

Сравнение численных методов решения задачи Стефана

БОРОДИН СТАНИСЛАВ ЛЕОНИДОВИЧ

Тюменский филиал ФГБУН Института теоретической и прикладной механики им. С.А. Христинина
e-mail: borodin@ikz.ru

МУСАКАЕВ НАИЛЬ ГАБСАЛЯМОВИЧ

Тюменский филиал ФГБУН Института теоретической и прикладной механики им. С.А. Христинина

В конце XIX века австрийский физик и математик Йозеф Стефан представил класс задач, посвященных формированию льда. Впоследствии задачи с подвижными межфазными границами стали называть задачами Стефана. В настоящее время под задачей Стефана понимают класс математических моделей, описывающих тепловые, диффузионные или термодиффузионные процессы, сопровождающиеся фазовыми превращениями с поглощением или выделением скрытой теплоты. К таким процессам относятся:

- Сушка, кристаллизация и сублимация, являющиеся основными процессами химической технологии и широко используемые в разнообразных промышленных аппаратах;
- Плавление в металлургии;
- Замораживание в криомедицине;
- Испарительное охлаждение;
- Промерзание, оттаивание грунтов и др.

Аналитическое (автомодельное) решение задачи Стефана можно получить лишь для некоторых постановок, поэтому в большинстве случаев применяют численные методы, которых достаточно много. В связи с этим возникает необходимость выбора наиболее эффективного из них, т.е. сочетающего высокую точность и скорость расчетов. Рассмотрены все наиболее известные численные методы, а также разработанный авторами новый алгоритм. Сравнение проводилось на результатах решения задачи движения границы фазового перехода «лед – вода» вокруг вертикальной скважины, проходящей сквозь толщу многолетних мерзлых пород, однако сделанные выводы распространяются и на другие, многомерные и многофронтные постановки задачи Стефана. Выводы:

1. Использование явной схемы приводит к значительному увеличению времени расчетов, а шеститочечная симметричная схема может давать колеблющееся решение, таким образом, наиболее предпочтительной является неявная схема.
2. Для одномерных однофронтных задач Стефана наиболее эффективным численным методом является метод ловли фронта в узел сетки с использованием неявной схемы.
3. Для многомерных многофронтных задач Стефана наиболее эффективными численными методами являются разработанный авторами метод энтальпий

с использованием неявной схемы (имеется устранимый недостаток), а также метод сглаживания коэффициентов с использованием неявной схемы.