

Полу-Лагранжева численная схема, основанная на трансформировании области интегрирования

ВЯТКИН АЛЕКСАНДР ВЛАДИМИРОВИЧ

Институт вычислительного моделирования СО РАН (Красноярск), Россия
e-mail: vyatkin@icm.krasn.ru

В течение последних пяти десятилетий активно развивались численные методы решения уравнения неразрывности, основанные на смешанном полу-Лагранжевом (semi-Lagrangian) подходе [1-4]. Современные версии метода основаны на тождестве двух пространственных интегралов, области интегрирования которых лежат на соседних слоях по времени. Основным преимуществом этого подхода является отсутствие алгебраического ограничения на шаг по времени, традиционно вытекающего из условия Куранта-Фридрихса-Леви. Это делает подобные алгоритмы удобным инструментом для решения задач с большими значениями скоростей. Другим важным достоинством является выполнение локального закона сохранения в консервативных версиях метода [2, 4]. Однако такие версии метода требуют больших вычислительных затрат, связанных с вычислением интеграла на нижнем слое по времени.

В представленном алгоритме для вычисления интегралов на нижнем слое по времени использована замена переменных, которая преобразует область интегрирования в квадрат. Это позволяет существенно сократить вычислительные затраты метода и снизить время расчетов. Вместе с тем, теоретически обосновано, что для численного решения выполняется дискретный аналог балансового соотношения. Проведенные вычислительные эксперименты подтверждают сходимость численного решения к аналитическому решению с первым порядком точности.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ, гранты № 14-01-31203 и № 14-01-00296.

Список литературы

- [1] WIIN-NIELSEN A. On the application of trajectories methods in numerical forecasting // Tellus. — 1959. — Vol. 11, P. 180–196.
- [2] ISKE A. Conservative semi-Lagrangian advection on adaptive unstructured meshes // Numer. Meth. Part. Diff. Eq. — 2004. — Vol. 20, P. 388–411.
- [3] ANDREEVA E., VYATKIN A., SHAIUROV V. The semi-Lagrangian approximation in the finite element method for Navier-Stokes equations for a viscous incompressible fluid // AIP Conference Proceeding. — 2014. — Vol. 1611, P. 3–11.
- [4] ВЯТКИН А. В. Интегральная схема из семейства полу-Лагранжевых методов для двумерного уравнения неразрывности // Материалы XIV Всероссийской конференции молодых ученых по математическому моделированию и информационным технологиям, Томск 15–17 октября 2013 г. — 2013. — С. 16.