

Оперативное моделирование на основе концепции материального баланса для контроля и регулирования разработки нефтяных месторождений

*канд. техн. наук Афанаскин Иван Владимирович
зав. гр. НИИСИ РАН, info@ivanafanaskin.ru*

Для моделирования разработки нефтяных месторождений используется большое количество различных подходов от простых аналитических (как правило, одномерных и одно- или двухфазных) моделей до сложных трехмерных многофазных моделей, требующих использования численных методов решения систем дифференциальных уравнений в частных производных и мощных компьютеров. Доминирующим методом разработки нефтяных месторождений в России является заводнение. При этом большинство нефтяных месторождений находятся на третьей или четвертой стадии разработки, это означает, что в продукции добывающих скважин присутствует большое количество воды. Контроль и управление разработкой таких месторождений требуют большого количества расчетов для решения различных задач. Во многих случаях использование трехмерных многофазных моделей является неприемлемым в виду больших трудозатрат. Для решения многих оперативных задач разработки обводненных нефтяных месторождений достаточно более простых моделей. Рассмотрим модель разработки участка нефтяного пласта группой скважин на основе концепции материального баланса при трехфазной фильтрации нефти, газа и воды.

Предлагаемая модель имеет следующие ограничения:

1. В рассматриваемой зоне пласт должен быть единой гидродинамически связанной системой.
2. Капиллярными и гравитационными силами пренебрегается.
3. Распределение флюидов в пространстве не учитывается, т.е. можно оперировать средними по рассматриваемому участку пласта насыщенностями.
4. Модель не позволяет предсказывать время прорыва воды в добывающие скважины, поэтому на момент перехода от адаптации модели по истории разработки к прогнозу показателей разработки все добывающие скважины должны быть обводнены.
5. Изменение пластового давления по площади рассматриваемого участка мало и можно оперировать средним по участку пластовым давлением.
6. Пласт представлен одной емкостной системой (либо поры, либо трещины).
7. Переток нефти через границы участка отсутствует.
8. Течение изотермическое. Жидкости не смешивающиеся. Химических реакций нет.

Тогда систему уравнений сохранения и замыкающих соотношений с учетом концепции материального баланса можно записать в виде:

$$V \frac{d}{dt} \left(\frac{mS_o}{B_o} \right) = -q_o, \quad (1)$$

$$V \frac{d}{dt} \left(\frac{mS_w}{B_w} \right) = -q_w + q_{iw} + w_w, \quad (2)$$

$$V \frac{d}{dt} \left(\frac{mS_g}{B_g} + \frac{mS_o R_s}{B_o} \right) = -q_g - q_o R_s + q_{ig} + w_g, \quad (3)$$

$$S_o + S_w + S_g = 1, \quad (4)$$

$$m = m_0 [1 + C_r (P - P_0)], \quad (5)$$

$$B_\alpha = B_\alpha(P), \quad \mu_\alpha = \mu_\alpha(P), \quad \alpha = o, w, g, \quad R_s = R_s(P), \quad (6)$$

$$k_{rv} = k_{rv}(S_w), \quad k_{row} = k_{row}(S_w), \quad k_{rg} = k_{rg}(S_g), \quad k_{rog} = k_{rog}(S_g), \quad (7)$$

где V - объем рассматриваемого участка пласта; m - пористость; S_α , B_α , μ_α , q_α , $\alpha = o, w, g$ - насыщенность, объемный коэффициент, вязкость и дебит скважин по нефти, воде и газу соответственно; R_s - растворимость газа в нефти; q_{iw} , q_{ig} - расход закачиваемой в пласт воды и газа; w_w , w_g - дебит притока воды в пласт из водоносной области и газа из газовой шапки; P - пластовое давление; m_0 - пористость при начальном пластовом давлении P_0 ; C_r - сжимаемость пласта; $k_{r\beta}$, $\beta = w, g$ - относительная фазовая проницаемость (ОФП) по воде и газу при двухфазной фильтрации вода-нефть и нефть-газ; $k_{ro\beta}$, $\beta = w, g$ - ОФП по нефти при двухфазной фильтрации вода-нефть и нефть-газ.

После некоторых преобразований, переходя к разностному аналогу производной по времени, систему уравнений (1)-(3) можно преобразовать к виду (8)-(10):

$$\frac{V}{\Delta t} \{C_{op} [P(t + \Delta t) - P(t)] + C_{os} [S_o(t + \Delta t) - S_o(t)]\} = -q_o(t), \quad (8)$$

$$\frac{V}{\Delta t} \{C_{wp} [P(t + \Delta t) - P(t)] + C_{ws} [S_w(t + \Delta t) - S_w(t)]\} = -q_w(t) + q_{iw}(t) + w_w(t), \quad (9)$$

$$\frac{V}{\Delta t} \{C_{gp} [P(t + \Delta t) - P(t)] + C_{gs} [S_g(t + \Delta t) - S_g(t)] + C_{dgp} [P(t + \Delta t) - P(t)] + C_{dgs} [S_o(t + \Delta t) - S_o(t)]\} = -q_g(t) - q_o(t)R_s(t) + q_{ig}(t) + w_g(t) \quad (10)$$

где

$$C_{\alpha p} = \left\{ \frac{1}{B_\alpha(t)} \left[\frac{m(t + \Delta t) - m(t)}{P(t + \Delta t) - P(t)} \right] - \frac{m(t)}{B_\alpha^2(t)} \left[\frac{B_\alpha(t + \Delta t) - B_\alpha(t)}{P(t + \Delta t) - P(t)} \right] \right\} S_\alpha(t), \quad \alpha = o, w, g, \quad (11)$$

$$C_{\alpha s} = \frac{m(t)}{B_\alpha(t)}, \quad \alpha = o, w, g, \quad (12)$$

$$C_{dgp} = \left(\left\{ \frac{1}{B_o(t)} \left[\frac{m(t + \Delta t) - m(t)}{P(t + \Delta t) - P(t)} \right] - \frac{m(t)}{B_o^2(t)} \left[\frac{B_o(t + \Delta t) - B_o(t)}{P(t + \Delta t) - P(t)} \right] \right\} R_s(t) + \frac{m(t)}{B_o(t)} \frac{R_s(t)}{B_o^2(t)} \left[\frac{R_s(t + \Delta t) - R_s(t)}{P(t + \Delta t) - P(t)} \right] \right) S_o(t) \quad (13)$$

$$C_{dgs} = \frac{m(t)}{B_o(t)} R_s(t), \quad (14)$$

Δt - шаг по времени.

С помощью линейной комбинации уравнений (8)-(10) можно получить уравнение для давления на следующем временном шаге:

$$\frac{V}{\Delta t} [C_{op} + AC_{wp} + BC_{gp} + BC_{dgp}] [P(t + \Delta t) - P(t)] = -q_o(t) - A[q_w(t) - q_{iw}(t) - w_w(t)] - B[q_g(t) + q_o(t)R_s(t) - q_{ig}(t) - w_g(t)] \quad (15)$$

где

$$B = \frac{C_{os}}{C_{gs} - C_{dgs}} \quad \text{и} \quad A = B \frac{C_{gs}}{C_{ws}}. \quad (16)$$

Уравнение (15) является нелинейным. Для его решения необходимо использовать численные методы. Например, можно использовать метод секущих:

$$P^{k+1}(t + \Delta t) = P^k(t + \Delta t) - \frac{[P^k(t + \Delta t) - P^{k-1}(t + \Delta t)] f[P^k(t + \Delta t)]}{f[P^k(t + \Delta t)] - f[P^{k-1}(t + \Delta t)]}, \quad (17)$$

где

$$f[P(t + \Delta t)] = \frac{V}{\Delta t} [C_{op} + AC_{wp} + BC_{gp} + BC_{dgp}] [P(t + \Delta t) - P(t)] +$$

$$+ q_0(t) + A[q_w(t) - q_{iw}(t) - w_w(t)] + B[q_g(t) + q_o(t)R_S(t) - q_{ig}(t) - w_g(t)]$$
(18)

и k - номер итерации.

Итерации прекращаются, когда

$$|P^{k+1}(t + \Delta t) - P^k(t + \Delta t)| \leq \Sigma, .$$
(19)

где Σ - погрешность определения давления.

После того, как рассчитано пластовое давление, насыщенность нефтью, водой и газом из (4), (8) и (9) определяется, как:

$$S_o(t + \Delta t) = S_o(t) - \frac{\Delta t}{VC_{os}} q_o(t) - \frac{C_{op}}{C_{os}} [P(t + \Delta t) - P(t)],$$
(20)

$$S_w(t + \Delta t) = S_w(t) - \frac{\Delta t}{VC_{ws}} [q_w(t) - q_{iw}(t) - w_w(t)] - \frac{C_{wp}}{C_{ws}} [P(t + \Delta t) - P(t)],$$
(21)

$$S_g(t + \Delta t) = 1 - S_o(t + \Delta t) - S_w(t + \Delta t).$$
(22)

Выражения для давления и насыщенности (15) и (20)-(22) вычисляются с шагом по времени Δt^{n+1} , равным:

$$\Delta t^{n+1} = \min \{ \Delta t_S^n, \Delta t_P^n \},$$
(23)

где

$$\Delta t_S^n = \Delta t^n \frac{\varepsilon_S}{\Delta S^n} \text{ и } \Delta t_P^n = \Delta t^n \frac{\varepsilon_P}{\Delta P^n},$$
(24)

$$\Delta S^n = \max \left\{ \begin{array}{l} |S_o(t) - S_o(t - \Delta t^n)|, |S_w(t) - S_w(t - \Delta t^n)|, \\ |S_g(t) - S_g(t - \Delta t^n)| \end{array} \right\} \text{ и } \Delta P^n = |P(t) - P(t - \Delta t^n)|,$$
(25)

n - последний рассчитанный шаг по времени, $S_\alpha(t)$, $\alpha = o, w, g$ и $P(t)$ - значения насыщенности и давления на последнем рассчитанном шаге по времени, ε_S и ε_P - максимально допустимые изменения насыщенности и давления за один шаг по времени.

По данному алгоритму изменения насыщенности и давления будут поддерживаться близкими к значениям ε_S и ε_P . Поскольку фактические изменения величин нелинейны, то предельные значения могут быть существенно превышены за прогнозируемый шаг. Этого можно избежать, добавляя следующий шаг: подсчитать по завершению временного шага $n + 1$ фактические изменения насыщенности и давления:

$$\Delta S^{n+1} = \max \left\{ \begin{array}{l} |S_o(t + \Delta t^{n+1}) - S_o(t)|, |S_w(t + \Delta t^{n+1}) - S_w(t)|, \\ |S_g(t + \Delta t^{n+1}) - S_g(t)| \end{array} \right\} \leq \varepsilon_S C_S \text{ и}$$

$$\Delta P^{n+1} = |P(t + \Delta t^{n+1}) - P(t)| \leq \varepsilon_P C_P,$$
(26)

где $C_S > 1$ и $C_P > 1$. Если условия (27) выполняются, то временной шаг приемлем и можно переходить к следующему. Если нет, то шаг корректируем:

$$\Delta t^* = \min \{ \Delta t_S^{n+1}, \Delta t_P^{n+1} \},$$
(27)

$$\Delta t_S^{n+1} = \Delta t^{n+1} \frac{\varepsilon_S}{\Delta S^{n+1}} \text{ и } \Delta t_P^{n+1} = \Delta t^{n+1} \frac{\varepsilon_P}{\Delta P^{n+1}}$$
(28)

и принимаем

$$\Delta t^{n+1} = \Delta t^*.$$
(29)

Для каждого шага по времени вычисляем накопленную ошибку материального баланса по фазам и контролируем ее значение:

$$R_o(t) = V \left\{ \frac{m(t_0)S_o(t_0)}{B_o(t_0)} - \frac{m(t)S_o(t)}{B_o(t)} \right\} - Q_o(t) \rightarrow 0, \quad (30)$$

$$R_w(t) = V \left\{ \frac{m(t_0)S_w(t_0)}{B_w(t_0)} - \frac{m(t)S_w(t)}{B_w(t)} \right\} - Q_w(t) + Q_{iw}(t) + W_w(t) \rightarrow 0, \quad (31)$$

$$R_g(t) = V \left\{ m(t_0) \left[\frac{S_g(t_0)}{B_g(t_0)} + \frac{S_o(t_0)R_s(t_0)}{B_o(t_0)} \right] - m(t) \left[\frac{S_g(t)}{B_g(t)} + \frac{S_o(t)R_s(t)}{B_o(t)} \right] \right\} - Q_g(t) - Q_{dg}(t) + Q_{ig}(t) + W_g(t) \rightarrow 0 \quad (32)$$

где t_0 - начальный момент времени, накопленная добыча и закачка по фазам определяется как:

$$Q_o(t) = \int_0^t q_o(t)dt, \quad Q_w(t) = \int_0^t q_w(t)dt, \quad Q_g(t) = \int_0^t q_g(t)dt, \quad Q_{iw}(t) = \int_0^t q_{iw}(t)dt, \quad Q_{ig}(t) = \int_0^t q_{ig}(t)dt, \\ W_w(t) = \int_0^t w_w(t)dt, \quad W_g(t) = \int_0^t w_g(t)dt, \quad Q_{dg}(t) = \int_0^t q_{dg}(t)dt, \quad (33)$$

где дебиты в целом по участку пласта определяются как:

$$q_o(t) = \sum_{j=1}^{N_p} q_{oj}(t), \quad q_w(t) = \sum_{j=1}^{N_p} q_{wj}(t), \quad q_g(t) = \sum_{j=1}^{N_p} q_{gj}(t), \quad q_{iw}(t) = \sum_{j=1}^{N_{IW}} q_{iwj}(t), \quad q_{ig}(t) = \sum_{j=1}^{N_{IG}} q_{igj}(t), \\ w_w(t) = \sum_{j=1}^{N_{EW}} w_{wj}(t), \quad w_g(t) = \sum_{j=1}^{N_{EG}} w_{gj}(t), \quad q_{dg}(t) = \sum_{j=1}^{N_p} [q_{oj}(t)R_{sj}(t)], \quad (34)$$

где q_{oj} , q_{wj} и q_{gj} - дебиты j -ой добывающей скважины по нефти, воде и газу; q_{iwj} - закачка воды в j -ую водонагнетательную скважину; q_{igj} - закачка воды в j -ую газонагнетательную скважину; w_{wj} - приток воды из j -ой законтурной области; w_{gj} - приток газа из j -ой области газовой шапки; N_p - количество добывающих скважин; N_{IW} - количество водонагнетательных скважин; N_{IG} - количество газонагнетательных скважин; N_{EW} - количество законтурных водоносных областей; N_{EG} - количество областей газовой шапки.

Далее будем рассматривать прямоугольный участок пласта. Тогда его объем вычисляется, как:

$$V = \Delta x \Delta y h, \quad (35)$$

где Δx - длина, Δy - ширина, h - эффективная толщина участка пласта. Отметим, что все дальнейшие рассуждения нетрудно обобщить на случай участка пласта другой формы, например круглой, треугольной или в виде сектора. Пласт сложной формы всегда можно представить в виде участков простой формы. Разделение пласта по участкам целесообразно проводить по рядам нагнетательных скважин.

Дебиты скважин и закачка по скважинам задаются следующим образом:

$$q_{\alpha j}(t) = M_j(t) K_{\exp j}(t) \frac{2\pi k_j h_j}{\ln\left(\frac{R_c}{r_{wj}}\right) + S_j(t)} \frac{k_{r\alpha j}(S_\alpha)}{\mu_\alpha(P) B_\alpha(P)} [P(t) - P_{wj}(t)], \quad \alpha = o, w, g, \quad (36)$$

$$q_{i\beta j}(t) = M_j(t) K_{\exp j}(t) \frac{2\pi k_j h_j}{\ln\left(\frac{R_c}{r_{wj}}\right) + S_j(t)} \sum_{\alpha=o,w,g} \left[\frac{k_{r\alpha j}(S_\alpha)}{\mu_\alpha(P) B_\alpha(P)} [P_{wj}(t) - P(t)] \right], \quad \beta = w, g, \quad (37)$$

где j - номер скважины; $M_j(t)$ - корректирующий множитель, учитывающий, например, положение скважины относительно границ и углов блока; $K_{expj}(t)$ - коэффициент эксплуатации скважины, учитывающий время работы и время простоя; k_j - проницаемость пласта; h_j - эффективная мощность пласта; $k_{r\alpha j}(S_\alpha)$, $\alpha = o, w, g$ - ОФП по нефти, воде и газу; $\mu_\alpha(P)$, $\alpha = o, w, g$ - динамическая вязкость нефти, воды и газа; $S_j(t)$ - скин-фактор скважины, учитывающий изменение фильтрационных свойств в околоскважинной зоне; r_{wj} - радиус скважины по долоту; R_c - радиус контура питания, который может быть определен по формуле Писмана. В случае вертикальной скважины, квадратной формы контура и изотропности проницаемости в горизонтальной плоскости он может быть определен следующим образом:

$$R_c = 0,14\sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2}. \quad (38)$$

ОФП по нефти, газу и воде при двухфазной фильтрации определяются как:

$$k_{rwj}(S_w) = A_j \left(\frac{S_w - S_{wcrj}}{1 - S_{wcrj}} \right)^{\alpha_j}, \quad k_{rowj}(S_w) = B_j \left(\frac{1 - S_{owcrj} - S_w}{1 - S_{owcrj} - S_{wcrj}} \right)^{\beta_j}, \quad (39)$$

$$k_{rgj}(S_g) = C_j \left(\frac{S_g - S_{gcrj}}{1 - S_{gcrj}} \right)^{\gamma_j}, \quad k_{rogj}(S_g) = D_j \left(\frac{1 - S_{ogcrj} - S_g}{1 - S_{ogcrj} - S_{gcrj}} \right)^{\delta_j}, \quad (40)$$

где S_{wcrj} - насыщенность связанной водой; S_{owcrj} - насыщенность остаточной нефтью при вытеснении нефти водой; S_{gcrj} - насыщенность связанным газом; S_{ogcrj} - насыщенность остаточной нефтью при вытеснении нефти газом; коэффициенты A_j , B_j , C_j , D_j , α_j , β_j , γ_j , δ_j - определяются по результатам интерпретации исследований ядра и могут зависеть от пористости или проницаемости. ОФП при вытеснении нефти газом задаются при насыщенности пласта связанной водой.

Существует несколько моделей для определения ОФП по нефти при трехфазной фильтрации (первая модель Стоуна, вторая модель Стоуна, модель со взвешиванием по насыщению и пр.). Наиболее часто употребляемой является вторая модель Стоуна:

$$k_{roj}(S_o, S_w) = k_{rowcrj} \left\{ \left[\frac{k_{rowj}(S_w)}{k_{rowcrj}} + k_{rowj}(S_w) \right] \left[\frac{k_{rogj}(S_g)}{k_{rowcrj}} + k_{rgj}(S_g) \right] - k_{rowj}(S_w) - k_{rgj}(S_g) \right\}, \quad (41)$$

где k_{rowcrj} - ОФП по нефти при вытеснении нефти водой при насыщенности пласта связанной водой.

Рассмотрим варианты задания притока воды из законтурной области:

1. Водоносный пласт с постоянным притоком:

$$w_{wj} = const. \quad (42)$$

2. Стационарная модель притока из водоносного пласта:

$$w_{wj}(t) = K_{wj} [P_{wj} - P(t)], \quad (43)$$

где K_{wj} - «коэффициент продуктивности» водоносного пласта, P_{wj} - давление в водоносном пласте, $P_{wj} = const$, нижний индекс j - номер водоносного пласта.

3. Модель Фетковича:

$$w_{wj}(t) = K_{wj} [P_{wj}(t) - P(t)] \frac{1 - \exp(-\Delta t_w / T_{cj})}{\Delta t_w / T_{cj}}, \quad T_{cj} = \frac{C_{nwj} V_{w0j}}{K_{wj}}, \quad P_{wj}(t) = P_{w0j} - \frac{W_{wj}(t)}{C_{nwj} V_{w0j}}, \quad (44)$$

где Δt_w - время, за которое вычисляется дебит притока из водоносного пласта, T_{cj} - константа времени Фетковича, C_{nwj} - суммарная сжимаемость водоносного пласта, V_{w0j} -

начальный объем воды в водоносном пласте, $W_{wj}(t)$ - накопленный приток из водоносного пласта, P_{w0j} - начальное давление в водоносном пласте.

Можно использовать и другие модели законтурной области, например модель Картера-Трейси или модель Ван Эвердингена и Херста.

Рассмотрим варианты задания притока газа из газовой шапки:

1. Газовая шапка с постоянным притоком:

$$w_{gj} = const. \quad (45)$$

2. Стационарная модель притока из газовой шапки:

$$w_{gj}(t) = K_{gj} [P_{gj}^2 - P^2(t)], \quad (46)$$

где K_{gj} - «коэффициент продуктивности» газовой шапки, P_{gj} - давление в газовой шапке, $P_{gj} = const$, нижний индекс j - номер участка газовой шапки.

3. Модель притока из газовой шапки с истощением:

$$w_{gj}(t) = K_{gj} [P_{gj}^2(t) - P^2(t)], \quad P_{gj}(t) = P_{g0j} - \frac{W_{gj}(t)}{C_{tgj} V_{g0j}}, \quad (47)$$

где C_{tgj} - суммарная сжимаемость газовой шапки, V_{g0j} - начальный объем газа в газовой шапке, $W_{gj}(t)$ - накопленный приток из газовой шапки, P_{g0j} - начальное давление в газовой шапке.

В случае пласта с высокой неоднородностью проницаемости по мощности и высокой анизотропией вертикальной проницаемости целесообразно проводить расчет не для всего объема участка пласта, а отдельно для каждого пропластка, считая, что они изолированы друг от друга.

На рис. 1 приведен пример расчета по данной методике. Рассматривается небольшая залежь нефти, эксплуатируемая двенадцатью добывающими скважинами. Газовой шапки нет. Закачка воды и газа отсутствует. Пластовое давление в процессе разработки опускается ниже давления насыщения нефти газом. Расчет проводился при заданном дебите жидкости. История разработки 18 лет. Прогнозные расчеты на 10 лет. Наблюдается хорошее совпадение результатов расчетов с фактическими замерами добычи по пласту.

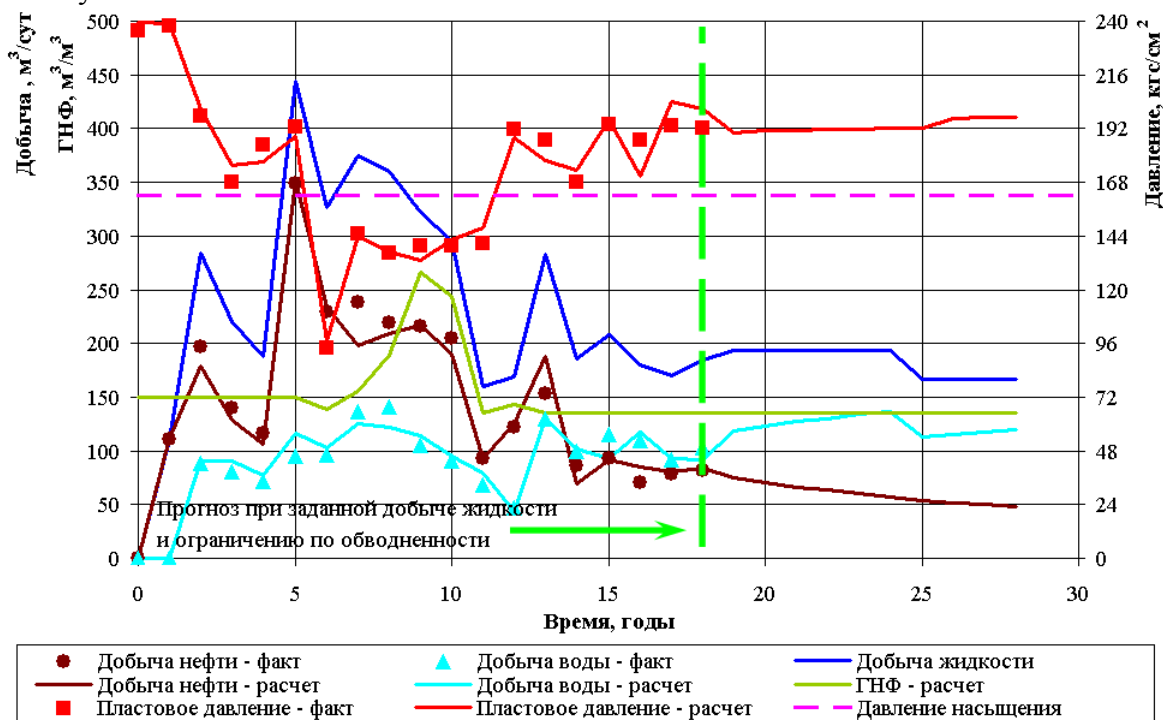


Рисунок 1. Пример расчета (ГНФ – газонефтяной фактор)