

Численное решение задачи 3D-векторной томографии с использованием метода сингулярного разложения

СВЕТОВ ИВАН ЕВГЕНЬЕВИЧ

Институт математики им. С.Л. Соболева СО РАН (Новосибирск), Россия
e-mail: svetovie@math.nsc.ru

Разработан и реализован алгоритм численного решения задачи по восстановлению потенциальной части трехмерного векторного поля, заданного в единичном шаре, по его известному нормальному преобразованию Радона.

Оператор нормального преобразования Радона, действующий на трехмерное векторное поле $\mathbf{v} = (v_1, v_2, v_3)$, определяется формулой

$$[\mathcal{R}\mathbf{v}](\xi, s) = \int_{P_{\xi,s}} (v_1\xi^1 + v_2\xi^2 + v_3\xi^3) dx dy.$$

Здесь $P_{\xi,s}$ — плоскость, перпендикулярная вектору ξ и отстоящая на расстояние $|s|$ от начала координат; x, y — координаты локальной системы координат, заданной на плоскости $P_{\xi,s}$. Поскольку соленоидальная часть трехмерного векторного поля лежит в ядре оператора нормального преобразования Радона, мы можем восстановить лишь его потенциальную часть. Отметим работу [1], в которой предложен алгоритм численного решения задачи по восстановлению соленоидальной части трехмерного векторного поля по известному продольному лучевому преобразованию.

Для решения поставленной задачи предлагается использовать подход, основанный на методе усеченного сингулярного разложения, которое было получено в [2]. Ортонормированный базис потенциальных векторных полей строится с использованием полиномов Якоби и сферических гармоник, в то время как соответствующий ортонормированный базис в пространстве образов строится с использованием полиномов Гегенбауэра и сферических гармоник. Ранее этот подход использовался для решения задачи двумерной векторной томографии [3].

Работа проводилась при поддержке РФФИ (проект 14-01-31491-мол_а).

Список литературы

- [1] СВЕТОВ И. Е. Восстановление соленоидальной части трехмерного векторного поля по лучевым преобразованиям, вычисленным вдоль прямых, параллельных координатным плоскостям. // Сибирский Журнал Вычислительной математики. — 2012. — Том 15, № 3, С. 329–344.
- [2] ПОЛЯКОВА А. П. Восстановление потенциальной части трехмерного векторного поля, заданного в единичном шаре, по его известному нормальному преобразованию Радона. // Вестник НГУ. Серия: математика, механика, информатика. — 2013. — Том 13, № 4, С. 119–142.
- [3] СВЕТОВ И. Е., ПОЛЯКОВА А. П. Сравнение двух алгоритмов численного решения задачи двумерной векторной томографии. // Сибирские электронные математические известия. — 2013. — Том 10, С. 90–108.