

О математической модели малой лежащей капли

СОКУРОВ АСЛАН АРТУРОВИЧ

Федеральное государственное бюджетное научное учреждение «Институт прикладной математики им. М.В. Ломоносова»

e-mail: aslan_s_07@mail.ru

Рассматривается трехфазная система, находящаяся в состоянии термодинамического равновесия. Она состоит из капли жидкости, однородной плоской подложки и паровой фазы. Актуальной задачей является анализ и расчет равновесной формы лежащей капли с целью определения критического угла смачивания и поверхностного натяжения жидкости. Для капель малых размеров (порядка 100 нм в диаметре) поверхностное натяжение σ на границе раздела жидкой и газообразной фаз нельзя считать постоянной величиной. Зависимость поверхностного натяжения от средней кривизны разделяющей поверхности определяется по формуле [1]:

$$\sigma = \frac{\sigma^\infty}{1 + \delta \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)}, \quad (1)$$

где δ – толщина поверхностного слоя (длина Толмена), σ^∞ – поверхностное натяжение плоской границы, R_1 и R_2 – два главных радиуса кривизны поверхности раздела фаз.

С учетом (1) профиль лежащей капли описывается следующей системой нелинейных дифференциальных уравнений первого порядка [2]:

$$\begin{cases} \frac{dx}{d\varphi} = \frac{[1 - \delta(\lambda + cz)]x \cos \varphi}{x(\lambda + cz) - [1 - \delta(\lambda + cz)] \sin \varphi}, \\ \frac{dz}{d\varphi} = \frac{[1 - \delta(\lambda + cz)]x \sin \varphi}{x(\lambda + cz) - [1 - \delta(\lambda + cz)] \sin \varphi}, \end{cases} \quad (2)$$

где $\lambda = \frac{P_0}{\sigma^\infty}$, P_0 – давление в апексе капли, σ^∞ – поверхностное натяжение плоской границы; $c = \frac{\Delta \rho g}{\sigma^\infty}$ – капиллярная константа, $\Delta \rho$ – разность плотностей жидкой и газообразной фаз, g – ускорение свободного падения; φ – угол между касательной к профилю и горизонталью; δ – толщина поверхностного слоя (длина Толмена); (x, z) – координаты точки на профиле капли.

В данной работе проведен качественный анализ системы (2). С использованием пакета прикладных программ Matlab проиллюстрировано влияние параметра, отвечающего за размерный эффект, на форму капли.

Список литературы

- [1] Рехвиашвили С. Ш., Кишტიкова Е. В. О размерной зависимости поверхностного натяжения //ЖТФ. 2011. Т. 81, в.,– 1. С. 148 – 152.
- [2] Сокуров А. А., Рехвиашвили С. Ш. Математическое моделирование равновесных капиллярных поверхностей с учетом размерной зависимости поверхностного натяжения //Конденсированные среды и межфазные границы. 2013. Т. 15, в.,– 2. С. 173 – 178.