

Численное решение задачи по восстановлению потенциальной части трехмерного симметричного 2-тензорного поля, заданного в единичном шаре

Полякова Анна Петровна

Институт математики им. С.Л. Соболева СО РАН (Новосибирск), Россия
e-mail: anna.polyakova@ngs.ru

В работе предлагается алгоритм численного решения задачи по восстановлению потенциальной части трехмерного симметричного 2-тензорного поля, заданного в единичном шаре, по его известному нормальному преобразованию Радона.

Нормальное преобразование Радона трехмерного симметричного 2-тензорного поля $\mathbf{w} = (w_{ij})$ определяется формулой

$$[\mathcal{R}\mathbf{w}](\xi, s) = \int_{P_{\xi,s}} (w_{ij} \xi^i \xi^j) du dv,$$

где $P_{\xi,s}$ — плоскость, перпендикулярная направлению ξ и отстоящая на расстоянии $|s|$ от начала координат; u, v — координаты локальной системы координат, заданной на плоскости $P_{\xi,s}$; по повторяющимся индексам ведется суммирование от 1 до 3. Поскольку соленоидальная часть симметричного 2-тензорного поля лежит в ядре оператора нормального преобразования Радона, мы можем восстановить лишь его потенциальную часть.

Для решения поставленной задачи предлагается использовать подход, основанный на методе усеченного сингулярного разложения. Ранее этот подход использовался для решения задачи двумерной векторной томографии [1], [2].

Построено сингулярное разложение оператора нормального преобразования Радона, действующего на трехмерные симметричные 2-тензорные поля, получена формула для аппроксимации обратного оператора. В исходном пространстве ортонормированные базисы строятся с помощью полиномов Якоби и сферических гармоник. Показано, что соответствующие ортонормированные базисы в пространстве образов строятся на основе полиномов Гегенбауэра и сферических гармоник.

Полученное сингулярное разложение легло в основу алгоритма численного решения задачи по восстановлению потенциальной части трехмерного симметричного 2-тензорного поля по его известному нормальному преобразованию Радона.

Работа проводилась при поддержке РФФИ (проект 14-01-31491-мол_а).

Список литературы

- [1] DEREVTSOV E. Yu., EFIMOV A. V., LOUIS A. K., SCHUSTER T. Singular value decomposition and its application to numerical inversion for ray transforms in 2D vector tomography. // *Inverse Ill-Posed Problems*. — 2011. — Vol.19, № 4–5, P. 689–715.
- [2] СВЕТОВ И. Е., ПОЛЯКОВА А. П. Сравнение двух алгоритмов численного решения задачи двумерной векторной томографии. // *Сибирские электронные математические известия*. — 2013. — Том 10, С. 90–108.