Оценивание множеств решений систем интервальных полиномиальных уравнений

Людвин Дмитрий Юрьевич

Институт вычислительных технологий СО РАН (Новосибирск), Россия

e-mail: `lyudvin@ngs.ru`

Аннотация

Предметом рассмотрения в работе являются интервальные системы полиномиальных уравнений

$$F(X) = 0, \tag{1}$$

где $F(X) = (f_i(x_1, \ldots, x_n))$, $i = 1, \ldots, n$, – вектор полиномов

$$\begin{gathered} f_i(x_1, \ldots, x_n) = \\ = \sum_{k_1=0}^{K_1} \ldots \sum_{k_n=0}^{K_n} a_{(i)k_1 \ldots k_n} x_1^{k_1} \ldots x_n^{k_n}, \end{gathered} \tag{2}$$

коэффициенты $a_{(i)k_1 \ldots k_n}$ которых принимают любые значения из заданных интервалов $\boldsymbol{a}_{(i)k_1 \ldots k_n}$.

Обозначим через $P = (p_j) \in R^{n(K_1+1)\cdots(K_n+1)}$ вектор коэффициентов полиномов (2), через $\boldsymbol{p}_j$ – интервалы их возможных значений. Рассматривая правые части (2) как функции $g_i(X, P)$, зависящие от переменной $X = (x_i)$ и параметра $P = (p_j)$, принимающего значения из заданного бруса $\boldsymbol{P} = (\boldsymbol{p}_j)$, запишем систему (1) в виде

$$G(X, P) = 0,$$

где $G(X, P) = (g_i(X, P))$.

Возьмем интервальное расширение функции $G(X, P)$ на брусе $\boldsymbol{P}$, получим систему интервальных полиномиальных уравнений

$$\boldsymbol{G}(X, \boldsymbol{P}) = 0.$$

Под интервальным полиномом $\boldsymbol{g}_i(X, \boldsymbol{P})$ будем понимать множество вещественных полиномов $g_i(X, P)$ с коэффициентами $P \in \boldsymbol{P}$.

Множество решений интервальной системы $\boldsymbol{G}(X, \boldsymbol{P}) = 0$ определим как

$$\begin{gathered} \Xi(\boldsymbol{G}, \boldsymbol{P}) = \\ = \{X \in R^n | (\exists P \in \boldsymbol{P})(G(X, P) = 0)\}. \end{gathered}$$

В работе предлагаются алгоритмы решения задач:

- внешнего оценивания множества решений, т. е. нахождения по-возможности наименьшего бруса $\boldsymbol{V} \supseteq \Xi(\boldsymbol{G}, \boldsymbol{P})$,
- внутреннего оценивания множества решений, т. е. нахождения по-возможности наибольшего бруса $\boldsymbol{U} \subseteq \Xi(\boldsymbol{G}, \boldsymbol{P})$.

Процедура внешнего оценивания основана на интервальных методах распространения ограничений, многомерном интервальном методе Ньютона, методе дробления решений. Для вычисления интервальных наклонов и проверки существования решения интервальной системы на заданном брусе разработаны алгоритмы оценивания множеств значений интервальных полиномов и их интервальных корней на этом брусе.

В целях наилучшего исчерпывания множества решений предлагается строить регулярное покрытие этого множества брусами, являющимися его внутренними оценками.