪЁМНОГО  
ТЕПЛОВОГО ИСТОЧНИКА ПРИ КАПИЛЛЯРНОЙ ПРОПИТКЕ  
ПОРИСТЫХ СРЕД**Марков С.И.<sup>1,2</sup>, Иткина Н.Б.<sup>1</sup><sup>1</sup>Новосибирский государственный технический университет, Новосибирск<sup>2</sup>Институт нефтегазовой геологии и геофизики СО РАН, Новосибирск  
*www.sim91@list.ru, itkina.nat@yandex.ru*

В работе [1] экспериментально показано, что при капиллярной пропитке пористого материала (газобетон “Сибит”) процесс просачивания влаги сопровождается движением теплового фронта. При этом условия эксперимента являлись изотермическими.

Можно выделить три взаимосвязанных физических процесса, происходящих при капиллярной пропитке:

1. адсорбция влаги вследствие влияния Ван-дер-ваальсовых сил при межмолекулярном взаимодействии;
2. сорбционное увлажнение пористого материала в результате выделения пара при движении жидкости по порам и каналам в процессе трения и химических реакций;
3. процесс переноса тепла при движения пара внутри пористой среды.

В работе использована up-scaling-технология для построения гомогенной среды с эффективными физическими свойствами, полностью эквивалентными физическим свойствам исходной гетерогенной пористой среды.

Для выше описанных процессов, в результате численной гомогенизации, определены эффективные коэффициенты теплопроводности и проницаемости пористого образца по воде. Для построенной гомогенной среды выполнено решение задачи идентификации объёмного теплового источника при капиллярной пропитке с помощью градиентного метода Флетчера-Ривса.

Выполнено сравнение полученных результатов с экспериментальными данными, которые приведены в работе [2].

Работа выполнена при финансовой поддержке стипендии президента Российской Федерации (СП-3627.2016.5)

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- (1) Низовцев М.И., Стерлягов А.Н., Терехов В.И. Распространение теплового фронта при капиллярной пропитке пористых материалов. // Ползуновский вестник. – Изд-во: ФГБОУ ВПО «Алтайский государственный технический университет им. И.И. Ползунова» (АлтГТУ) (Барнаул), 2010. – №3. С. 39-43.
- (2) Низовцев М.И., Стерлягов А.Н., Терехов В.И. Влияние градиента температуры на на влагоперенос в пористых материалах. // Ползуновский вестник. – Изд-во: ФГБОУ ВПО «Алтайский государственный технический университет им. И.И. Ползунова» (АлтГТУ) (Барнаул), 2012. – №3-1. С. 17-31.

**СОВРЕМЕННЫЕ ПОДХОДЫ К РЕШЕНИЮ ОБРАТНЫХ ЗАДАЧ  
РАСПРОСТРАНЕНИЯ ЦУНАМИ**

Марчук Ан.Г.

*Институт вычислительной математики и математической геофизики СО  
РАН, Новосибирск  
tag@otzg.ssc.ru*

В настоящее время созданы технические средства регистрации распространяющейся в глубоком океане волны цунами и мгновенной передачи в режиме реального времени её параметров в центр обработки данных. Это даёт возможность ставить и решать обратную задачу восстановления очага цунами. Если решить эту задачу достаточно быстро, то можно дать прогноз высоты волны у побережья ещё до её прихода к побережью. Поэтому, сейчас активно ведётся работа по разработке быстрых и эффективных методов решения обратной задачи восстановления очага цунами по записям глубоководных регистраторов. Одним из подходов является восстановление начального смещения водной поверхности, как линейной комбинации небольших «базисных» источников простой формы. Такой подход позволяет оценивать высоту волн у берега даже, не проводя прямого расчёта распространения цунами от построенного после решения обратной задачи очага. Некоторые из разработанных методов уже успешно используются в работе служб предупреждения цунами.

**Нестационарный сопряженный конвективный теплообмен в горизонтальном слое жидкости при подогреве снизу**

Бердников В.С., Митин К.А.

*Новосибирский государственный технический университет, Новосибирск  
Институт теплофизики им. С.С. Кутателадзе СО РАН, Новосибирск  
berdnikov@itp.nsc.ru*

В неравномерно нагретых объемах жидкости, находящихся в поле тяжести, развиваются свободно-конвективные течения. Многие технологические и технические процессы, такие как рост кристаллов и эпитаксиальных пленок, и разно-масштабные природные конвективные явления, например, теплообмен на границе раздела океана и атмосферы, в мантии Земли и в фотосфере Солнца, имеют физическую природу и пространственную форму, аналогичную наблюдаемой в горизонтальных слоях, подогреваемых снизу. В ИТ СО РАН были выполнены работы, направленные на экспериментальное исследование тепловой гравитационной конвекции в горизонтальных слоях жидкости при стационарных и нестационарных граничных условиях [1]. В работах изучена эволюция во времени пространственной формы течения, полей температуры и скорости. Особый интерес представляют данные о локальных особенностях сопряженного теплообмена и распределение полей температуры и термических напряжений внутри твердых границ. В ходе физического эксперимента затруднительно получить данные о распределении температуры внутри твердых границ, поэтому актуально проведение численного моделирования. Численно в сопряженной постановке, методом конечных элементов, исследован нестационарный сопряженный теплообмен в горизонтальном слое жидкости. Рассчитаны поля температуры, как в жидкости, так и в твердых стенках. Изучена эволюция конвективных течений и полей температуры после внезапного подвода тепла под основание горизонтального слоя. Полученные данные позволяют рассчитать локальные и интегральные тепловые потоки и энергетику течения на всех стадиях его развития. Можно рассчитать рост среднемассовой температуры жидкости и рост давления за счет ее теплового расширения. По полям температуры и градиентам температуры в твердых границах можно рассчитать термические напряжения. В целом полученные данные позволяют описать изменения энергетики процесса во времени и процессы воздействия на обтекаемые границы, включая нестационарные поля термических напряжений. Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант 15-08-07991а).

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- (1) Бердников В.С., Марков В.А., Малышев В.И. *Экспериментальные исследования тепловой гравитационной конвекции в горизонтальных слоях жидкости при стационарных и нестационарных граничных условиях.* // Структура гидродинамических потоков (вынужденное течение, тепловая конвекция): Сб. науч. тр. Новосибирск, 1986. С. 39-67.

**Нестационарный конвективный теплообмен при возникновении плавучей струи над линейным источником тепла**

Гусельникова О.О., Бердников В.С., Митин К.А.

*Новосибирский государственный технический университет, Новосибирск  
Институт теплофизики им. С.С. Кутателадзе СО РАН, Новосибирск  
berdnikov@itp.nsc.ru*

Исследования струйных течений с учетом эффекта плавучести - одна из задач геофизической гидромеханики. Это обусловлено современными проблемами геодинамики и физики атмосферы. Интерес представляет развитие термогравитационных струйных течений при зарождении циклонов и смерчей в атмосфере, закономерности течений воздушных масс, несущих примеси от труб ТЭЦ. Аналогичные проблемы переноса примесей от локализованных источников характерны для крупных водоемов. В задачах геодинамики это исследование характеристик и поведения мантийных плюмов. Очевидно, что прямое наблюдение за плюмом невозможно. Поэтому для его изучения необходимы эксперименты, как на лабораторных моделях, так и проведение численного моделирования, параллельно с физическими экспериментами. Комплексное физическое и численное моделирование глобальных геофизических процессов должно быть согласовано с результатами геофизической сейсмотографии. В ИТ СО РАН были выполнены работы, направленные на экспериментальное и численное исследование процессов формирования и выхода на дневную поверхность плюмов, развивающихся над линейными источниками тепла [1]. В работах изучена эволюция во времени пространственной формы течения, полей температуры и скорости в зависимости от подводимой мощности. В данной работе, с помощью пакета программ собственной разработки, проводится численное моделирование нестационарного конвективного теплообмена при возникновении плавучей струи над линейным источником тепла различной мощности в сильновязкой жидкости. Методом конечных элементов [2] решены уравнения термогравитационной конвекции в приближении Буссинеска в переменных температура, вихрь и функция тока. Изучена пространственная форма конвективных течений и полей температуры в жидкости и верхней горизонтальных стенках различной теплопроводности. Проведено сравнение полученных данных с экспериментальными. Исследована эволюция структуры течения термогравитационной природы в зависимости от мощности источника тепла. Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант 15-08-07991а).

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- (1) Антонов П.В., Арбузов В.А., Бердников В.С. и др. Экспериментальные и численные исследования нестационарных плавучих струй. Автометрия. 2012. 48, №3. С. 90-100
- (2) Соловейчик Ю.Г., Рояк М.Э., Персова М.Г. Метод конечных элементов для решения скалярных и векторных задач. – Новосибирск: изд-во НГТУ, 2007. - 896 с.

**Решение коэффициентной обратной задачи для гиперболического уравнения с помощью методов статистического моделирования**

Новиков Н.С., Медведев И.Н.

*Институт вычислительной математики и математической геофизики СО*

*РАН, Новосибирск*

*novikov-1989@yandex.ru*

Рассматривается коэффициентная двумерная обратная задача определения коэффициента  $\rho(x, y)$  гиперболического уравнения:

$$u_{tt}(x, y, t) = \Delta_{x,y}u(x, y, t) - \nabla \ln \rho(x, y) \nabla u.$$

Кроме того, рассматривается одномерный вариант данной постановки. Задачи подобного типа возникают, в частности, в акустике и сейсмике, где динамический характер постановок обратных задач позволяет получить ряд преимуществ по сравнению с кинематическими.

Для решения обратной задачи использован многомерный аналог метода Гельфанда - Левитана - Крейна [1]. Использование данного подхода позволяет свести нелинейную обратную задачу к семейству линейных интегральных уравнений следующего вида:

$$\Phi^k(x, t) = \frac{1}{2} \sum_m \int_{-x}^x (f_m^k)'(t-s) \Phi^m(x, s) ds - \frac{1}{2} \int_{-\pi}^{\pi} \frac{e^{iky}}{\rho(0, y)} dy, k \in \mathbb{Z}$$

Кроме того, метод позволяет сформулировать необходимые и достаточные условия разрешимости обратной задачи.

Численное решение полученного семейства уравнений получено на основе методов Монте-Карло [2]. Поскольку для восстановления искомого коэффициента необходимо вычислить только значения решения  $\Phi^k(x, t)$  только при  $t = x - 0$ , использование методов статистического моделирования [3], в частности, модификации метода подобных траекторий позволяет построить эффективные численные алгоритмы решения рассмотренных обратных задач.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- (1) *S.I. Kabanikhin and M.A. Shishlenin* Numerical algorithm for two-dimensional inverse acoustic problem based on Gel'fand-Levitán-Krein equation. // Journal of inversed and ill-Posed problems, 18 (2010), 802–814.
- (2) *S. Kabanikhin, K. Sabelfeld, N. Novikov, M. Shishlenin* Numerical solution of the multidimensional Gelfand–Levitán equation // Journal of Inverse and Ill-posed Problems. Volume 23, Issue 5, p. 439-450
- (3) *Г. А. Михайлов, И. Н. Медведев* Векторные оценки метода Монте-Карло: двойственные представления и оптимизация. // Сиб. журн. вычисл. матем., 13:4 (2010), 423–438; Num. Anal. Appl., 3:4 (2010), 344–356



**ЧИСЛЕННЫЕ АЛГОРИТМЫ УСВОЕНИЯ ДАННЫХ ДЛЯ  
МОДЕЛЕЙ ПЕРЕНОСА И ТРАНСФОРМАЦИИ ПРИМЕСЕЙ В  
АТМОСФЕРЕ**

Пененко А.В.

*Институт вычислительной математики и математической геофизики СО  
РАН, Новосибирский государственный университет, Новосибирск  
a.penenko@yandex.ru*

В работе представлены алгоритмы усвоения данных измерений концентрации химических веществ для модели транспорта и трансформации примесей в атмосфере. Задача усвоения данных рассматривается как последовательность связанных обратных задач, когда результаты решения одной задачи являются априорной информацией для решения последующих. Алгоритм основан на вариационном подходе со слабыми ограничениями и схеме расщепления [1,2]. Для линейной стадии переноса разработан прямой (без итераций) алгоритм. Для нелинейной стадии трансформации используются градиентные алгоритмы и алгоритмы типа Ньютона. Эффективность работы алгоритма была проверена на реальных данных.

Работа поддержана проектом МК-8214.2016.1, Программами фундаментальных исследований РАН I.33П, II.2П, а также проектом РФФИ 17-01-00137.

**СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ**

- (1) *Пененко А.В., Пененко В.В.* Прямой метод вариационного усвоения данных для моделей конвекции-диффузии на основе схемы расщепления // Вычислительные технологии Т.19, №4, 2014 69-83.
- (2) *Пененко А. В., Пененко В. В., Цветова Е. А.* Последовательные алгоритмы усвоения данных в моделях мониторинга качества атмосферы на базе вариационного принципа со слабыми ограничениями // Сиб. журн. вычисл. матем. 2016. Т. 19, № 4. С. 401-418.

**ОБРАТНАЯ ЗАДАЧА ВОССТАНОВЛЕНИЯ ПАРАМЕТРОВ  
ДВИЖЕНИЯ УЕДИНЕННЫХ ВОЛН**

Перевалова Е.Г.

*Институт гидродинамики им. М.А. Лаврентьева СО РАН, Новосибирск  
ulan\_ev@ngs.ru*

Рассматривается математическая модель внутренних волн большой амплитуды в слабостратифицированной жидкости в поле силы тяжести. Предполагается, что фоновый профиль плотности жидкости зависит экспоненциально от глубины. В такой ситуации характеристики волнового движения (скорость нелинейной волны, ее амплитуда и т.п.) определяются коэффициентом, задающим тонкую структуру стратификации [1]. В данной работе исследуется обратная задача восстановления коэффициента плотности по кривой амплитудной дисперсии для уединенных волн. Указанная задача сводится [2] к решению интегрального уравнения Фредгольма первого рода с ядром специального вида. Для этого уравнения анализируется свойство единственности его решений в классе аналитических функций, описывающих возмущения тонкой структуры стратификации.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- (1) *Makarenko N.I., Maltseva J.L., Kazakov A.Yu.* Conjugates flows and amplitude bounds for internal solitary waves. // *Nonlin. Processes Geophys.* 2009. V.16. P.169-178.
- (2) *Макаренко Н.И., Перевалова Е.Г.* Плотностная стратификация и амплитудная дисперсия внутренних волн. // *Фунд. и Прикл. Гидрофизика.* 2013. Т.6, №2. С.71-77.

**ОБРАТНЫЕ ЗАДАЧИ ДЛЯ УРАВНЕНИЙ ТРЕТЬЕГО ПОРЯДКА**Попов С.В.<sup>1</sup>, Николаев Н.Н.<sup>2</sup><sup>1</sup> *Северо-Восточный федеральный университет имени М.К. Аммосова,  
Якутск, Республика Саха (Якутия)  
gusporov@mail.ru*<sup>2</sup> *Нюрбинский технический лицей имени А.Н. Чусовского,  
Нюрба, Республика Саха (Якутия)  
nike1987@mail.ru*

В работе устанавливаются разрешимости обратных задач нахождения вместе с решением неизвестных коэффициентов при решении для уравнений третьего порядка по временной переменной при задании точечных и интегральных условий переопределения.

**Обратная задача I.** Найти функции  $u(x, t)$ ,  $q(t)$ , являющиеся в прямоугольнике  $Q = (0, 1) \times (0, T)$  решением уравнения

$$(1) \quad u_{ttt} + u_{xx} + q(t)u = f(x, t)$$

такие, что для них выполняются начальные условия

$$(2) \quad u(x, 0) = u_t(x, 0) = u(x, T) = 0, \quad x \in \Omega$$

краевые условия

$$(3) \quad u(0, t) = u(1, t) = 0, \quad t \in (0, T),$$

а также условия переопределения  $u_x(0, t) = \psi(t)$ ,  $t \in (0, T)$ , где  $f(x, t)$ ,  $\psi(t)$  — заданные функции, определенные при  $x \in \bar{\Omega}$ ,  $t \in [0, T]$ .

**Обратная задача II.** Найти функции  $u(x, t)$  и  $q(t)$ , являющиеся в прямоугольнике  $Q$  решением уравнения (1) при выполнении условий (2), (3), а также условия переопределения

$$(4) \quad \int_0^1 K(x)u(x, t) dx = \psi(t), \quad t \in (0, T).$$

Доказательство теоремы существования регулярных решений обратных задач I и II методами, применяемыми в работах [1, 2].

Работа проводилась при частичной поддержке Минобрнауки России в рамках государственного задания на выполнение НИР на 2017-2019 гг. (проект №6069).

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- (1) *Валитов И.Р., Кожанов А.И.* Обратные задачи для гиперболических уравнения: случай неизвестных коэффициентов, зависящих от времени // Вестник НГУ. Серия: Математика, механика, информатика. 2006. Т.6, № 1. С. 3–18.
- (2) *Павлов С.С.* Нелинейные обратные задачи для многомерных гиперболических уравнений с интегральным переопределением // Мат. заметки ЯГУ. 2011. Т.19, № 2. С. 128–154.

**ОПРЕДЕЛЕНИЕ НЕКОТОРЫХ ПАРАМЕТРОВ НЕФТЯНОГО  
МЕСТОРОЖДЕНИЯ ПО ДОПОЛНИТЕЛЬНЫМ ИЗМЕРЕНИЯМ  
ТЕМПЕРАТУРЫ И ДАВЛЕНИЯ В СКВАЖИНЕ**<sup>1</sup>Приходько А.Ю., <sup>1,2,3</sup>Шишленин М.А.<sup>1</sup>Новосибирский государственный университет, Новосибирск<sup>2</sup>Институт математики им. С.Л. Соболева СО РАН, Новосибирск<sup>3</sup>Институт вычислительной математики и математической геофизики СО  
РАН, Новосибирск

e-mails: Prikhodko1997@gmail.com, mshishlenin@ngs.ru

Одной из важных задач диагностики состояния скважины является оперативное определение изменения дебита скважины и обводненности [1]. В данной работе предложен алгоритм оценивания указанных параметров путем решения обратной задачи. В обратной задаче требуется определить количество жидкости поступающей из пласта в скважину (дебит) и отношение количества воды к количеству нефти (обводненность), по измеренным давлению и температуре на заданной глубине [2].

Важность решения прямой и обратной задачи для двухфазного потока (жидкость и газ) в скважине определяется тем, что в настоящее время только в России эксплуатируется около ста тысяч скважин. Установка специального оборудования, позволяющего осуществлять постоянный мониторинг работы скважин, процесс очень сложный и дорогостоящий. Мониторинг можно реализовать, если использовать входящие в стандартный набор телеметрии погружного насоса датчики давления и температуры, а также установленные практически на каждой скважине датчики, измеряющие давление и температуру.

Показано, что при заданном уровне погрешности измерений, обратная задача может иметь множество решений, которые сосредоточены в секторе пересечения соответствующих линий уровня. Таким образом, некорректность задачи (а именно, не единственность решения) хотя и является непреодолимой, однако множество решений может быть локализовано в определенном секторе. Проведен сравнительный анализ нескольких численных методов решения обратной задачи. Приведены результаты численных расчетов.

Работа проводилась при частичной поддержке РФФИ (проекты 16-01-00755, 16-29-15120 и 17-51-540004).

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- (1) С.И. Кабанихин, А.Н. Черемисин, М.А. Шишленин. Обратная задача определения обводненности и дебита в вертикальной фонтанной скважине // Сибирский журнал индустриальной математики. 2011. Т. 14, № 3(47). С. 31–36.
- (2) А.Э. Рязанцев, С.И. Кабанихин, М.А. Шишленин. Математическое обоснование использования систем телеметрии погружных насосов для непрерывного мониторинга работы добывающих скважин // Вестник ЦКР Роснедра. 2013. Т. 5. С. 32–36.

**Задача восстановления потенциала оператора Штурма-Лиувилля по  
конечному набору спектральных данных**

Савчук А.М.

*Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, Москва  
artem\_savchuk@mail.ru*

Рассмотрим классическую обратную задачу восстановления вещественного потенциала оператора Штурма-Лиувилля  $L$ , заданного на конечном отрезке по спектральной функции. Мы рассматриваем краевые условия Дирихле, хотя метод и результаты легко переносятся на случай краевых условий Дирихле-Неймана. Наш подход позволяет получать результаты, как для классических потенциалов, так и для потенциалов-распределений первого порядка сингулярности. Легко видеть, что поскольку оператор действует на конечном отрезке, спектральная функция есть функция скачков. При этом точки разрывов совпадают с собственными значениями оператора  $L$ , а величины скачков равны нормировочным числам. Хорошо известно, что по двум данным вещественным последовательностям (при условии положительности нормировочных чисел и при выполнении определенных асимптотических соотношений) потенциал  $q$  восстанавливается однозначно. Мы изучаем вопрос о восстановлении потенциала по конечному набору спектральных данных, оставляя в каждой последовательности  $N$  первых членов. Кроме того, мы предполагаем известными несколько первых членов в асимптотических представлениях для собственных значений и нормировочных чисел (например, для случая квадратично суммируемой функции  $q$  мы предполагаем известным среднее значение потенциала). Ясно, что такая информация не позволяет найти потенциал в точности, хотя хорошо известен явный алгоритм, позволяющий построить приближение потенциала. Наша цель - дать оценки на норму разности между истинным потенциалом и его приближением в подходящем пространстве Соболева. Оценки такого вида были известны давно, но были локальными - содержали постоянные, зависящие от потенциала, что делало эти оценки малоприменимыми для практического использования. С другой стороны, ясно, что при отсутствии вообще какой-либо априорной информации погрешность может оказаться сколь угодно большой. Мы рассмотрим два вида априорной информации: информацию о норме потенциала или информацию о полном наборе спектральных данных. Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда (грант 17-11-01215).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- (1) *Савчук А.М., Шкалик А.А.* Обратная задача для операторов Штурма-Лиувилля с потенциалами из пространств Соболева: Равномерная устойчивость. // Функциональный анализ и приложения. (44)4, 34-53, 2010.
- (2) *A.M.Savchuk and A.A.Shkalikov* Recovering of a potential of the Sturm-Liouville problem from finite sets of spectral data. // Amer. Math. Soc. Transl. 233, 2014.

- (3) *Савчук А.М.* Восстановление потенциала оператора Штурма–Лиувилля по конечному набору собственных значений и нормировочных чисел. // Математические заметки (99)5, 715-731, 2016.

**ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ СОБСТВЕННЫХ  
КОЛЕБАНИЙ ОБОЛОЧКИ С ГРУЗАМИ**

Самсонов А.А., Соловьёв С.И., Соловьёв П.С.

*Казанский (Приволжский) федеральный университет, Казань  
sergei.solovyev@kpfu.ru*

Исследуется задача о собственных колебаниях оболочки с упруго присоединенными грузами. Задача сводится к определению собственных значений и собственных функций задачи на собственные значения для системы дифференциальных уравнений с рациональной зависимостью от спектрального параметра [1]. Установлено, что задача на собственные значения имеет последовательность конечнократных собственных значений, занумерованных по возрастанию с учетом кратности, с единственной предельной точкой на бесконечности. Последовательности собственных значений соответствует нормированная последовательность собственных функций. Получены результаты о числе собственных значений на произвольном интервале. Исходная бесконечномерная задача аппроксимируется задачей в конечномерном подпространстве. Исследуется сходимость и погрешность приближенных собственных значений и собственных функций. Задача в конечномерном подпространстве эквивалентна матричной задаче на собственные значения с рациональной зависимостью от спектрального параметра. Исследуется разрешимость матричной задачи и свойства решений. Для вычисления собственных значений на заданном интервале рациональной матричной задачи на собственные значения предложен и обоснован метод деления спектра. Представленные результаты обобщают и развивают результаты, полученные в [2].

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проекты № 16-01-00301, 17-41-160277, 17-08-01279).

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- (1) Андреев Л.В., Дышко А.Л., Павленко И.Д. Динамика пластин и оболочек с сосредоточенными массами. – М.: Машиностроение, 1988. – 200 с.
- (2) Соловьёв С.И. Нелинейные задачи на собственные значения. Приближенные методы. – Saarbrücken: LAP Lambert Academic Publishing, 2011. – 256 с.

**ЕДИНСТВЕННОСТЬ РЕШЕНИЯ ДВУМЕРНОЙ ПРЯМОЙ  
ЗАДАЧИ ВОЛНОВОГО ПРОЦЕССА С МГНОВЕННЫМ И  
ШНУРОВЫМ ИСТОЧНИКАМИ**

Сатыбаев А.Дж., Анищенко Ю.В., Кокозова А.Ж., Алимканов А.А.

*Ошский технологический университет, Кыргызстан*

*abdu-satybaev@mail.ru, program85@mail.ru*

Данная статья посвящена обоснованию единственности решения поставленной задачи. Задача рассматривается в той постановке, которая необходима для решения обратной задачи.

$$(1) \quad u''_{tt}(z, y, t) + \frac{b_1(z, y)}{c_1(z, y)} u'_t(z, y, t) = \frac{\sigma_1(z, y)}{c_1(z, y)} \Delta u(z, y, t) + \frac{\sigma'_{1z}(z, y)}{c_1(z, y)} u'_z(z, y, t) + \frac{\sigma_{1y}(z, y)}{c_1(z, y)} u'_y(z, y, t) + \frac{a_1(z, y)}{c_1(z, y)} u(z, y, t), \quad (z, t) \in R^2_+, \quad y \in R,$$

$$(2) \quad u(z, y, t)|_{t=0} = 0, \quad u'_z(z, y, t)|_{z=0} = -\frac{1}{2}(r(y)\delta(t) + h(y)\theta(t)),$$

где  $a_1(z, y), b_1(z, y), c_1(z, y), \sigma_1(z, y)$  - коэффициенты уравнения, описывающие физические параметры среды,  $u(z, y, t)$  - возмущение среды,  $\Delta u(z, y, t) = u''_{zz} + u''_{yy}$  - оператор Лапласа,  $r(y), h(y)$  - функции источники,  $\delta(t)$  - дельта функция Дирака,  $\theta(t)$  - тета функция Хевисайда.

**СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ**

- (1) *Анищенко Ю.В., Сатыбаев А.Дж.* Единственность решения двумерной прямой задачи геоэлектрики с мгновенным и шнуровым источниками. Известия Кыргызского технического университета имени И. Раззакова, №1 (35) Часть 1, Бишкек, 2017.
- (2) *Кабанихин С.И.* Некорректные и обратные задачи. - Новосибирск: Сибирское научное издательство, 2009. - 457 с.
- (3) *Романов В.Г.* Устойчивость обратных задач. - М.: Научный Мир, 2004, 304 с.
- (4) *Сатыбаев А.Дж., Алимканов А.А.* Единственность решения двумерной прямой задачи сейсмологии с мгновенным и шнуровым источниками. Вестник Кыргызского государственного университета строительства, транспорта и архитектуры им. Н. Исанова, 4(54), Бишкек, стр. 56-62.
- (5) *Сатыбаев А.Дж., Калдыбаева Г.А.* Единственность решения прямой задачи термоупругости с плоской границей. Проблемы автоматизации и управления. №1, Бишкек, 2011, стр 59-63.
- (6) *Сатыбаев А.Дж., Матисаков Ж.К.* Единственность решения одной прямой задачи акустики с мгновенным источником и плоской границей. Проблемы автоматизации и управления. ИИАТ НАН, ИЛИМ, Бишкек, 2010, стр. 159-163.



**Использование комплекса программ АМІКС для численного анализа стохастического уравнения теплопроводности методом Монте-Карло на суперкомпьютере**

Смирнов Д.Д., Иванов А.А.

*Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН*

*smirnovdd@mail.ru, bppp@mail.ru*

В данной работе с помощью комплекса программ АМІКС проводится численный анализ стохастического уравнения теплопроводности [1] методом Монте-Карло на суперкомпьютере. Динамическая система, заданная уравнением теплопроводности находится под воздействием случайных шумов, которые могут быть, как внешние (аддитивные), так и внутренние (мультипликативные) шумы, к тому же случайным может быть коэффициент температуропроводности. Комплекс программ АМІКС (сокращение образовано первыми буквами фамилий разработчиков на английском языке: Artemiev, Marchenko, Ivanov, Korneev, Smirnov) представляет собой удобный программный инструмент для численного анализа систем стохастических дифференциальных уравнений (СДУ) любой размерности на супер-ЭВМ. С помощью АМІКС можно описывать различные модели, задаваемые системами СДУ, находить вероятностные и статистические характеристики от численного решения этих систем СДУ: оценку математического ожидания, оценку дисперсии, плотность распределения выделенной компоненты решения для заданного узла сетки, частотный фазовый портрет (ЧФП) и частотную интегральную кривую (ЧИК) [2]. Рассчитываемые характеристики для решения системы СДУ должны показать реакцию динамической системы на случайные возмущения, общие закономерности в поведении численного решения и максимально возможные отклонения моделируемых траекторий решения системы СДУ. Набор вероятностных и статистических характеристик, реализованных в АМІКС, позволяет удовлетворить вышеуказанным требованиям.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 17-01-00698 А»).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- (1) *Тихонов А.Н., Самарский А.А.* Уравнения математической физики. М.: Изд-во МГУ, 1999.
- (2) *Артемьев С. С., Иванов А. А., Смирнов Д. Д.* Новые частотные характеристики численного решения стохастических дифференциальных уравнений, Сиб. журн. вычисл. матем., 18:1 (2015), 15–26; Num. Anal. Appl., 8:1 (2015), 13–22.

**ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ ОБРАТНОЙ ЭКСТРЕМАЛЬНОЙ  
ЗАДАЧИ ДЛЯ НЕЛИНЕЙНОГО УРАВНЕНИЯ  
ДИФFUЗИИ–РЕАКЦИИ ПРИ УСЛОВИИ ДИРИХЛЕ НА  
ГРАНИЦЕ**

Соболева О.В.

*Институт прикладной математики ДВО РАН, Владивосток  
soboleva22@mail.ru*

Целью работы является численный анализ коэффициентных обратных экстремальных задач для стационарного нелинейного уравнения диффузии–реакции, описывающего процесс массопереноса в ограниченной области  $\Omega$  в пространстве  $\mathbf{R}^d$ ,  $d = 1, 2$  с липшицевой границей  $\Gamma$ . Исходная краевая задача описывается соотношениями

$$(1) \quad -\lambda \Delta \varphi + k(\varphi)\varphi = f \text{ в } \Omega, \quad \varphi = 0 \text{ на } \Gamma.$$

Здесь  $\varphi$  – концентрация загрязняющего вещества (примеси),  $\lambda = \text{const} > 0$  – коэффициент диффузии,  $k(\varphi) = \varphi^2$  – величина, характеризующая распад вещества за счет химических реакций,  $f$  – плотность объемных источников.

Исследуемая обратная задача заключается в нахождении неизвестного параметра  $k(\varphi)$  и концентрации загрязняющего вещества  $\varphi$  по дополнительной информации о состоянии среды в некоторой подобласти  $Q \subset \Omega$ . Указанная задача формулируется как задача минимизации определенного функционала качества на решениях исходной краевой задачи [1]. Исследование разрешимости поставленной коэффициентной обратной задачи, вывод системы оптимальности, получение оценок устойчивости относительно малых возмущений функционала качества и правой части  $f$  уравнения (1) аналогичны исследованиям проведенным в работе [1].

В данной работе разрабатывается и исследуется алгоритм численного решения обратной экстремальной задачи для стационарного нелинейного уравнения диффузии–реакции. В основу алгоритма ложится система оптимальности аналогичная системе полученной в [1]. Численное решение прямых и сопряженных задач проводится с помощью метода сеток. Метод Ньютона применяется, как для решения прямой и сопряженной задач, так и для реализации алгоритма численного решения поставленной обратной экстремальной задачи.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект 16-01-00365-а).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- (1) *Бризицкий Р.В., Сарыцкая Ж.Ю.* Краевая и экстремальная задачи для нелинейного уравнения конвекции–диффузии–реакции // Сиб. электрон. матем. изв. 2015. Т. 12. С. 447–456.

**КОЛЛОКАЦИОННО-ВАРИАЦИОННЫЕ РАЗНОСТНЫЕ СХЕМЫ  
ДЛЯ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНО-АЛГЕБРАИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ**

Соловарова Л.С.

*Институт динамики систем и теории управления им. В.М. Матросова СО  
РАН, Иркутск  
soleilu@mail.ru*

В докладе рассмотрена задача

$$A(t)x'(t) + B(t)x(t) = f(t), \quad x(0) = x_0, \quad t \in [0, 1],$$

где  $A(t)$ ,  $B(t)$  –  $(n \times n)$ -матрицы,  $f(t)$  и  $x(t)$  – заданная и искомая  $n$ -мерные вектор-функции, элементы матриц  $A(t)$ ,  $B(t)$  и  $f(t)$  достаточно гладкие, и

$$\det A(t) \equiv 0.$$

Такие задачи принято называть дифференциально-алгебраическими уравнениями (ДАУ). Данный класс уравнений относится к классу некорректных задач.

Характеристикой сложности таких уравнений является понятие индекса - минимального числа дифференцирований и конечных преобразований, необходимых для того, чтобы исходное ДАУ можно было редуцировать к обыкновенному дифференциальному уравнению, разрешенному относительно производной (см., напр., [1]).

Для рассматриваемых уравнений предложено семейство коллокационно-вариационных разностных схем невысокого порядка. Построение данных схем основано на идеях, изложенных в статьях [2, 3].

Подчеркнуты преимущества данных алгоритмов, приведены достаточные условия сходимости и результаты численных расчетов тестовых примеров.

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 16-31-00219 мол-а, 15-01-03228-а, 16-51-540002-Вьет-а.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- (1) Хайрер Э., Ваннер Г. Решение обыкновенных дифференциальных уравнений. Жесткие и дифференциально-алгебраические задачи. – Пер. с англ. М.: Мир, 1999.
- (2) Булатов М.В., Горбунов В. К., Мартыненко Ю.В., Нгуен Дин Конг. Вариационные подходы к численному решению дифференциально-алгебраических уравнений // Вычислительные технологии. 2010. Т. 15, № 5. с. 3–14.
- (3) Булатов М.В., Рахвалов Н.П., Соловарова Л.С. Численное решение дифференциально-алгебраических уравнений методом коллокационно-вариационных сплайнов // Журнал вычислительной математики и математической физики. 2013. Т.53, N 3. с. 46–58.

**АППРОКСИМАЦИЯ САМОСОПРЯЖЕННЫХ ЗАДАЧ НА  
СОБСТВЕННЫЕ ЗНАЧЕНИЯ С НЕЛИНЕЙНОЙ  
ЗАВИСИМОСТЬЮ ОТ СПЕКТРАЛЬНОГО ПАРАМЕТРА**

Соловьёв П.С., Соловьёв С.И., Самсонов А.А.

*Казанский (Приволжский) федеральный университет, Казань  
sergei.solovyev@kpfu.ru*

Пусть  $V$  – вещественное бесконечномерное гильбертово пространство с нормой  $\|\cdot\|$ ,  $\mathbb{R}$  – числовая прямая,  $\Lambda \subset \mathbb{R}$ . Введем отображения  $a : \Lambda \times V \times V \rightarrow \mathbb{R}$  и  $b : \Lambda \times V \times V \rightarrow \mathbb{R}$ , которые при фиксированном первом аргументе  $\mu \in \Lambda$  являются симметричными билинейными формами  $a(\mu, \cdot, \cdot)$  и  $b(\mu, \cdot, \cdot)$ . Предположим, что при фиксированном  $\mu \in \Lambda$  билинейная форма  $a(\mu, \cdot, \cdot)$  является положительно-определенной и ограниченной, то есть существуют положительные постоянные  $\alpha_1(\mu)$  и  $\alpha_2(\mu)$  такие, что  $\alpha_1(\mu)\|v\|^2 \leq a(\mu, v, v) \leq \alpha_2(\mu)\|v\|^2$  для любого  $v \in V$ . Предположим также, что при фиксированном  $\mu \in \Lambda$  билинейная форма  $b(\mu, \cdot, \cdot)$  является вполне непрерывной, то есть  $b(\mu, v_i, v_i) \rightarrow b(\mu, v, v)$  при  $i \rightarrow \infty$  для  $v_i \rightarrow v$  в  $V$  при  $i \rightarrow \infty$ . Символом  $\rightharpoonup$  обозначена слабая сходимость в гильбертовом пространстве  $V$ . Обозначим  $K(\mu) = \{v : v \in V, b(\mu, v, w) = 0 \forall w \in V\}$  и предположим, что  $K = K(\mu)$  не зависит от  $\mu \in \Lambda$ ,  $\text{codim } K = \infty$ . Предположим, что отображения  $a(\mu, \cdot, \cdot)$  и  $b(\mu, \cdot, \cdot)$  являются непрерывными по первому аргументу  $\mu \in \Lambda$ . Сформулируем нелинейную задачу на собственные значения: найти  $\lambda \in \Lambda$ ,  $u \in V \setminus K$  такие, что

$$a(\lambda, u, v) = \lambda b(\lambda, u, v) \quad \forall v \in V.$$

Исходная задача в бесконечномерном гильбертовом пространстве аппроксимируется задачей в конечномерном подпространстве. Исследуется сходимость и погрешность приближенных собственных значений, собственных элементов и собственных подпространств. Общие результаты применяются для исследования схемы метода конечных элементов с численным интегрированием для обыкновенной дифференциальной задачи на собственные значения второго порядка с нелинейной зависимостью от спектрального параметра. Представленные результаты обобщают и развивают результаты, полученные в работах [1, 2, 3]

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проекты № 16-01-00301, 17-41-160277, 17-08-01279).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- (1) *Соловьёв С.И.* Нелинейные задачи на собственные значения. Приближенные методы. – Saarbrücken: LAP Lambert Academic Publishing, 2011. – 256 с.
- (2) *Соловьёв С.И.* Аппроксимация знаконеопределенных спектральных задач // Дифференц. уравнения. – 2012. – Т. 48, № 7. – С. 1042–1055.
- (3) *Соловьёв С.И.* Аппроксимация нелинейных спектральных задач в гильбертовом пространстве // Дифференц. уравнения. – 2015. – Т. 51, № 7. – С. 937–950.

**МЕТОД ИТЕРАЦИИ ПОДПРОСТРАНСТВА РЕШЕНИЯ  
НЕЛИНЕЙНЫХ ЗАДАЧ НА СОБСТВЕННЫЕ ЗНАЧЕНИЯ**

Соловьёв С.И., Соловьёв П.С., Самсонов А.А.

*Казанский (Приволжский) федеральный университет, Казань  
sergei.solovyev@kpfu.ru*

После дискретизации задачи на собственные значения для симметричных эллиптических дифференциальных уравнений получают матричную задачу на собственные значения  $Au = \lambda Bu$  с большими разреженными симметричными матрицами  $A$  и  $B$ . Обычно эти матрицы имеют очень большие размеры, а матрица  $A$  является плохо обусловленной. Мы рассматриваем ситуацию, когда матрицы  $A$  и  $B$  невозможно разместить в памяти компьютера, а доступна только операция умножения матрицы на вектор. Классические численные методы решения матричных задач на собственные значения не могут применяться в рассматриваемой ситуации, поскольку высокая размерность матриц  $A$  и  $B$  не позволяет использовать память компьютера для их хранения и обработки. В данной ситуации широко применяются различные варианты метода итерации подпространства с предобуславливанием [1, 2]. Эти методы сводят на каждом итерационном шаге решение исходной задачи высокой размерности к вычислению приближенных решений, полученных с помощью решения задачи малой размерности в подпространстве.

В настоящей работе исследуется симметричная задача на собственные значения  $A(\lambda)u = \lambda B(\lambda)u$  с нелинейной зависимостью от спектрального параметра. Предполагается непрерывная зависимость матриц  $A(\mu)$  и  $B(\mu)$  от параметра  $\mu$ . Получены результаты о существовании и свойствах решений задачи. Для решения задачи предложен метод итерации подпространства с предобуславливанием. Исследована сходимость и погрешность метода. Представленные результаты обобщают и развивают результаты, полученные в [1, 2, 3].

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проекты № 16-01-00301, 17-41-160277, 17-08-01279).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- (1) *Соловьёв С.И.* Нелинейные задачи на собственные значения. Приближенные методы. – Saarbrücken: LAP Lambert Academic Publishing, 2011. – 256 с.
- (2) *Solov'ëv S.I.* Preconditioned iterative methods for a class of nonlinear eigenvalue problems // *Linear Algebra Appl.* – 2006. – V. 415. No. 1. – P. 210–229.
- (3) *Соловьёв С.И.* Аппроксимация нелинейных спектральных задач в гильбертовом пространстве // *Дифференц. уравнения.* – 2015. – Т. 51, № 7. – С. 937–950.

**ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ ЛЕДОВЫХ СТРУКТУР В  
ШЕЛЬФОВОЙ ЗОНЕ АРКТИКИ НА СИНТЕТИЧЕСКИЕ  
СЕЙСМОГРАММЫ ПРИ ЧИСЛЕННОМ ТРЕХМЕРНОМ  
МОДЕЛИРОВАНИИ**

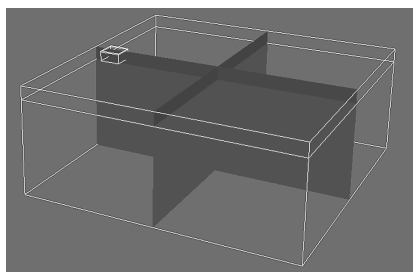
Стогний П.В., Петров Д.И.

*Московский Физико-Технический Институт (Государственный  
Университет), Долгопрудный*

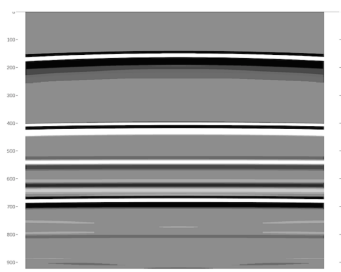
*Институт Автоматизации Проектирования РАН, Москва  
stognii@phystech.edu, diapetr@gmail.com*

Были проведены численные эксперименты по решению задач сейсморазведки в шельфовой зоне Арктики [1]. Рассматривались модели, содержащие характерные для данного региона ледовые структуры: торосы [2], айсберги, ледовое поле. Исследовалось влияние ледовых конструкций на волновые поля при значительных и незначительных размерах ледовых образований по сравнению с глубиной моря.

На рис. 1 представлено схематичное изображение модели с айсбергом, глубина подводной части которого сравнима с глубиной водного слоя – 70 м. и 100 м., соответственно, а также синтетическая сейсмограмма для данной модели.



а) Схематичное изображение модели



б) Сейсмограмма модели

Рис. 1. Схематичное изображение и синтетическая сейсмограмма модели

Работа проводилась при частичной поддержке гранта РФФ №10269.15.32.РФФ33.

**СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ**

- (1) *Донской С.Е.* Доклад министра природных ресурсов и экологии Российской Федерации С.Е. Донского. // "Научно-технические проблемы освоения Арктики". Научная сессия Общего собрания членов РАН. 16 декабря 2014 г.
- (2) *Гольдштейн Р.В., Осипенко Н.М.* Механика разрушения льда и некоторые ее приложения. // Вестник Новосиб. Гос. Университета. Сер. матем., мех., информ., 2012, Т.12, №4, с. 41 – 47.

**Теорема единственности обратной краевой задачи**

Токмагамбетов Н.Е., Тлеулесова А.М.

*Казахский национальный университет им. Аль-Фараби, Алматы  
aigerimtleulessova@gmail.com*

В настоящей работе исследуется граничная обратная задача спектрального анализа дифференциального оператора с интегральными граничными условиями в функциональном пространстве  $L_2(0, b)$ , где  $b < \infty$ . Доказано теорема единственности обратной краевой задачи в  $L_2(0, b)$ . Заметим, что краевой обратной задачей спектрального анализа является проблема восстановления граничных условий оператора по его спектру и некоторых дополнительных данных.

Работа выполнена при финансовой поддержке Комитета науки МОН РК №0757/ГФ4 и №0773/ГФ4

## ОБРАТНЫЕ ЗАДАЧИ ЭЛЕКТРОРАЗВЕДКИ И СТРУКТУРНЫЕ ОСОБЕННОСТИ СРЕДЫ

Филатов В.В.

*АО Сибирский научно-исследовательский институт геологии, геофизики и минерального сырья, Новосибирск  
vfilat@gmail.com*

Известно, что многие явления, происходящие в пористых флюидонасыщенных средах под воздействием геофизических полей, реально могут быть описаны только на основе некоторых феноменологических подходов, в которых теория явления не зависит от реальной физической кинетики процесса, но которые позволяют использовать для конденсированных сред относительно небольшое количество параметров.

Именно на этих подходах фактически основано решение обратных задач геофизики. В частности, система уравнений Максвелла, лежащая в основе теории и практического использования электромагнитных полей оперирует только тремя параметрами, ориентированными на сплошную среду

$$\operatorname{rot} \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial \tau}; \quad \operatorname{rot} \mathbf{H} = \sigma \mathbf{j} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial \tau} + j_{st}$$

где  $\mathbf{j}$  - плотность тока;  $\mathbf{j} = \sigma \mathbf{E}$ ;  $\sigma$ - электропроводность;  $\mathbf{E}$ - электрическое поле;  $\mathbf{B}$ - магнитная индукция;  $\mathbf{D}$ - электрическая индукция;  $j_{st}$  - система сторонних токов

В реальности для решения геологических задач прогнозирования необходима гораздо более детальная информация: о литологии пород, трещиноватости, пористости, наличии различного рода нарушений и локальных включений, а также о составе и фазовом состоянии флюидов-заполнителей порового пространства коллекторов. То есть, интерес представляют фактически не параметры, заложенные в уравнения, а структура среды, которая на макроуровне их обуславливает. В принципе вся эта информация содержится в геофизических полях, но ее извлечение, как правило, находится за рамками решения стандартных обратных задач. Можно предложить два способа для улучшения ситуации. Первый - заключается в усложнении уравнений путем введения новых эффектов и параметров.

Таких вариантов существует довольно много. Например, в электромагнитных полях, проявление двойного электрического слоя может быть смоделировано появлением электрокинетического члена в плотности тока, которая в отсутствии дисперсии свойств среды записывается в виде [1]:

$$\mathbf{j} = \alpha \rho_j (\mathbf{u} - \mathbf{v}) + \sigma (\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B})$$

где  $\alpha$ - электроакустический параметр;  $\rho_j$ - парциальная плотность флюида;  $\mathbf{u}$ - $\mathbf{v}$ - разность скоростей матрицы и жидкости;

Однако подобное усложнение модели существенно затрудняет решение обратных задач. Альтернативой может служить учет дисперсии свойств среды. Один



из феноменологических подходов учета дисперсии основан на использовании модели среды с "памятью". При этом, уравнение для плотности тока примет вид [2]:

$$\mathbf{j} = \sigma(0)[\mathbf{E} - \int_a^b m(\tau)\mathbf{E}(t - \tau) dx]$$

В этом уравнении моделируется влияние на измеряемые параметры процесса релаксации свойств среды (в данном случае проводимости), поскольку функция памяти  $m(\tau)$  именно этот процесс и характеризует. Но сам этот процесс и описывающие его уравнения детально не изучались. Как правило, рассматривается аппроксимация процесса релаксации, зависящая от очень ограниченного числа параметров (например, параметров Коула-Коула). В то же время можно показать, что именно учет полного процесса релаксации позволяет существенно повлиять на решение обратной задачи. Это можно увидеть из проведенного нами сравнение результатов решения обратной задачи оценки таких параметров как пористость и трещиноватость по полной кривой релаксации и по параметрам аппроксимационной модели.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- (1) *Dorovsky V., Imomnazarov Kh.* A mathematical model for the movement of a conducting liquid through a conducting porous medium. // *Mathematical and Computer Modelling.* 1994. Vol. 20. .P. 91–97.
- (2) *Кормильцев В. В.* Вызванная поляризация в уравнениях электродинамики. 1981. Свердловск:, УНЦ АН СССР. 44 с.

**NONSCATTERING ACOUSTIC INHOMOGENEITIES IN MEDIUM  
WITH A SPHERICAL STRATIFICATION**

Chirkunov Yu. A.

*Novosibirsk State University of Architecture and Civil Engineering (Sibstrin),**Novosibirsk**chr101@mail.ru*

We considered a scattering problem in an inhomogeneous medium with a spherical stratification, provided that in the external medium occur acoustic oscillations with the wave numbers which do not coincide with the wave numbers of natural oscillations of this external medium. We ascertained that there exist local inhomogeneities (domains) for which there is no scattered field, induced by a falling on these inhomogeneities acoustic field, created by external compactly distributed sources. It means that these inhomogeneities cannot be detected by the acoustic field generated from external compactly distributed sources. We obtained the formulas defining the basic parameters of such nonscattering inhomogeneities. The problem of existence of presence of very small local nonscattering (or masked) acoustic inhomogeneities in a spherically symmetric industrial products arises when these products are tested by acoustic field generated by external compact distributed sources. Some of these inhomogeneities can lead to destruction of the product. Knowledge of the characteristics of such local inhomogeneities allows us to use other (not acoustic) methods for the checks of the products if it is necessary. The obtained results can also be used in case of a fall of the electromagnetic field, produced by external compactly distributed sources, on the object located in the inhomogeneous medium having a spherical stratification.

## REFERENCES

- (1) *Chirkunov Yu. A.* Nonscattering acoustic objects in a medium with a spherical stratification. *Acta Mechanica*, 2017, DOI: 10.1007/s00707-016-1712-4.

**FORWARD PROBLEM OF MAGNETIC RESONANCE,  
CONSIDERING EFFECT OF FORMATION ELECTRICAL  
CONDUCTIVITY, MICROSTRUCTURE, AND THE BLOCH-SIEGERT  
EFFECT**

Shushakov O.A.<sup>1,2,3</sup>

<sup>1)</sup> *Novosibirsk Technology Center, Baker Hughes, Novosibirsk* <sup>2)</sup> *Voevodsky Institute of Chemical Kinetics and Combustion, Siberian Branch of the Russian Academy of Sciences, Novosibirsk* <sup>3)</sup> *Novosibirsk state university, Novosibirsk*  
*Oleg.Shushakov@bakerhughes.com*

The forward problem of magnetic-resonance geophysics exemplifies the effect of formation electrical conductivity, formation microstructure, and the Bloch-Siegert effect. The results of the study can be applied to magnetic-resonance geophysical applications such as magnetic-resonance logging while drilling and wireline. Magnetic resonance sounding (MRS) in a geomagnetic field can be applied to detect formations with hydrogen-containing fluids at depths of 100 m and deeper, depending on the electromagnetic shielding of formations and the intensity of natural and anthropogenic electromagnetic noises [1, 2]. The Bloch-Siegert shift [3] provides an additional rotation of nuclear magnetization during the pulse duration. The theoretical study and the experimental verification of the Bloch-Siegert effect have been conducted [4]. Distribution of porosity and permeability with depth can be determined by inversion of the integral equation with an experimentally measured and modeled nuclear magnetic resonance (NMR) signal [2]. The relaxation of the proportional to the NMR signal magnetization is described in terms of Bloch-Torrey equations [5]. The boundary conditions characterize the longitudinal and the transverse relaxivity on the pore surface. The solution for the relaxation times depends on the surface-to-volume ratio of pores, the core grain radius, and the local magnetic-field gradient. MRS calibration experiments for multiple spin-relaxation times have been performed with the use of two-pulse sequences [6].

REFERENCES

- (1) *Shushakov O. A.* Groundwater NMR in conductive water // *Geophysics*, 1996, v. 61, P. 998-1006.
- (2) *Legchenko A. V. and Shushakov O. A.* Inversion of surface NMR data // *Geophysics*, 1998, v. 63, P. 75-84.
- (3) *Bloch F. and Siegert A.* Magnetic Resonance in nonrotating fields // *Phys. Rev.*, 1940, v.57, P. 522-527.
- (4) *Shushakov O. A. and Maryasov A. G.* Bloch-Siegert effect in magnetic-resonance sounding // *Appl. Magn. Reson.*, 2016, v.47, P. 1021-1032.
- (5) *Torrey H. C.* Bloch equations with diffusion terms // *Phys. Rev.*, 1956, v. 104, P. 563-565.
- (6) *Shushakov O. A. and Fomenko V. M.* Surface-NMR relaxation and echo of aquifers in geomagnetic field // *Appl. Magn. Reson.*, 2004, v. 25, P. 599-610.

**ЧИСЛЕННЫЙ МЕТОД РЕШЕНИЯ ОБРАТНОЙ ГРАНИЧНОЙ  
ЗАДАЧИ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ ДЛЯ КВАЗИЛИНЕЙНОГО  
УРАВНЕНИЯ**

Япарова Н.М.

*Южно-Уральский государственный университет (НИУ), Челябинск  
ddjy@math.susu.ac.ru*

Пусть  $Q_T = \{(r, t) : r \in (0, R), t \in (0, T)\}$ . Рассмотрим следующую задачу

$$c(u)\rho(u)\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(\lambda(u)r\frac{\partial u}{\partial r}\right), \quad (r, t) \in Q_T, \quad (1)$$

$$u(0, t) = p(t), u_r(0, t) = q(t), \quad t \in [0, T], \quad (2)$$

где функции  $c(u), \rho(u), \lambda(u)$  положительны, дважды непрерывно дифференцируемы в соответствующей области, а  $p(t), q(t) \in C^1(0, T)$ . В этой задаче необходимо найти функцию  $u(r, t)$ , удовлетворяющую (1), (2), а также граничное значение  $u(R, t) = \varphi(t)$ . Существование в некоторой области  $D_T \subset Q_T$  требуемой функции  $u(r, t)$  следует из результатов, представленных в работе [1]. Однако, при решении прикладных задач, вместо точных  $p(t), q(t)$  известны некоторые приближения  $p_\delta(t), q_\delta(t)$ , и  $\delta$  такие, что  $\|p(t) - p_\delta(t)\| \leq \delta$  и  $\|q(t) - q_\delta(t)\| \leq \delta$ , и в актуальной практике требуется по этим приближенным данным найти численное решение  $u_\delta(r, t)$  задачи (1),(2), а также определить граничную функцию  $\varphi_\delta(t)$ .

Построение численного решения задачи (1), (2) осуществлялось с помощью метода дискретной регуляризации, включающего переход к конечно-разностным уравнениям и применение регуляризирующих функционалов, а исследование численного метода проводилось в соответствии с подходом, предложенным в [2]. В результате были найдены соотношения между величинами шагов дискретизации по пространственной переменной, переменной, характеризующей время, параметром регуляризации и погрешностью исходных данных, обеспечивающие локальную устойчивость предлагаемого метода, а также были получены оценки погрешностей численных решений. С целью проверки принципиальной возможности построения численного решения задачи (1),(2) методом дискретной регуляризации и получения экспериментальных оценок погрешностей был проведен вычислительный эксперимент, результаты которого свидетельствуют о достаточной эффективности предложенного метода.

Работа проводилась при частичной поддержке Министерства образования и науки РФ (грант № 8.9692.2017/БЧ)

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- (1) *Лаврентьев М.М., Романов В.Г., Шишицкий С.П.* Некорректные задачи математической физики и анализа, М.: Наука, 1980. - 286 с.
- (2) *Тихонов А.Н., Гончарский А.В., Степанов В.В., Ягола А.Г.* Численные методы решения некорректных задач, М.: Наука, 1990. - 232 с.