

ОПТИМАЛЬНОЕ ПРОЕКТИРОВАНИЕ КАРКАСНОЙ МЕТАЛЛИЧЕСКОЙ КОНСТРУКЦИИ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ПК ANSYS

Т. Л. Дмитриева, Ле Чан Минь Дат

ФГБУ ВПО «Иркутский государственный технический университет», г. Иркутск, Россия

Аннотация: Рассмотрена постановка задачи оптимизации двухэтажного металлического каркаса в форме задачи нелинейного математического программирования. Приведено решение этой задачи с использованием программного комплекса ANSYS.

Ключевые слова: оптимизации, ПК ANSYS, каркасное здание, оптимальное проектирование конструкций, комплекс программ, нелинейное математическое программирование.

OPTIMAL DESIGN OF FRAMING METAL CONSTRUCTION BY USING ANSYS

Dmitrieva Tatiana Lvovna, Le Tran Minh Dat

Irkutsk State Technical University, Irkutsk City, Russia.

ABSTRACT: Considering the formulation of optimization problem for two-story metal frame in the form of a nonlinear mathematical programming. The solution of this problem was provided by using the software package ANSYS.

Keywords: optimization, approximation method, ANSYS, frame building, optimal design of structures, software package, nonlinear mathematical programming.

1. ВВЕДЕНИЕ

Поиск оптимальных решений в проектировании инженерных сооружений охватывает широкий спектр направлений, связанных с всесторонним исследованием их напряженно-деформированного состояния. В данной работе рассмотрены возможные варианты решения задачи оптимизации на основе поисковых методов, заложенных в программный комплекс ANSYS. В качестве критерия оптимальности, используется, как правило, минимум веса (объема) конструкции. Условия по прочности и жесткости, которые накладываются на состояние конструкции, задаются в виде ограничений.

2. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Наиболее полно постановка задачи оптимального проектирования конструкций при статических воздействиях может быть формализована в виде задачи нелинейного математического программирования (НМП), где критерий оптимальности определяется назначением целевой функции $f(x)$.

$$\text{найдем } \min f(x, P(x)), \quad x \in E^n; \quad (1)$$

при ограничениях:

$$g_j(x) \leq 0, \quad j = 1, 2, \dots, m_1; \quad (2)$$

$$h_j(x) = 0, \quad j = m_1 + 1, \dots, m. \quad (3)$$

Для получения оптимального проекта варьируются геометрические и физические параметры, формализованные в виде вектора $\{X\}$, который может изменяться на интервале

$\{X^L\}$, $\{X^U\}$ непрерывно либо дискретно. Функции ограничений (2), (3) связаны с варьируемыми параметрами через параметры состояния, которые являются функциями перемещений, внутренних силовых факторов, напряжений, частот собственных колебаний:

$$\{P(x)\} = \varphi(\delta, M, Q, N, \sigma, \omega), \quad (4)$$

которые определяются решением уравнения состояния системы в линейной постановке:

$$[K]\{\delta\} = \{F\}. \quad (5)$$

Для решения задачи оптимизации металлического каркаса, смоделированного в ПК ANSYS в виде пространственной стержневой конструкции, были использованы два популярных метода оптимизации: метод аппроксимации подзадачи и метод первого порядка. Рассмотрено два случая загрузки.

Метод аппроксимации подзадачи (Subproblem Approximation Method) является методом прямого поиска и может быть эффективно применен для большинства технических проблем. При аппроксимации вычисляются значения целевой функции для нескольких наборов переменных проекта. Затем функциональная зависимость создается методом наименьших квадратов, в виде аппроксимирующей линии (или поверхности).

Для целевой функции f^* используется квадратичная зависимость с перекрестными членами, а для переменных состояний – квадратичная зависимость.

$$\hat{f} = a_0 + \sum_i^n a_i x_i + \sum_i^n \sum_j^n b_{ij} x_i x_j \quad (6)$$

Преобразование в задачу, не имеющую ограничений, проводится добавлением штрафных функций к аппроксимированной целевой функции:

$$F(x, p_k) = \hat{f} + \sum_{i=1}^{nx} X(x_i) + \sum_{i=1}^{m1} G(g_i) + \sum_{i=m1+1}^m H(h_i) \quad (7)$$

где: X – штрафная функция для переменных проекта; G , H – штрафные функции для переменных состояния. Решение задачи на безусловный экстремум проводится методом последовательной минимизации [2].

Метод первого порядка (FirstOrderMethod) основан на чувствительности проекта и более подходит для задач, требующих высокой точности. Этот метод преобразует исходную задачу в задачу “без ограничений” с добавлением к целевой штрафных функций:

$$Q(x, q) = \frac{f}{f_0} + \sum_{i=1}^n P_x(x_i) + q \left[\sum_{i=1}^{m1} P_g(g_i) + \sum_{i=m1+1}^m P_h(h_i) \right] \quad (8)$$

где: f_0 – значение целевой функции, которое выбирается из текущей группы проектных множеств; P_x – штрафная функция для переменных проекта; P_g , P_h – штрафные функции для переменных состояния; q – параметр поверхности отклика.

3. ПРИМЕРЫ ОПТИМИЗАЦИИ МЕТАЛЛИЧЕСКОГО КАРКАСА В ПК ANSYS

Рассмотрим металлический каркас в виде стержневой металлической конструкции (рис. 1).

Исходные данные:

- Размеры каркаса в плане $2L \times B$ ($L=6м$, $B=6м$);
- Тип сечения элементов:
 - + колонны концевые;
 - + стержни двутавровые;
- I случай загрузки:

- + равномерно-распределенная нагрузка (полезная) $q_1=90 \text{ кН/м}$, $q_2=45 \text{ кН/м}$;
- + ветровая нагрузка $q_3=4.1 \text{ кН/м}$, $q_4=3.1 \text{ кН/м}$, $q_5=2.05 \text{ кН/м}$, $q_6=1.55 \text{ кН/м}$;
- II случай загрузки:
 - + равномерно-распределенная нагрузка (полезная + снеговая) $q_7=98 \text{ кН/м}$, $q_8=49 \text{ кН/м}$;
 - + ветровая нагрузка $q_3=4.1 \text{ кН/м}$, $q_4=3.1 \text{ кН/м}$, $q_5=2.05 \text{ кН/м}$, $q_6=1.55 \text{ кН/м}$;
- предельное значение напряжений $[\sigma]_{\max}=240 \text{ МПа}$;
- модуль упругости $E=2,1 \cdot 10^5 \text{ МПа}$;
- предельное перемещение узла 12 $[\Delta]_{\max}=0,018 \text{ м}$;
- диапазон изменения узла $\alpha: 10^0 \leq \alpha \leq 30^0$;
- материал сталь С255;
- расчетная температура: -35°C .

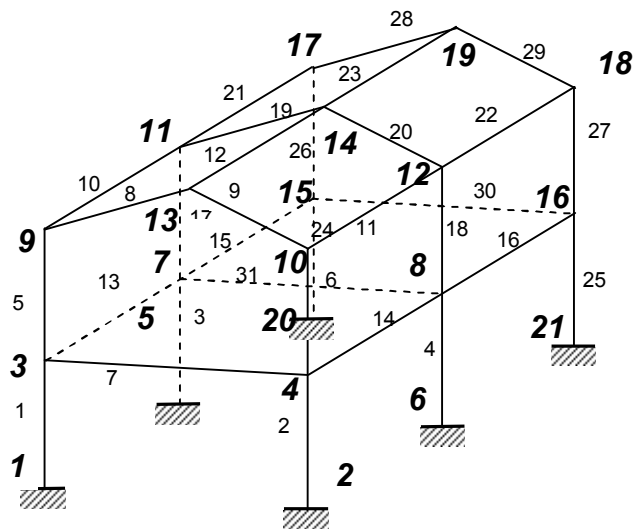


Рис. 1. Схема металлического каркаса

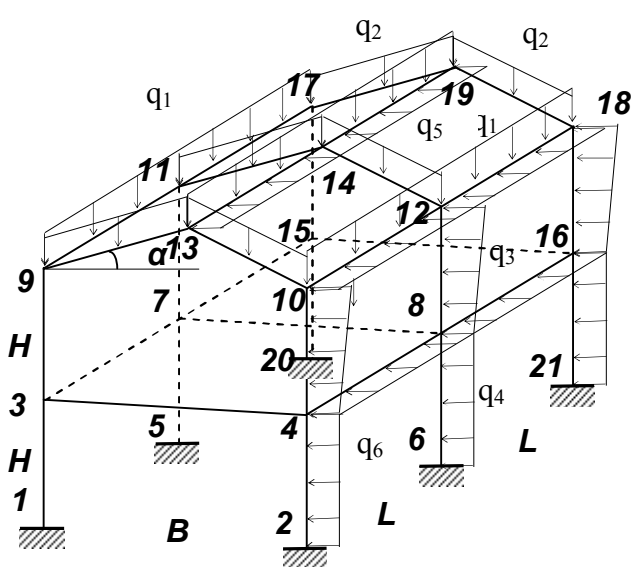


Рис. 2. Первый случай загрузки

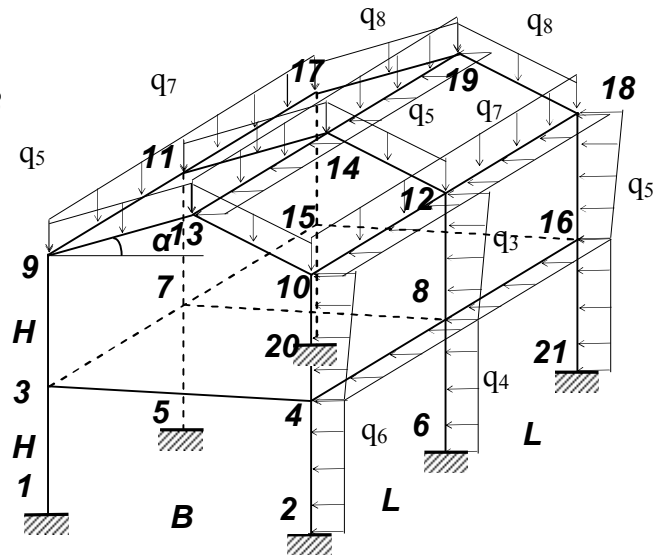
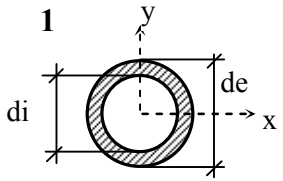
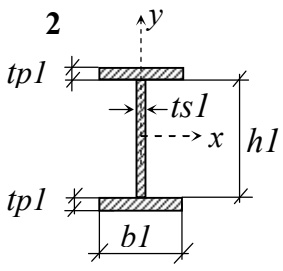
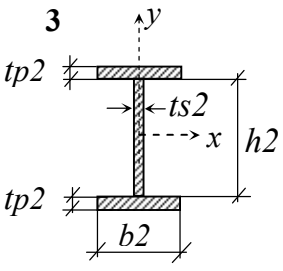


Рис. 3. Второй случай загрузки

Таблица 1

Группы элементов по типу сечений

<i>Tun 1</i>	1	2	3	4	17	18	25	24	26	27		
<i>Tun 2</i>	8	9	10	11	12	19	20	21	22	23	28	29
<i>Tun 3</i>	7	13	14	15	16	30	31					

Таблица 2			
Варианты варьирования			Типы сечения
Вариант 1	Вариант 2	Вариант 3	
Число варьируемых параметров в сечении			1 
1	1	1	
Варьируются			
<i>de</i>	<i>de</i>	<i>de</i>	
Вариант 1	Вариант 2	Вариант 3	2 
Число варьируемых параметров в сечении			
4	4	4	
Варьируются			
<i>h1, b1, tp1, ts1</i>	<i>h1, b1, tp1, ts1</i>	<i>h1, b1, tp1, ts1</i>	
Вариант 1	Вариант 2	Вариант 3	3 
Число варьируемых параметров в сечении			
4	4	4	
Варьируются			
<i>h2, b2, tp2, ts2</i>	<i>h2, b2, tp2, ts2</i>	<i>h2, b2, tp2, ts2</i>	

Приведем математическую постановку задачи.

$$f(x) = \sum_{i=1}^{30} A_i \cdot L_i. \quad (9)$$

Здесь A_i, L_i – площадь и длина i -го элемента каркаса.

Ограничения представлены в следующем виде:

а) на максимальное напряжение в элементах

$$g_1 = \frac{M_1}{W_1 \cdot [\sigma]_{\max}} - 1 \leq 0, \quad (10)$$

б) на перемещения узла 12:

$$g_2 = \frac{\Delta_{12}}{[\Delta]_{\max}} - 1 \leq 0; \quad (11)$$

Таблица 3

Начальные значения и пределы изменения параметров концевового и 1-ого типа двутаврового сечения

$de_0 = 70$ см	$hl_0 = 130$ см	$bl_0 = 70$ см	$tp1_0 = 1.2$ см	$ts1_0 = 1.2$ см
$de[10 - 130]$ см	$hl[20 - 230]$ см	$bl[10 - 130]$ см	$tp1 [0.5 - 4]$ см	$ts1 [0.5 - 4]$ см

Начальные значения и пределы изменения параметров 2-ого типа двутаврового сечения и угла α

$h2_0 = 130$ см	$b2_0 = 70$ см	$tp2_0 = 1.2$ см	$ts2_0 = 1.2$ см	$\alpha_0 = 19$ град
$h2[20 - 230]$ см	$b2[10 - 130]$ см	$tp2 [0.5 - 4]$ см	$ts2 [0.5 - 4]$ см	$\alpha [10 - 30]$ град

В варианте 1 задача решалась методом первого порядка с ограничениями (10). Результаты расчета приведены в таблице 4 и на рис. 4. Оптимальное значение целевой функции (объем каркаса) при 1-м нагружении $V_{1opt} = 1,9639 \text{ м}^3$ было получено на 30-й итерации. Выявлено активное ограничение на максимальное напряжение в элементах: $g_1 = -6,67 \cdot 10^{-4}$ (при заданной точности в невязках ограничений до 10^{-4}). Для оценки скорости и способности сходимости целевой функции задача решалась методом аппроксимации подзадачи с ограничениями (10). Оптимальный объем $V'_{1opt} = 1,9844 \text{ м}^3$ был получен на 28-й итерации (активное ограничение $g'_1 = -1,81 \cdot 10^{-3}$). При нагружении 2 оптимальное значение целевой функции $V''_{1opt} = 1,9449 \text{ м}^3$ было получено на 48-й итерации (активное ограничение $g''_1 = -3,75 \cdot 10^{-4}$).

Таблица 4

Оптимальные значения параметров в варианте 1

de (см)	hl (см)	bl (см)	$tp1$ (см)	$ts1$ (см)	$h2$ (см)	$b2$ (см)	$tp2$ (см)	$ts2$ (см)
19,067	117,47	67,274	0,9259	0,7966	81,690	35,396	0,8366	0,7859

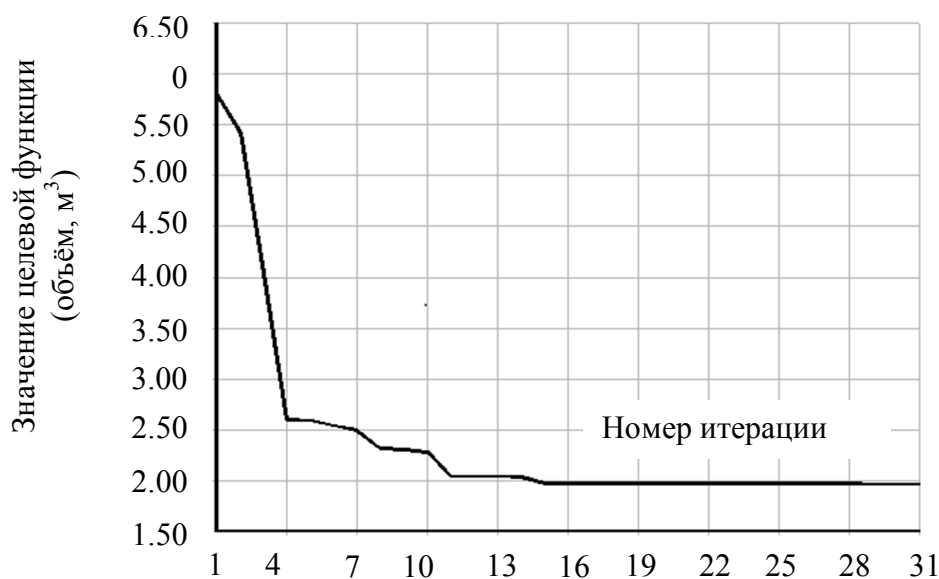


Рис. 4. Изменение целевой функции на итерациях при 1-м нагружении (метод первого порядка)

В варианте 2 задача решалась методом первого порядка с ограничениями (10), (11). В результате расчета оптимальное значение целевой функции при 1-м загрузении было получено на 47-ой итерации $V_{2opt} = 2.7564 \text{ м}^3$. Выявлены активные ограничения на перемещение узла 12: $g_2 = -1,17 \cdot 10^{-3}$ и на максимальное напряжение в элементах: $g_1 = -1,04 \cdot 10^{-3}$ (при заданной точности в невязках ограничений до 10^{-4}). В 2-м загрузении оптимальный объём каркаса $V''_{2opt} = 2.5171 \text{ м}^3$ был получен на 91-ой итерации ($g''_1 = -1,33 \cdot 10^{-3}$, $g''_2 = -6,11 \cdot 10^{-4}$).

Оптимальные значения параметров приведены в таблице 5.

Таблица 5

Оптимальные значения параметров в варианте 2

de (см)	hl (см)	bl (см)	tpl (см)	tsl (см)	$h2$ (см)	$b2$ (см)	$tp2$ (см)	$ts2$ (см)
31,661	121,28	66,424	0,993	0,9358	84,576	48,973	1,02	0,8672

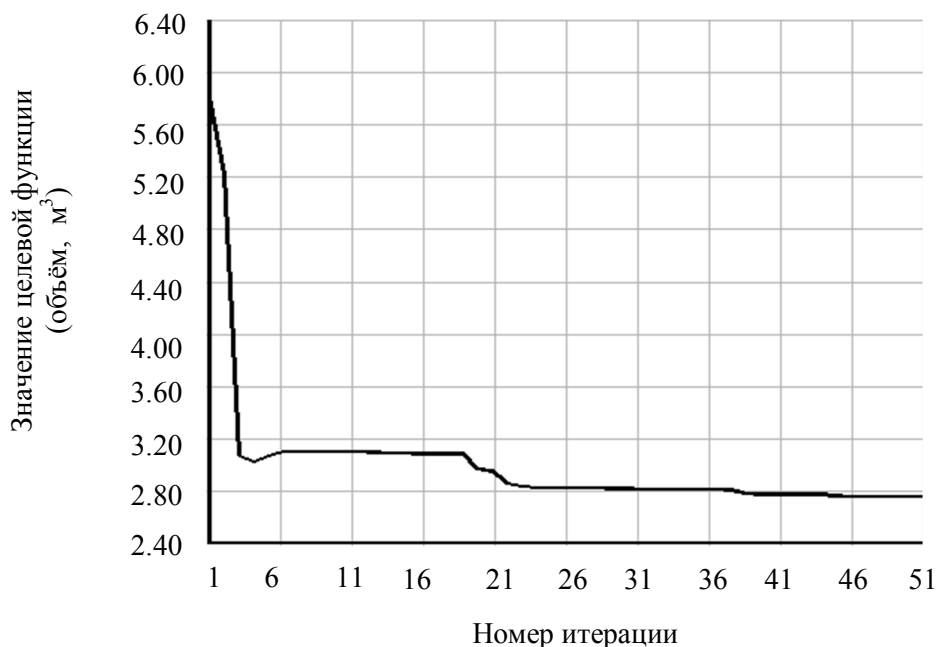


Рис. 5. Изменение целевой функции на итерациях при 1-м загрузении (метод первого порядка)

В варианте 3 менялось очертание крыши каркаса. Варьировались вертикальные координаты узлов 13, 14, 19 (или угол α). Число варьируемых параметров увеличилось до 10. Были учтены ограничения (10) и (11). Устанавливался предел изменения угла α от 10^0 до 30^0 . Оптимальное значение целевой функции было получено на 103-ой итерации $V_{3opt} = 2,5432 \text{ м}^3$. Выявлены активные ограничения на перемещение узла 12: $g_2 = -1,67 \cdot 10^{-4}$ и на максимальное напряжение в элементах: $g_1 = -1,21 \cdot 10^{-3}$ (при заданной точности в невязках ограничений до 10^{-4}) (загрузка 1). В 2-м загрузении оптимальный объём каркаса $V''_{3opt} = 2,4512 \text{ м}^3$ был получен на 104-ой итерации ($g''_1 = -1,17 \cdot 10^{-3}$, $g''_2 = -2,78 \cdot 10^{-4}$).

Оптимальные значения параметров приведены в таблице 6.

Таблица 6

Оптимальные значения параметров в варианте 3

de (см)	$h1$ (см)	$b1$ (см)	$tp1$ (см)	$ts1$ (см)	$h2$ (см)	$b2$ (см)	$tp2$ (см)	$ts2$ (см)	α (град.)
28,998	110,62	69,840	0,9128	0,6451	79,015	66,822	1,1474	0,7129	18

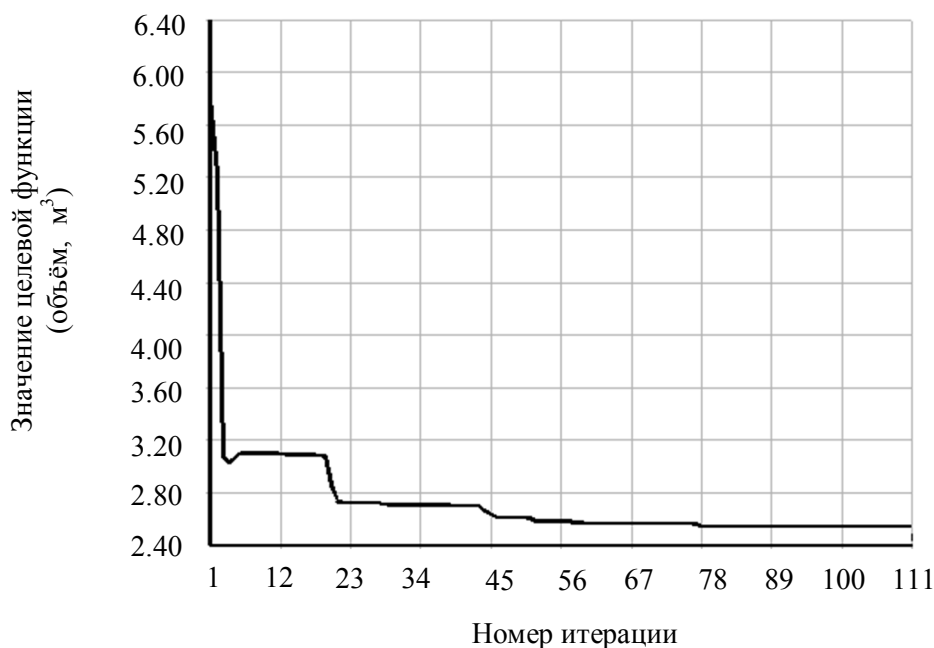


Рис. 6. Изменение целевой функции на итерациях при 1-м нагружении (метод первого порядка)

В табл. 7 даётся сравнение решений для разных вариантов задачи.

Таблица 7

Сравнение решений				
Случай загрузки		<i>Вариант 1</i>	<i>Вариант 2</i>	<i>Вариант 3</i>
I	$V_1(\text{м}^3)$	1,9639	2,7564	2,5432
	g_{max}	10^{-4}	10^{-3}	10^{-4}
	N_{iter}	30	47	103
	ϵ	66,21%	52,58%	56,25%
II	$V_2(\text{м}^3)$	1,9449	2,5171	2,4512
	g_{max}	10^{-4}	10^{-4}	10^{-4}
	N_{iter}	48	91	104
	ϵ	66,54%	56,69%	57,83%

При расчёте были рассмотрены возможные случаи загрузки в неблагоприятных сочетаниях нагрузок. Ветровые и снеговые нагрузки задавались для района II Российской Федерации (согласно карте 1 обязательного приложения 5, СНиП 2.01.07-85* «Нагрузки и

воздействия»). Проектируемый объём каркаса с учётом архитектурного аспекта составил 5,8128 м³. Из табл. 7 видно, что решение в варианте 3 даёт близкое значение к оптимальному на большем числе итераций, чем в варианте 2 с одинаковыми заданными ограничениями (10) и (11).

4. ОСНОВНЫЕ ВЫВОДЫ

Опыт решения задач оптимального проектирования металлического каркаса при помощи программных средств позволил сделать следующие выводы. К особенностям расчёта в ПК ANSYS можно отнести отсутствие модуля проверок на основе российских норм в области проектирования (проверки на устойчивость в сжатых элементах и др.). Нет возможности варьировать сечениями соответственно сортаментам. Это обстоятельство делает актуальным разработку отечественных программных комплексов оптимизации. С другой стороны ПК ANSYS включает наиболее развитые процедуры оптимизации с удобным графическим интерфейсом. Развитый аппарат конечно-элементного анализа этого ПК позволяет оптимизировать широкий набор конструкций, содержащих элементы различных типов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Дмитриева, Т.Л. Безделев В.В.* Использование многометодной стратегии оптимизации в проектировании строительных конструкций. Известия вузов. Строительство, № 2, 2010, с. 90-95.
2. *Дмитриева Т.Л., Ле Чан Минь Дат.* Алгоритм оптимизации на основе аппроксимаций. Вестник ИрГТУ №12, 2012, с.141-147.
3. *Дмитриева Т.Л., Ле Чан Минь Дат.* Сравнительная оценка результатов оптимального проектирования ферм с использованием программных средств. Известия вузов. Строительство, № 3, 2014, с. 110-117.
4. *Дмитриева Т.Л., Ле Чан Минь Дат.* Оптимальное проектирование пространственной металлической конструкции с использованием ПК ANSYS. International Journal for Computational Civil and Structural Engineering. Volume 10, Issue 2 2014, с 79-84.